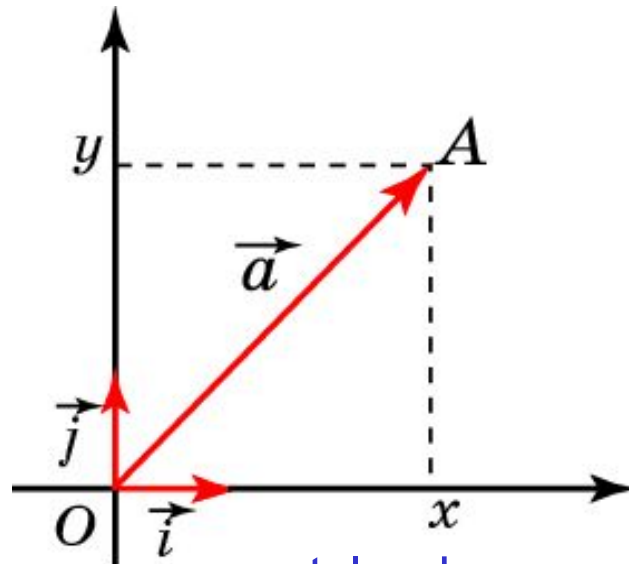


# Координаты вектора

Пусть на плоскости задана прямоугольная система координат. Определим понятие координат вектора. Для этого отложим вектор так, чтобы его начало совпало с началом координат. Тогда координаты его конца называются **координатами вектора**.

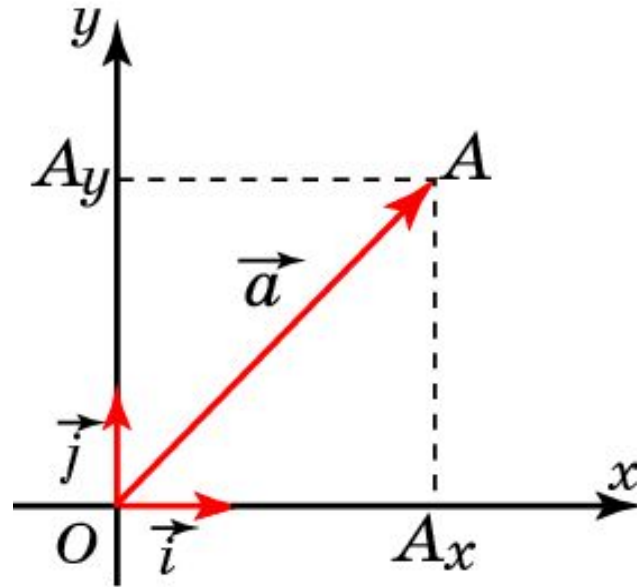
Обозначим  $i$ ,  $j$  векторы с координатами  $(1, 0)$ ,  $(0, 1)$  соответственно. Их длины равны единице, а направления совпадают с направлениями соответствующих осей координат.

Будем рисовать эти векторы, отложенными от начала координат и называть их **координатными векторами**.



# Теорема

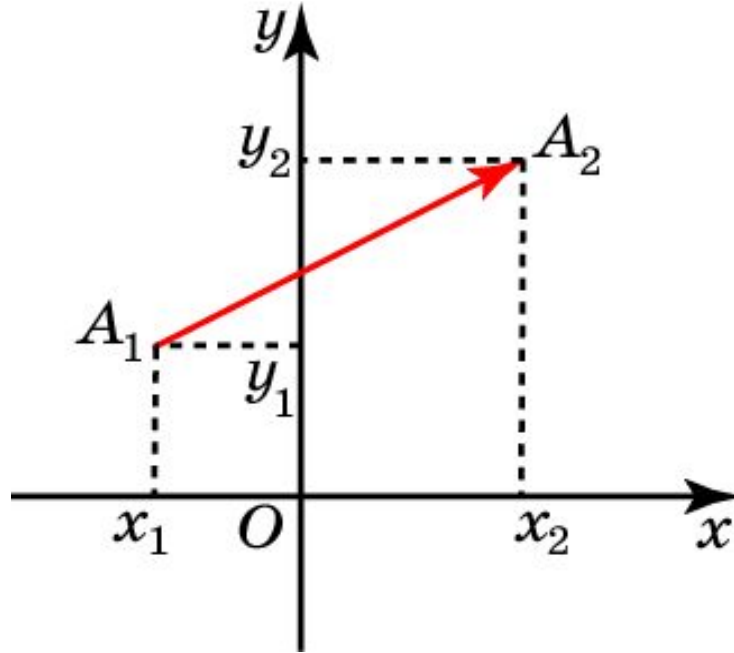
**Теорема.** Вектор  $a$  имеет координаты  $(x, y)$  тогда и только тогда, когда он представим в виде  $\vec{a} = xi + yj$ .



**Доказательство.** Отложим вектор  $a$  от начала координат, и его конец обозначим через  $A$ . Имеет место равенство  $\vec{OA} = \vec{OA}_x + \vec{OA}_y$ . Точка  $A$  имеет координаты  $(x, y)$  тогда и только тогда, когда выполняются равенства  $\vec{OA}_x = xi$ ,  $\vec{OA}_y = yj$  и, значит,  $\vec{a} = xi + yj$ .

# Пример

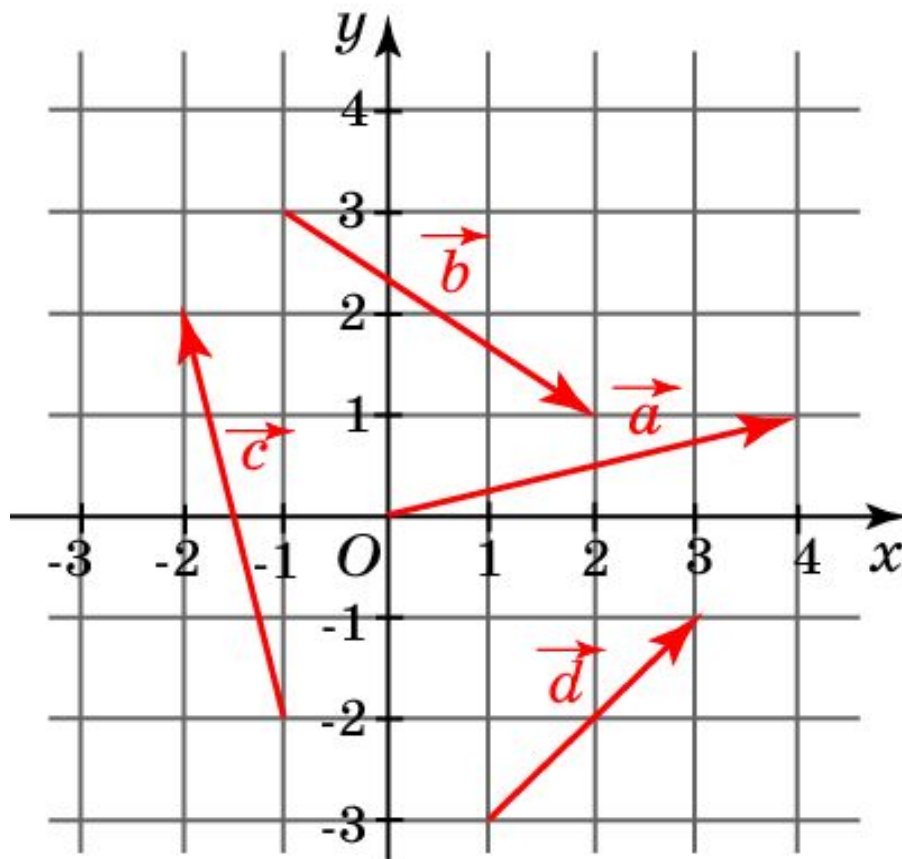
Найдите координаты и длину вектора  $\overrightarrow{A_1A_2}$ , если точки  $A_1, A_2$  имеют координаты  $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ .



**Решение:** Вектор  $\overrightarrow{A_1A_2}$  имеет координаты  $(x_2 - x_1, y_2 - y_1)$ . Его длина равна длине отрезка  $A_1A_2$ . Используя формулу длины отрезка, получаем  $|\overrightarrow{A_1A_2}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ .

# Упражнение 1

Найдите координаты векторов, изображенных на рисунке.



**Ответ:**  $(4, 1)$ ;  $(3, -2)$ ;  $(-1, 4)$ ;  $(2, 2)$ .

## Упражнение 2

Назовите координаты векторов:

а)  $\vec{a} = -2\vec{i} + 6\vec{j}$ ;

б)  $\vec{b} = \vec{i} + 3\vec{j}$ ;

в)  $\vec{c} = -3\vec{j}$ ;

г)  $\vec{d} = -5\vec{i}$ .

**Ответ:** а)  $(-2, 6)$ ; б)  $(1, 3)$ ; в)  $(0, -3)$ ; г)  $(-5, 0)$ .

## Упражнение 3

Найдите координаты вектора  $\overrightarrow{A_1A_2}$ , если точки  $A_1$ ,  $A_2$  имеют координаты  $(-3, 5)$ ,  $(2, 3)$  соответственно.

Ответ:  $(5, -2)$ .

## Упражнение 4

Выразите длину вектора  $a$  через его координаты  $(x, y)$ .

Ответ:  $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$ .

## Упражнение 5

Найдите координаты точки  $N$ , если вектор  $\vec{MN}$  имеет координаты  $(4, -3)$  и точка  $M - (1, -3)$ .

Ответ:  $(5, -6)$ .



## Упражнение 6

Найдите координаты вектора  $\overrightarrow{AB}$ , если: а)  $A (2, -6)$ ,  $B (-5, 3)$ ; б)  $A (1, 3)$ ,  $B (6, -5)$ ; в)  $A (-3, 1)$ ,  $B (5, 1)$ .

**Ответ:** а)  $(-7, 9)$ ; б)  $(5, -8)$ ; в)  $(8, 0)$ .

## Упражнение 7

Вектор  $\overrightarrow{AB}$  имеет координаты  $(a, b)$ . Найдите координаты вектора  $\overrightarrow{BA}$ .

Ответ:  $(-a, -b)$ .

## Упражнение 8

Даны три точки  $A(1, 1)$ ,  $B(-1, 0)$ ,  $C(0, 1)$ . Найдите такую точку  $D(x, y)$ , чтобы векторы  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{CD}$  были равны.

Ответ:  $(-2, 0)$ .

## Упражнение 9

Найдите координаты векторов  $\vec{a} + b$  и  $\vec{a} - b$ , если  $(1, 0)$ ,  $(0, 3)$ .

**Ответ:**  $(1, 3)$  и  $(1, -3)$ .

## Упражнение 10

Даны векторы  $a(-1, 2)$  и  $b(2, -4)$ . Найдите координаты вектора:

а)  $3\vec{a} + 2b$ ;

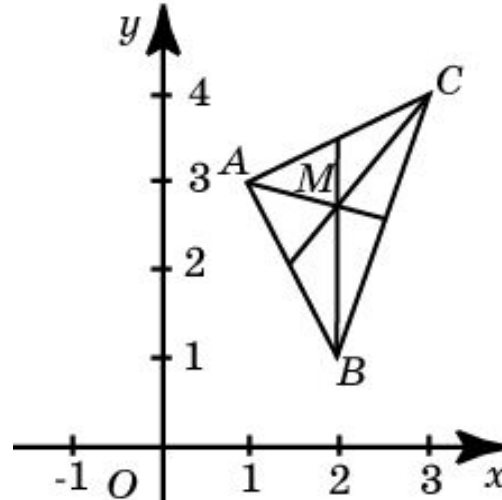
б)  $\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{4}\vec{b}$ ;

в)  $-\vec{a} + 5b$ .

**Ответ:** а)  $(1, -2)$ ; б)  $(-1, 2)$ ; в)  $(11, -22)$ .

## Упражнение 11

Вершины треугольника имеют координаты  $A(1, 3)$ ,  $B(2, 1)$  и  $C(3, 4)$ . Найдите координаты точки  $M$  пересечения медиан.



**Решение:**  $\vec{AM} = \frac{1}{3}(\vec{AB} + \vec{AC})$ .  $\vec{AB}(1, -1)$ ,  $\vec{AC}(2, 2)$ .

Следовательно,  $\vec{AM}$  имеет координаты  $(1, \frac{1}{3})$ .

Точка  $M$  имеет координаты  $(2, 2\frac{2}{3})$ .