

**Презентацию выполнила
ученица 593 школы
10-1 класса
Зубова Кристина**

**Учитель:
Петрова Наталья
Васильевна**

Задачи на прогрессии

- Последовательность a_n каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему члену, сложенному с одним и тем же постоянным для данной последовательности числом d , называется арифметической прогрессией

Арифметическая прогрессия

- Формула n -ого члена арифметической прогрессии
- Формула суммы n первых членов арифметической прогрессии

$$S_n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

*Характеристическое свойство
(признак) арифметической прогрессии:
каждый член арифметической
прогрессии, начиная со второго, есть
среднее арифметическое соседних с
ним членов*

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$$

где

$$n \in \mathbb{N}$$

$$n \geq 2$$

Геометрическая прогрессия

*Последовательность,
первый член которой*

b_n

*отличен от нуля, и каждый член,
начиная со второго, равен
предыдущему, умноженному на одно и
тоже, отличное от нуля, постоянное
для данной последовательности
число q , называется геометрической
прогрессии.*

Число q - знаменатель прогрессии

b_n

Называется n -ым членом последовательности

$$b_{n+1} = b_n \times q$$

Формула n -ого члена геометрической прогрессии имеет вид

$$b_n = b_1 \times q^{n-1}$$

Формула суммы n первых членов геометрической прогрессии имеет вид

$$S_n = \frac{b_n \times q - b_1}{q - 1}$$

или

$$S_n = \frac{b_1 \times (q^n - 1)}{q - 1}$$

если

$$q \neq 1$$

и

Геометрическая прогрессия, у которой $|q| < 1$
называется бесконечно убывающей

Сумма бесконечно убывающей геометрической
прогрессии имеет вид

$$S_n = \frac{b_1}{1 - q}$$

где

b_1

$$|q| < 1$$

Задача 1

Продавец киоска обратил внимание на то, что каждый год в последние 7 дней перед 8 марта количество продаваемых в день поздравительных открыток увеличивается в одно и тоже число раз по сравнению с предыдущим днём. Начав торговать открытками за 7 дней перед праздником, он подсчитал, что в третий день было продано 48 открыток, а в пятый день – 192 открытки. Сколько всего открыток будет продано за 7 дней торговли, если замеченная продавцом закономерность сохраняется?

Решение

Количество открыток, продаваемых продавцом, изменяется по закону геометрической прогрессии. При этом

$b_1 = x$ где $x > 0$ и $q > 1$, так как прогрессия является возрастающей, используя формулу n -ого члена геометрической прогрессии $b_3 = b_1 \times q^2$, и $b_5 = b_1 \times q^4$

По условию $b_3 = 48$

$b_5 = 192$

Значит, составим и решим систему уравнений

$$\begin{cases} b_1 q^2 = 48 \\ b_1 q^4 = 192 \end{cases}$$

Так
как

$$b_1 \neq 0$$

$$q \neq 0$$

то

$$\frac{b_1 q^2}{b_1 q^4} = \frac{192}{48}$$

$$q^2 = 4$$

Так как $q > 1$, то $q =$

2

Найдём

b_1

:

$$b_1 \times 4 = 48$$

$$b_1 = 12$$

Сумма первых n членов прогрессии

$$S_n = \frac{b_1 \times (q^n - 1)}{q - 1}$$

Где $q \neq 1$

Т.е.

$$S_7 = \frac{b_1 \times (q^7 - 1)}{q - 1}$$

$$S_7 = \frac{12 \times (2^7 - 1)}{2 - 1}$$

$$S_7 = 1524$$

Ответ:
1524

Задача 2

Если положить на вклад «Накопительный» некоторую сумму денег, то ежегодно она увеличивается на 10% от имеющейся на вкладе суммы.

Вкладчик положил на вклад «Накопительный» 30000 рублей и три года подряд пополнял свой вклад и не снимал с него денег.

Определите, на сколько рублей увеличился его вклад за эти три года

Решение

$$A_n = A_0 \left(1 + \frac{X}{100}\right)^n$$

По условию $X=10\%$, $A_0 = 30000$, $n=3$, $A_n = A_0 + \Delta A$

Следовательно $A_0 + \Delta A = \left(1 + \frac{X}{100}\right)^n$

$$30000 + \Delta A = 30000 (1 + 0,1)^3$$

$$30000 + \Delta A = 30000 \times 1,331$$

$$30000 + \Delta A = 39930$$

$$\Delta A = 9930$$

Ответ:

9930

Задача 3

В первый год строительства нового микрорайона в него прибыло 250 жителей. Районная управа планирует, что по мере сдачи новых домов число прибывших жителей ежегодно будет увеличиваться в 1,4 раза по сравнению с прошлым годом. Сколько жителей поселится в микрорайоне по данному плану за первые четыре года строительства?

Решение

№ года	Число жителей
1	250
2	350
3	490
...	...

Количество жителей, прибывших в микрорайон, изменяется по закону геометрической прогрессии:

$b_1 = 250$ и $q = 1,4$; $q > 1$
(прогрессия является возрастающей)

$$S_n = \frac{b_1 \times (q^n - 1)}{q - 1}$$

и

$$q \neq 1$$

значит,

$$S_4 = \frac{250 (1,4^4 - 1)}{0,4} = \frac{250 (3,8416 - 1)}{0,4} = \frac{250 \times 2,8416}{0,4} = 1776$$

Ответ: 1776

Задачи для самостоятельного решения

1. В несколько колб вылили две кислоты. Первую кислоту наливали по 12 мл в каждую колбу. Вторую кислоту наливали в те же колбы по такой схеме: 3 мл в первую колбу, а в каждую последующую на 3 мл больше, чем в предыдущую. Всего разлили 285 мл кислоты. Сколько миллилитров кислоты налили в последнюю колбу?

Ответ: 42 мл

2. На каждый из нескольких опытных участков внесли по два удобрения. Первое вносили по 3,5 кг на каждый участок. Второе удобрение вносили по такой схем: 05, кг на первый участок, а на каждый следующий участок на 05, кг больше. Чем на предыдущий. Всего внесли 46 кг удобрений. Сколько килограммов удобрений внесли на последний участок?

Ответ: 7,5 кг

3. Компьютерная игра в последовательном прохождении нескольких уровней. За прохождение каждого уровня игрок получает 10 баллов. Кроме того, начисляются премиальные баллы по следующей схеме: 4 балла за второй уровень, а за каждый следующий уровень на 4 балла больше, чем за предыдущий. Сколько уровней надо пройти, чтобы набрать ровно 570?

Ответ: 15 уровней

4. Первоначальная цена товара на торгах повышалась несколько раз на одно и тоже количество рублей. После третьего повышения цена равнялась 1200 рублей, а после двенадцатого повышения – 1650 рублей. Через сколько повышений первоначальная цена удвоилась?

Ответ: 21

5. При подготовке к экзаменам ученик каждый день с 1 по 8 июня включительно увеличивал количество решенных задач на одно и тоже число. С 1 июня по 4 июня включительно он решил 24 задачи, а со 2 по 6 июня – 45 задач. Сколько задач ученик решил 8 июня?

Ответ: 17 задач

6. В течении календарного года зарплата каждый месяц повышалась на одно и тоже число рублей. За июнь, июль, август зарплата в сумме составила 9900 рублей, а сентябрь, октябрь, ноябрь – 10350 рублей. Найдите сумму зарплат за весь год.

Ответ: 39300 рублей

7. Хозяин магазина заметил, что из года в год в последние 7 дней декабря число продаваемых в день новогодних наборов увеличивается в 4 раза по сравнению с предыдущим днём. Начав торговлю наборами за 7 дней перед Новым годом, он подсчитал, что за первые два дня было продано всего 10 наборов. Сколько наборов будет продано за первые 6 дней, если замеченная хозяином закономерность сохраняется?

Ответ: 2730

8. В микрорайоне проживало 1544 человека. В первый год строительство новых домов прибыло 400 новоселов. Планируется, что каждый год будут строиться новые дома, и число новоселов ежегодно будет увеличиваться в 1,2 раза по сравнению с предыдущим годом. Через сколько лет по данному плану в микрорайоне будет проживать 3000 человек?

Ответ: 3 года

9. Первоначальная цена товара на торгах повышалась несколько раз на одно и тоже количество рублей. После четвертого повышения цена равнялась 1250 рублей. А после двадцать первого повышения она стала в два раза больше первоначальной цены, и торги закончились. Какова была предпоследняя цена?

Ответ: 2050

10. При подготовке к экзамену ученик каждый день увеличивал количество решенных задач на одно и тоже число. С 3 мая по 6 мая включительно он решил 24 задачи, а с 5 по 10 мая – 72 задачи. Сколько задач ученик решил с 3 по 10 мая включительно?

Ответ: 80 задач