

Задачи на смеси и сплавы

The background features a faint, stylized image of a balance scale. The scale is tilted, with the right pan being lower than the left. In the bottom right corner, there is a yellow square icon with a black right-pointing triangle, resembling a play button.

Учитель математики
Байгулова Нина Витальевна
МАОУ СОШ №58
Посёлок Мулино
Володарский район
Нижегородская область

Задачи на смеси и сплавы охватывают большой круг ситуаций:

- *смешение товаров разной цены;*
- *смешение жидкостей с различным содержанием соли;*
- *смешение кислот разной концентрации;*
- *сплавление металлов с разным содержанием некоторого металла.*



Основные сведения

При решении текстовых задач на смеси и сплавы постоянно приходится работать со следующими понятиями.

Абсолютное содержание вещества в смеси – это количество вещества, выраженное в обычных единицах измерения (граммах, литрах и т.д.).

Относительное содержание вещества в смеси – это отношение абсолютного содержания к общей массе (объему) смеси, т.е.

относительное содержание =
$$\frac{\text{абсолютное содержание}}{\text{общая масса}}$$

Часто относительное содержание называют концентрацией или процентным содержанием, а абсолютное содержание - количество чистого вещества.



Алгоритм 1.

Арифметический способ решения

При образовании смеси складываются абсолютные содержания. Поэтому, если известны только относительные содержания, то нужно:

- 1) **подсчитать абсолютные содержания компонентов каждой смеси;**
- 2) **сложить абсолютные содержания, то есть подсчитать абсолютные содержания компонентов полученной смеси;**
- 3) **найти массу полученной смеси;**
- 4) **подсчитать относительное содержание компонентов полученной смеси.**
- 5) **Записать ответ.**



Задача 1.

Даны два куска с различным содержанием олова. Первый, массой 300г, содержит 20% олова. Второй, массой 200г, содержит 40% олова. Сколько процентов олова будет содержать сплав, полученный из этих кусков?

Решение.

- 1) $300 \cdot 20 : 100 = 60$ (г) - олова в первом сплаве,
 $200 \cdot 40 : 100 = 80$ (г) - олова во втором сплаве ;
- 2) $60 + 80 = 140$ (г) - олова в двух сплавах вместе;
- 3) $200 + 300 = 500$ (г) – масса куска после сплавления;
- 4) $140 : 500 \cdot 100 = 28\%$ -содержится олова после сплавления.

Ответ: 28%.





Проверь себя

1. Смешали 300г 50%-го и 100г 30%-го раствора кислоты. Определите процентное содержание кислоты в полученной смеси.
2. (Из «Арифметики» А.П. Киселева) 30 ведер вина в 48 градусов смешано с 24 ведрами вина в 36 градусов. Сколько градусов в смеси? (Число градусов означает процентное содержание чистого спирта в вине)
3. Имеется чай двух сортов – по 80р. и 120р. За 1кг. Смешали 300г первого и 200 г второго сорта. Определите цену 100г полученной смеси.
4. (Из «Арифметики» А.П. Киселева) Смешано три сорта муки: 15 фунтов по 8к., 20фунтов по 7к. и 25 фунтов по 4к. за фунт. Что стоит фунт смеси?
5. Сплавляли 2 кг сплава цинка и меди, содержащего 20% цинка, и 6 кг сплава цинка и меди, содержащего 40% цинка. Найдите процентную концентрацию меди в получившемся сплаве.



Алгоритм 2.

Применение линейного уравнения

При составлении уравнения прослеживается содержание какого-нибудь одного вещества из тех, которые сплавляются (смешиваются) и т.д.

- 1) **Обозначить неизвестную величину через x .**
- 2) **Составить уравнение по условию задачи.**
- 3) **Решить получившееся уравнение.**
- 4) **Перейти к условию задачи (ответить на вопрос).**
- 5) **Записать ответ.**



Задача 2.

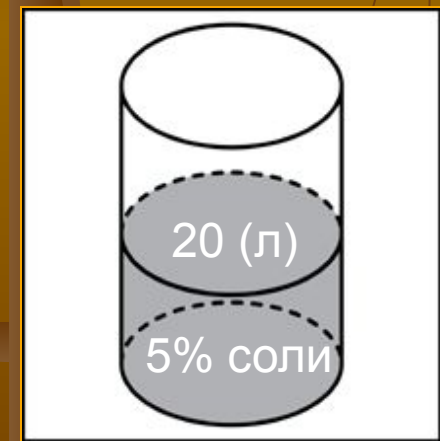
Сколько литров воды надо добавить к 20 литрам 5% раствора соли, чтобы получить 4% раствор?

Решение.

Пусть количество добавленной воды – x (л),
тогда масса нового раствора – $20+x$ (л),
 $20 \times 0,05 = 1$ (л) – содержится соли в 20 литрах 5% раствора.
Имеем : соли 1 (л) это 4%,
раствора $20+x$ (л) это 100%.

Составим и решим уравнение:

$$\begin{aligned}\frac{1}{20+x} &= 0,04; \\ 0,8 + 0,04x &= 1; \\ 0,04x &= 0,2; \\ x &= \frac{0,2}{0,04} \\ x &= 5\end{aligned}$$



Ответ: 5 литров воды надо добавить.



Проверь себя.

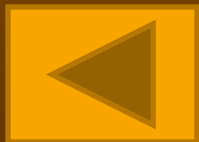
1. У торговца имеется два бочонка вина: емкостью 40л и емкостью 10л. Цены вина за литр различны, но неизвестны. По какому одинаковому количеству вина надо взять из каждого бочонка и перелить в другой бочонок, чтобы цена вина за литр в двух бочонках сравнялась.
2. Имеется кусок сплава меди с оловом 12кг содержащий 45% меди. Сколько чистого олова надо прибавить к этому сплаву, чтобы получился новый сплав содержащий 40% меди?
3. Из сосуда, содержащего 54л чистой кислоты, вылили несколько литров и после этого долили сосуд водой до прежнего объема. Затем из сосуда вылили смеси столько же литров, как и в первый раз. В результате в смеси, оставшейся в сосуде, осталось чистой кислоты 24л. Сколько кислоты вылили в первый раз?



Алгоритм 3.

Применение систем линейных уравнений

- 1) **Обозначить одну неизвестную величину через x , другую неизвестную величину через y .**
- 2) **Составить систему двух линейных уравнений по условию задачи.**
- 3) **Решить получившуюся систему уравнений.**
- 4) **Перейти к условию задачи (ответить на вопрос).**
- 5) **Записать ответ.**



Задача 3.

Имеется два раствора поваренной соли разной концентрации. Если слить вместе 100г первого раствора и 200 г второго раствора, то получится 50%-й раствор. Если же слить вместе 300г первого раствора и 200г второго, то получится 42%-й раствор. Найти концентрацию второго раствора.

Решение.

Пусть процентное содержание соли в первом растворе – x %, а во втором растворе – y %.

Составим и решим систему уравнений:

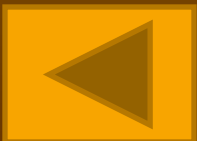
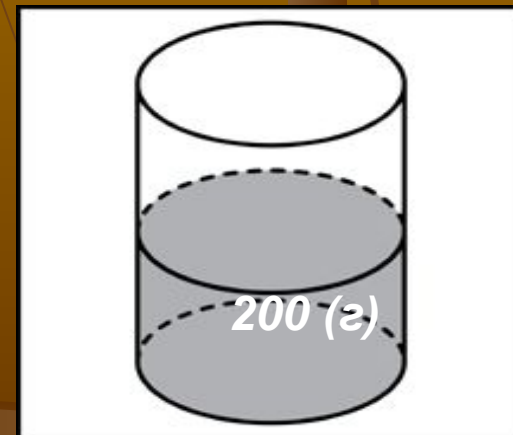
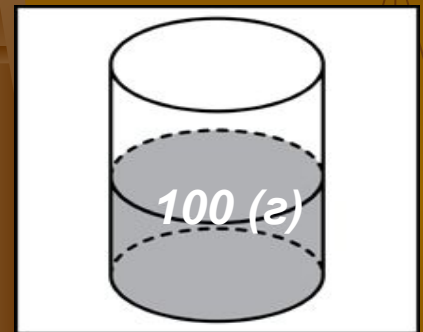
$$\begin{cases} x + 2y = 0,5 \cdot (100 + 200), \\ 3x + 2y = 0,42(300 + 200); \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y = 150, \\ 3x + 2y = 210; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x = 60, \\ x + 2y = 150; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 30, \\ y = 60. \end{cases}$$

Ответ: 60% концентрация второго раствора.





Проверь себя.

1. В сосуде было 12 л чистого спирта. Часть спирта отлили и сосуд долили водой. Затем отлили ещё столько же и опять долили водой. Сколько (в литрах) отливали каждый раз, если в сосуде оказался 25%-й раствор спирта?
2. В каждой из двух бочек содержится по 10 вёдер смеси спирта с водой. На 3 части воды приходится в первой бочке 7 частей спирта, а во второй- 2 части спирта. По сколько вёдер нужно взять из этих бочек для составления новой смеси, содержащей спирт и воду в отношении 5:3, чтобы из оставшейся в бочках смеси получить смесь, в которой спирта и воды поровну?
3. Имеются два раствора кислоты разной концентрации. Объем одного раствора – 4л, а другого -6л. Если их слить вместе, то получится 35%-ный раствор кислоты. Если же слить равные объемы этих растворов, то получится 36%-ный раствор кислоты. Сколько литров кислоты содержится в каждом из них первоначальных растворов?
4. Имеются два раствора кислоты разной концентрации. Объем одного раствора – 4л, а другого -6л. Если их слить вместе, то получится 35%-ный раствор кислоты. Если же слить равные объемы этих растворов, то получится 36%-ный раствор кислоты. Сколько литров кислоты содержится в каждом из них первоначальных растворов?



Литературные источники.



1. Шевкин А.В. Текстовые задачи. 7-11 классы: Учебное пособие по математике. –М.:Русское слово – РС,2005.
2. Шагин В.Л. Вступительные экзамены по математике в Высшей школе экономики,1995-1996. – М.:Вита-Пресс,1998
3. Семёнова А.Л. ЕГЭ 2012. Математика. Типовые экзаменационные варианты. -М.: Национальное образование , 2011.
4. Лебедев В.В.,Михайлов П.А.,Ефимова М.В. Пособие по математике для подготовки к вступительному экзамену в Государственную академию управления. -М.:ГАУ,УЦ «АЗЪ»,1998.
5. Математика, № 6, 2006. (Приложение «1 сентября»).

