Муниципальное образовательное учреждение
средняя общеобразовательная школа №2

Инновационный проект

Использование ИКТ при изучении темы «Разные задачи на многогранники, цилиндр, конус и шар».

выполнила учитель математики

Савиных Н.Г.

2009 – 2010 учебный год

Проблема

- Тема “Разные задачи на многогранники, цилиндр, конус и шар” является одной из самых сложных в курсе геометрии 11 класса.
- В учебнике С.Атанасяна и др. по данной теме (стр. 138) можно найти только определения многогранника, описанного около сферы, многогранника, вписанного в сферу, сферы, вписанной в многогранник, и сферы, описанной около многогранника.
- В методических рекомендациях к этому учебнику (см. книгу “Изучение геометрии в 10–11-х классах” С.М.Саакяна и В.Ф.Бутузова, стр.159) сказано, какие комбинации тел рассматриваются при решении задач № 629–646, и обращается внимание на то, что “при решении той или иной задачи прежде всего нужно добиться того, чтобы учащиеся хорошо представляли взаимное расположение указанных в условии тел”. Далее приводится решение задач №638(а) и №640.
- Учитывая все выше сказанное, и то, что наиболее трудными для учащихся являются задачи на комбинацию шара (сферы) с другими телами, необходимо систематизировать соответствующие теоретические положения и сообщить их учащимся.

Технология проекта

Целью своего проекта ставлю: формирование устойчивого интереса к предмету геометрия, повышения качества знаний учащихся.

Достижение обозначенной цели предполагает решение мной следующих **задач**:

- углубить знания по изучаемой теме;
- способствовать развитию познавательного интереса к предмету;
- расширить возможность визуализации учебного материала;
- развивать интеллектуальные способности учащихся.

Актуальность проекта

Если школа не идет в ногу с жизнью, то учащиеся «перестают ее уважать, перестают ей верить. Когда учащиеся теряют доверие и уважение к школе, то учитель утрачивает авторитет и школа погрязает в проблемах плохой дисциплины и успеваемости».

Симур Паперт

В этой связи возрастает значение компьютера, графические возможности которого позволяет обеспечить наглядно образную, графическую информацию в сочетании со знаково-символьной.

Актуальность проекта

Применение презентаций обеспечивает

- получение большего объема информации за короткий период, всегда можно вернуться к предыдущему слайду (обычная школьная доска не может вместить тот объем, который может вместить слайд);
- повышение плотности урока;
- привлечение и удержание внимания учащихся.

Работа с презентациями заставляет учителя *конкретизировать объемный материал, формулировать свои мысли предельно кратко и лаконично, систематизировать полученную информацию, представляя её в виде краткого конспекта.*

Содержание

Предисловие

Материал представлен по следующему плану:

- **основные теоретические сведения** (могут быть предложены учащимся для записи, т. к. школьные учебники не содержат этих сведений);
- **вопросы** (используя их, учитель может провести опрос учащихся в устной форме);
- **примеры решения задач** (для организации классной и домашней работы учащихся).

Как итог, приводится примерный текст самостоятельной работы, которую учитель может провести по окончании изучения данной темы.

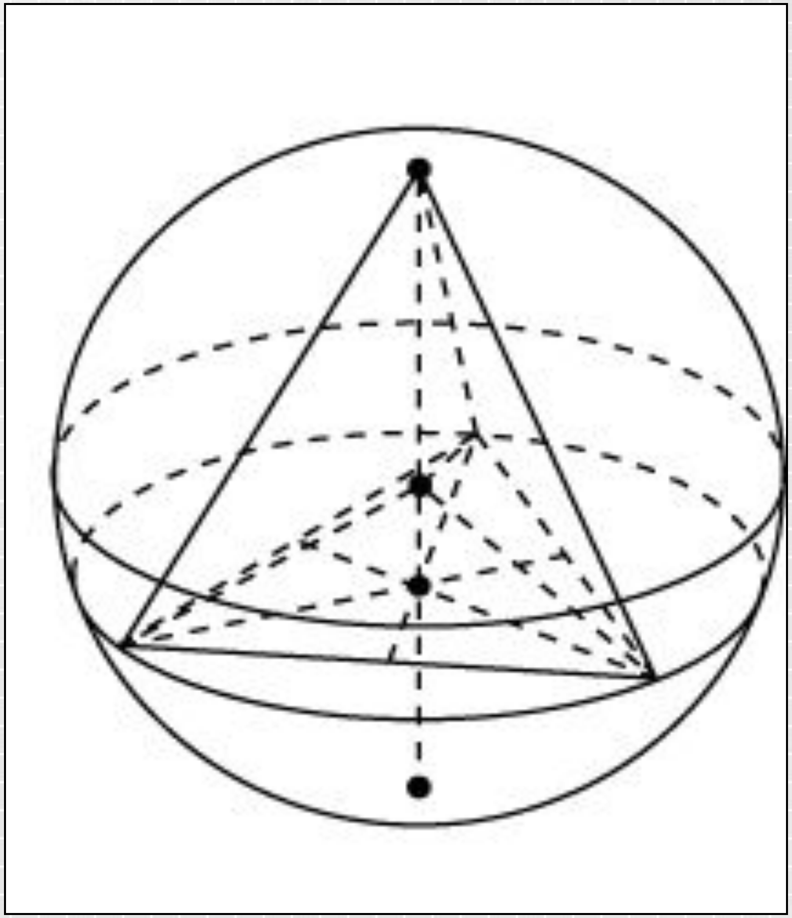
Тема "Комбинации тел" рассматривается как завершающая после изучения свойств многогранников и тел вращения, перед изучением формул объёмов.

Многогранники, вписанные в шар

Основные определения и теоремы

<u>Определение.</u>

Сфера называется описанной около многогранника (или многогранник, вписанным в сферу), если все вершины многогранника лежат на этой сфере.



Призма

Теорема

Около призмы можно описать сферу тогда и только тогда, когда призма прямая и около ее основания можно описать окружность.

Следствие 1.

Центром сферы является середина отрезка, соединяющего центры описанных около оснований окружностей (т.е. середина высоты призмы).

Следствие 2.

Сферу, в частности, можно описать:

- около прямой треугольной призмы,
- правильной призмы,
- прямоугольного параллелепипеда,
- прямой четырехугольной призмы, у которой сумма противоположных углов основания равна 180 градусов.

Ответим устно!

1. Можно ли описать сферу (шар) около:

   а) куба;

   б) прямоугольного параллелепипеда;

   в) наклонного параллелепипеда, в основании которого лежит прямоугольник;

   г) прямого параллелепипеда;

   д) наклонного параллелепипеда?

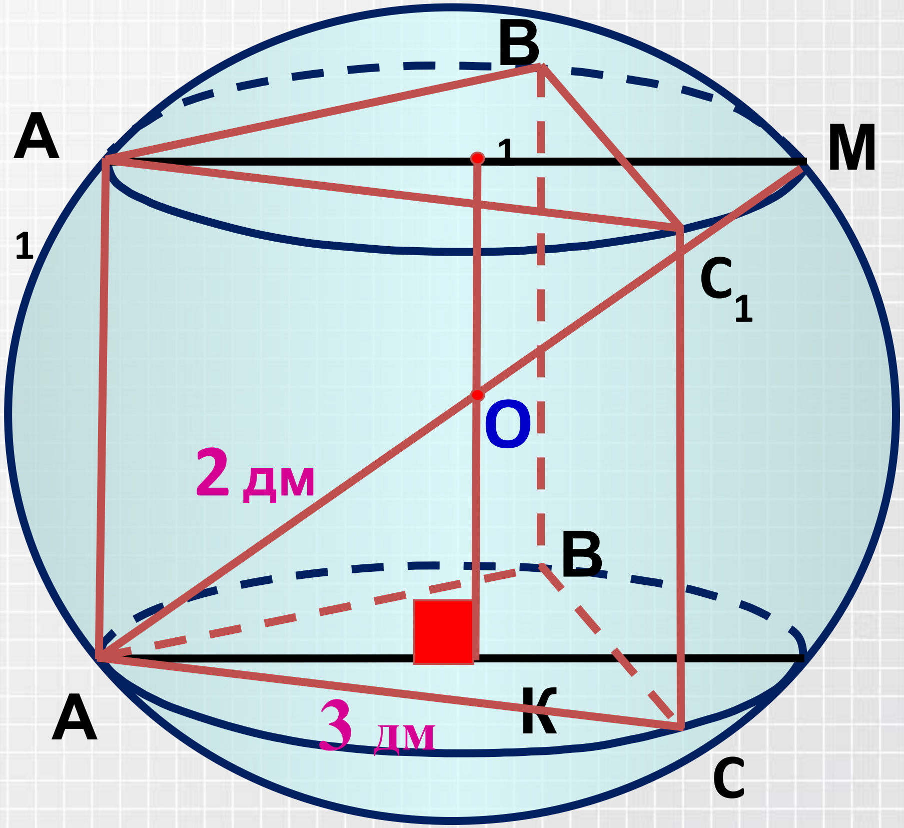
2. При каких условиях можно описать сферу около призмы, в основании которой – трапеция?
3. Каким условиям должна удовлетворять призма, чтобы около нее можно было описать сферу?

Ответим устно!

4. Около треугольной призмы описана сфера, центр которой лежит вне призмы. Какой треугольник является основанием призмы?
5. Можно ли описать сферу около наклонной призмы?
6. При каком условии центр сферы, описанной около прямой треугольной призмы, будет находится на одной из боковых граней призмы?
7. Около прямоугольного параллелепипеда, ребра которого равны 1 дм, 2 дм и 2 дм, описана сфера. Вычислите радиус сферы

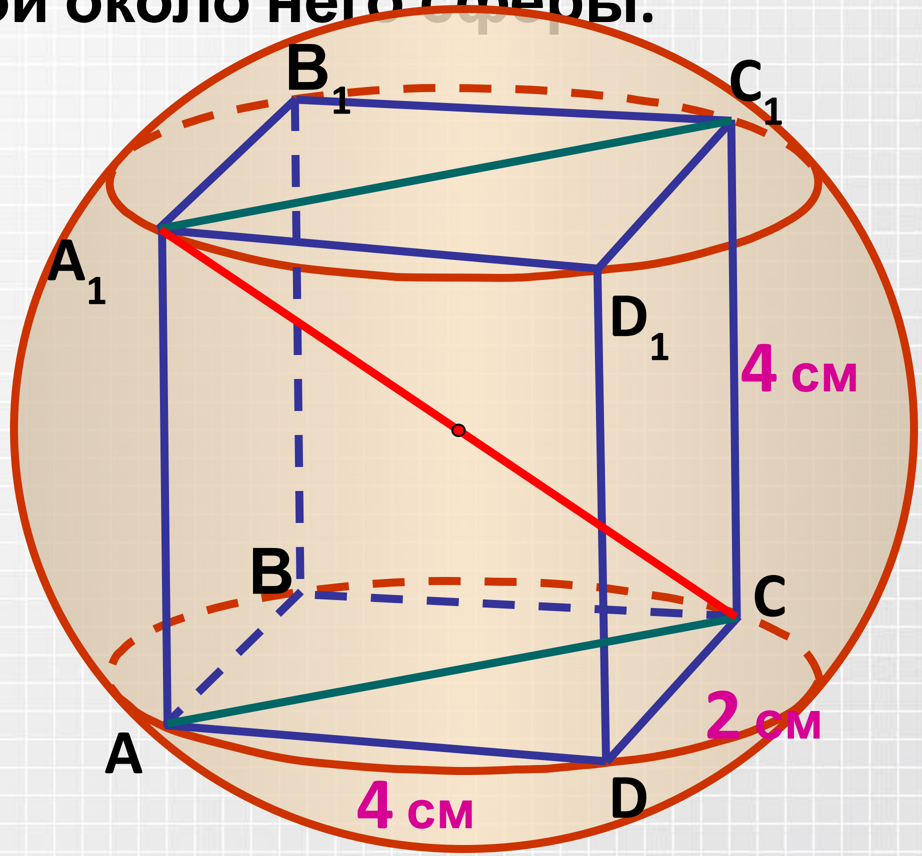
Комбинация сферы и призмы

1. В сферу диаметр которой 4 дм вписана правильная треугольная призма со стороной основания 3 дм. Найдите высоту призмы.



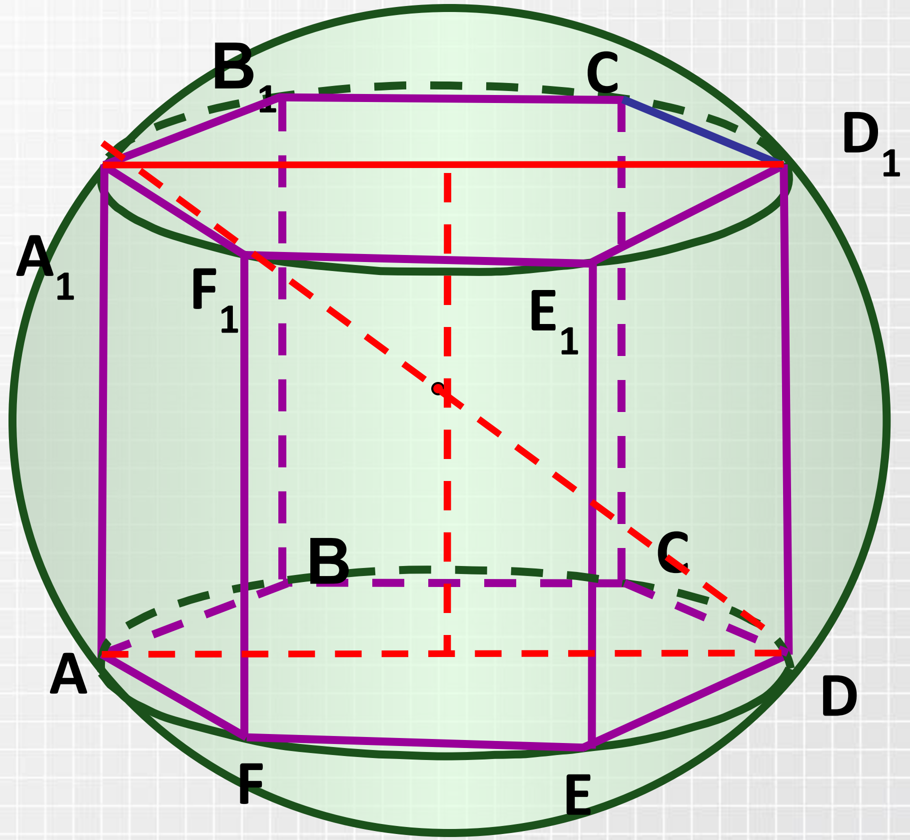
Комбинация сферы и призмы

2. Измерения прямоугольного параллелепипеда равны 2, 4 и 4 см. Найдите площадь поверхности описанной около него сферы.



Комбинация сферы и призмы

3. Около правильной шестиугольной призмы описана сфера радиуса 5 см. Найдите площадь основания призмы, если ее высота 8 см.



Комбинация сферы и призмы

Из учебника Л.С.Атанасяна № 637(а), №639(а,б)

Пирамида

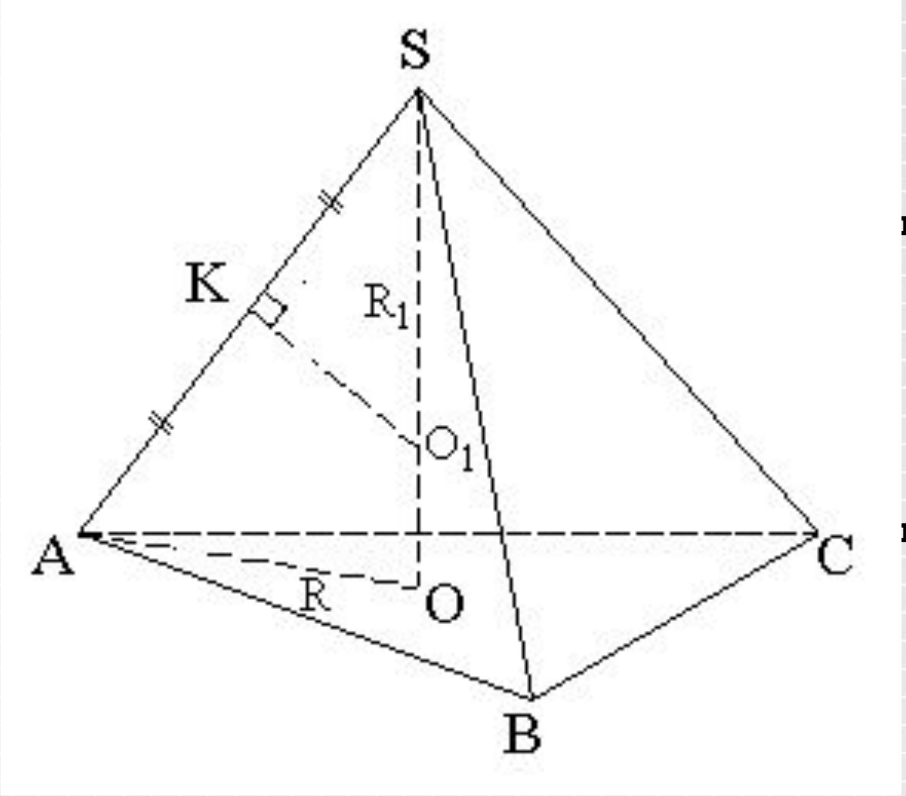
Теорема

Около пирамиды можно описать сферу в том и только в том случае, если около ее основания можно описать окружность.

Следствие 1.

Центр сферы, описанной около пирамиды, лежит на перпендикуляре к плоскости основания пирамиды, восставленном из центра окружности, описанной около основания, так как каждая точка его равноудалена от вершин основания пирамиды.

Следствие 2

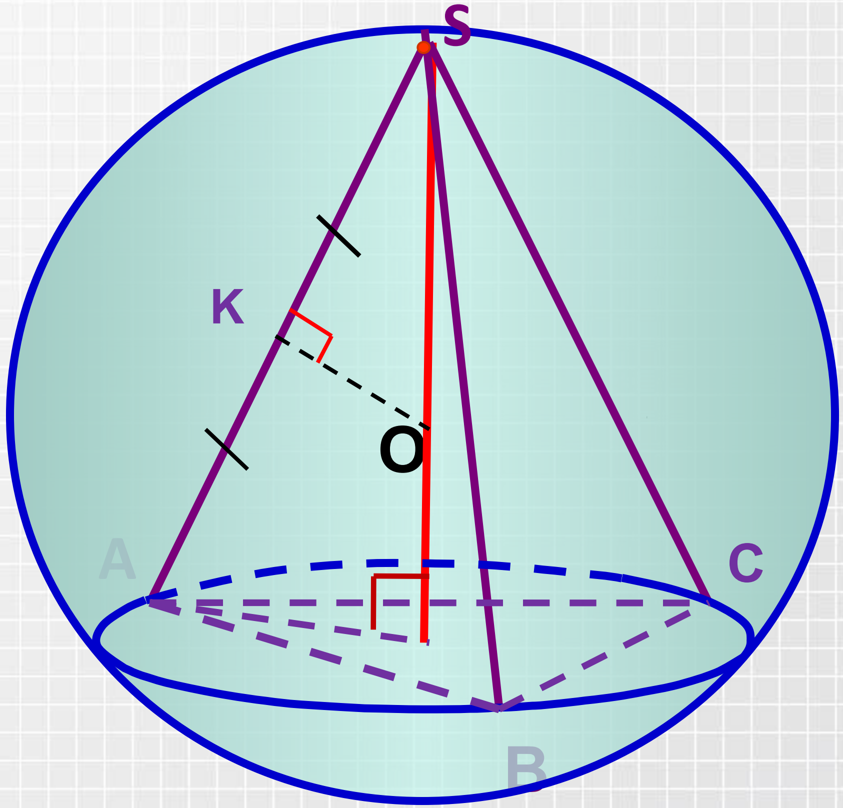


Ответим устно!

1. Справедливо ли утверждение, что около любой треугольной пирамиды можно описать сферу?
2. Можно ли описать сферу около любой четырехугольной пирамиды?
3. Какими свойствами должна обладать пирамида, чтобы около нее можно было описать сферу?
4. В сферу вписана пирамида, боковое ребро которой перпендикулярно основанию. Как найти центр сферы?
5. Около правильной пирамиды описана сфера. Как расположен ее центр относительно элементов пирамиды?

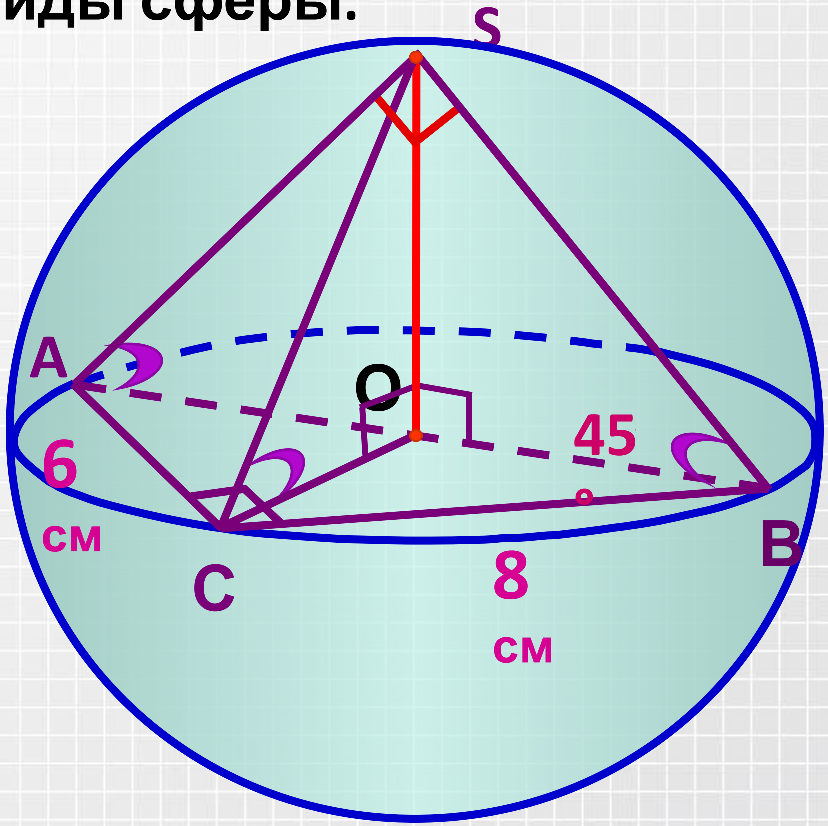
Комбинация сферы и пирамиды

1. Пусть SABC - пирамида с равными боковыми рёбрами, h - её высота, R - радиус окружности, описанной около основания. Найдём радиус описанной сферы.



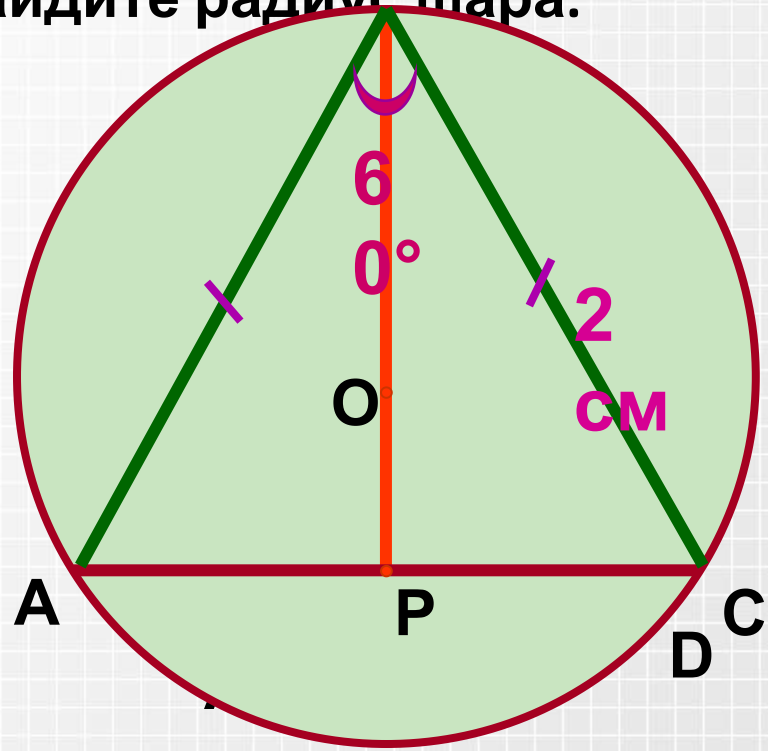
Комбинация сферы и пирамиды

2. Основанием треугольной пирамиды является прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8 см. Каждое боковое ребро составляет с плоскостью основания угол 45°. Найдите радиус описанной около этой пирамиды сферы.



Комбинация сферы и пирамиды

3. Около правильной четырехугольной пирамиды описан шар. Боковое ребро равно 2 см, угол между противоположными боковыми ребрами равен 60°. Найдите радиус шара.



Построим осевое сечение.

Комбинация сферы и пирамиды

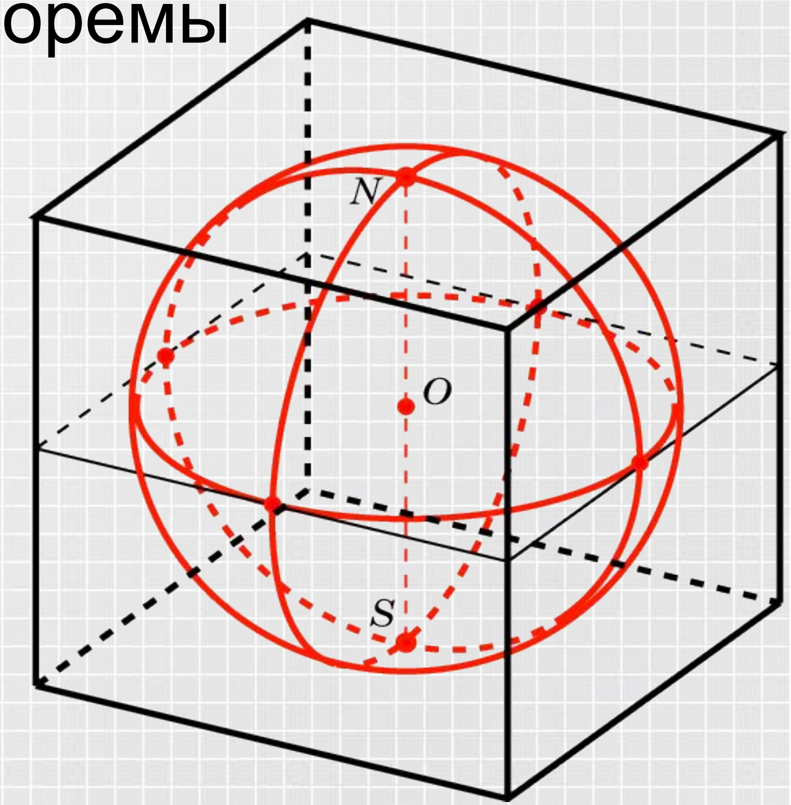
Из учебника Л.С.Атанасяна № 637(б), №639(в)

Многогранники, описанные около шара

Основные определения и теоремы

Определение.

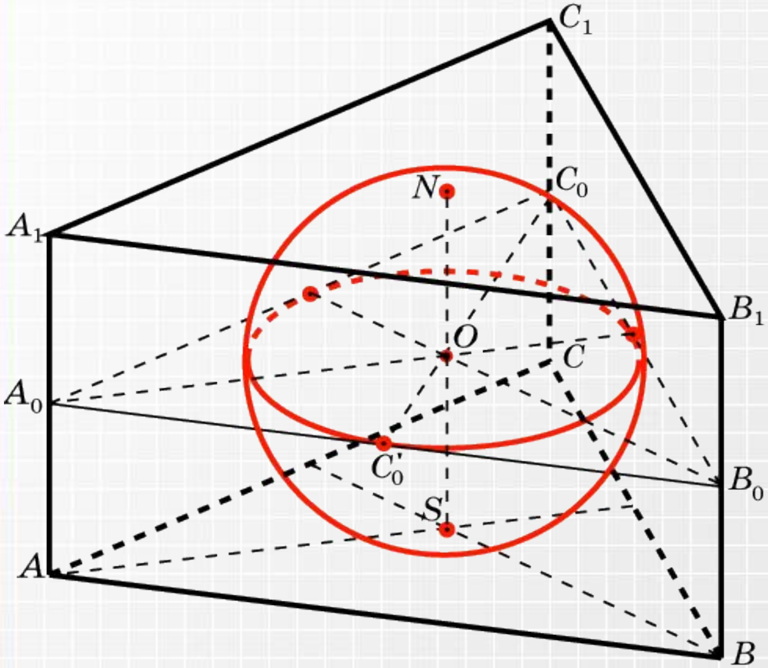
Сфера называется *вписанной в многогранник, если все грани* многогранника касаются сферы. Центром вписанной сферы является точка, равноудалённая от всех граней многогранника.



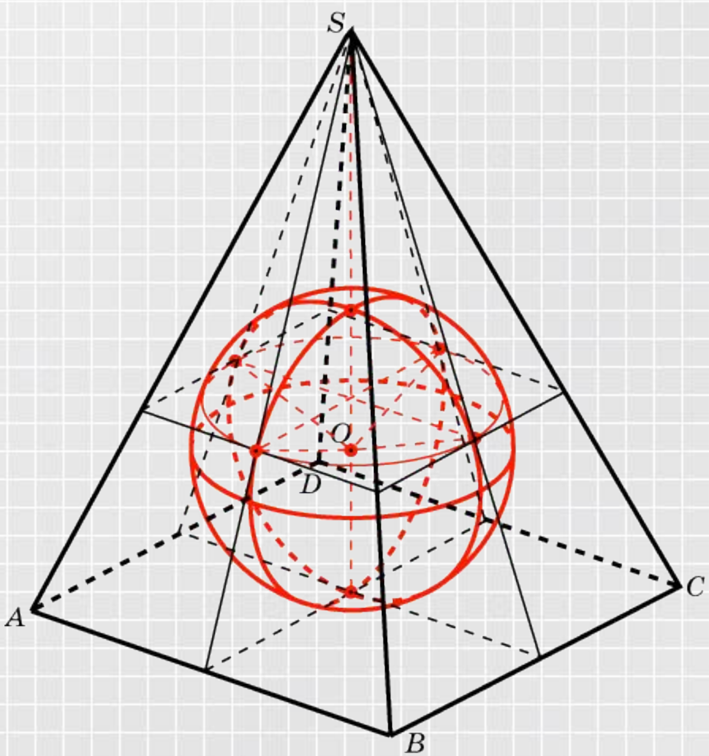
? **Вспомните свойство центра окружности, вписанной в многоугольник и каково его положение?**

Многогранники, описанные около шара

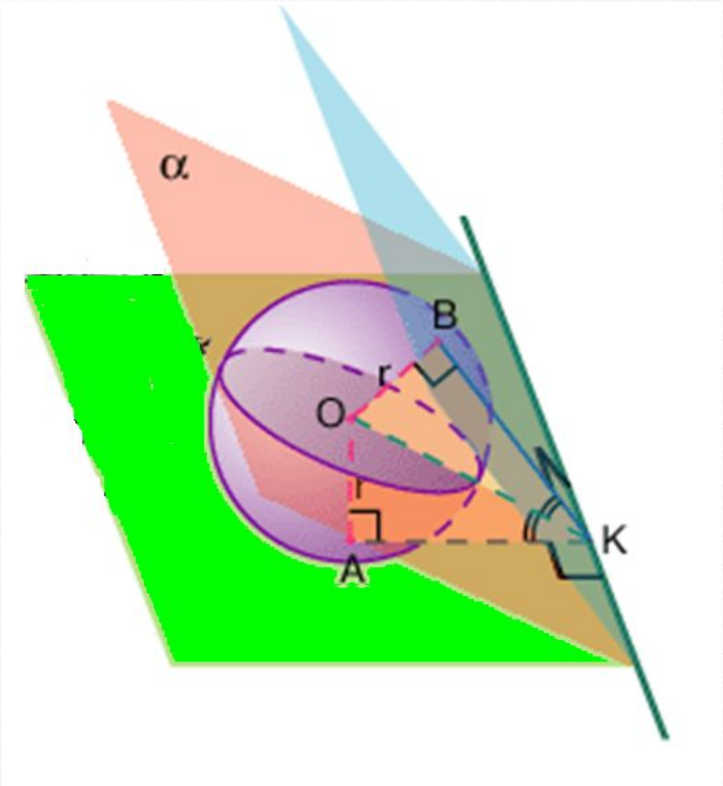
Сфера, вписанная в правильную треугольную призму



Сфера, вписанная в правильную четырехугольную пирамиду.



Выясним положение центра вписанной сферы в общем случае и для каждого вида многогранников в отдельности.



<u>Определение.</u>

Биссекторной называется плоскость, делящая двугранный угол на два равных двугранных угла. Каждая точка этой плоскости равноудалена от граней двугранного угла.

В общем случае центр вписанной в многогранник сферы является точкой пересечения биссекторных плоскостей всех двугранных углов многогранника.

Он всегда лежит внутри многогранника.

Призма

Теорема.

Шар можно вписать в прямую призму в том и только в том случае, если в основание призмы можно вписать окружность, а высота призмы равна диаметру этой окружности.

Следствие 1. Центр шара, вписанного в прямую призму, лежит в середине высоты призмы, проходящей через центр окружности, вписанной в основание.

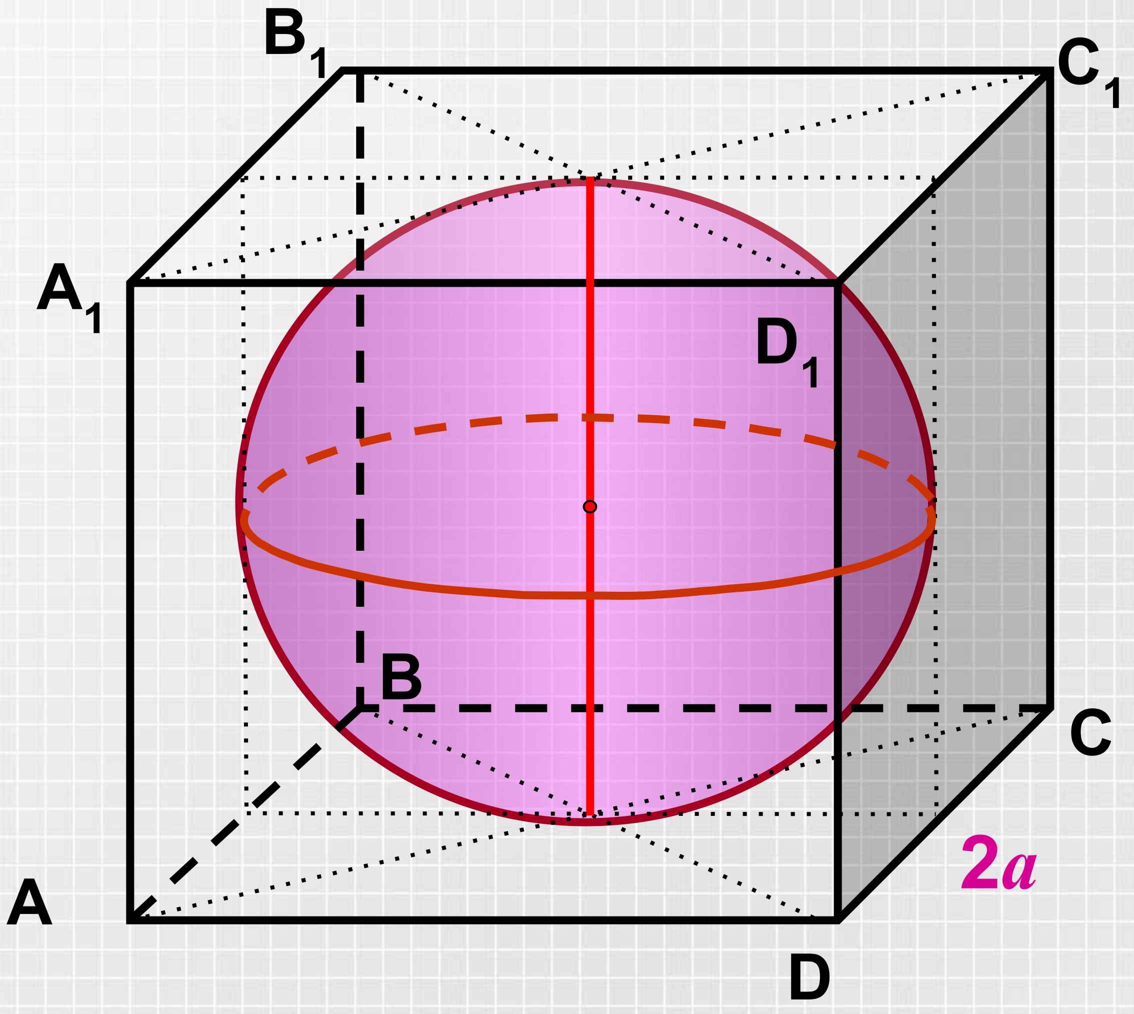
Следствие 2. Шар, в частности, можно вписать в прямые: треугольную, правильную, четырехугольную (у которой суммы противоположных сторон основания равны между собой) при условии H = 2r, где H – высота призмы, r – радиус круга, вписанного в основание.

Ответим устно!

1. Каким свойством должна обладать прямая призма, чтобы в нее можно было вписать сферу?
2. В основании прямой призмы лежит ромб. Можно ли в эту призму вписать сферу?
3. При каком условии в прямую треугольную призму можно вписать сферу?

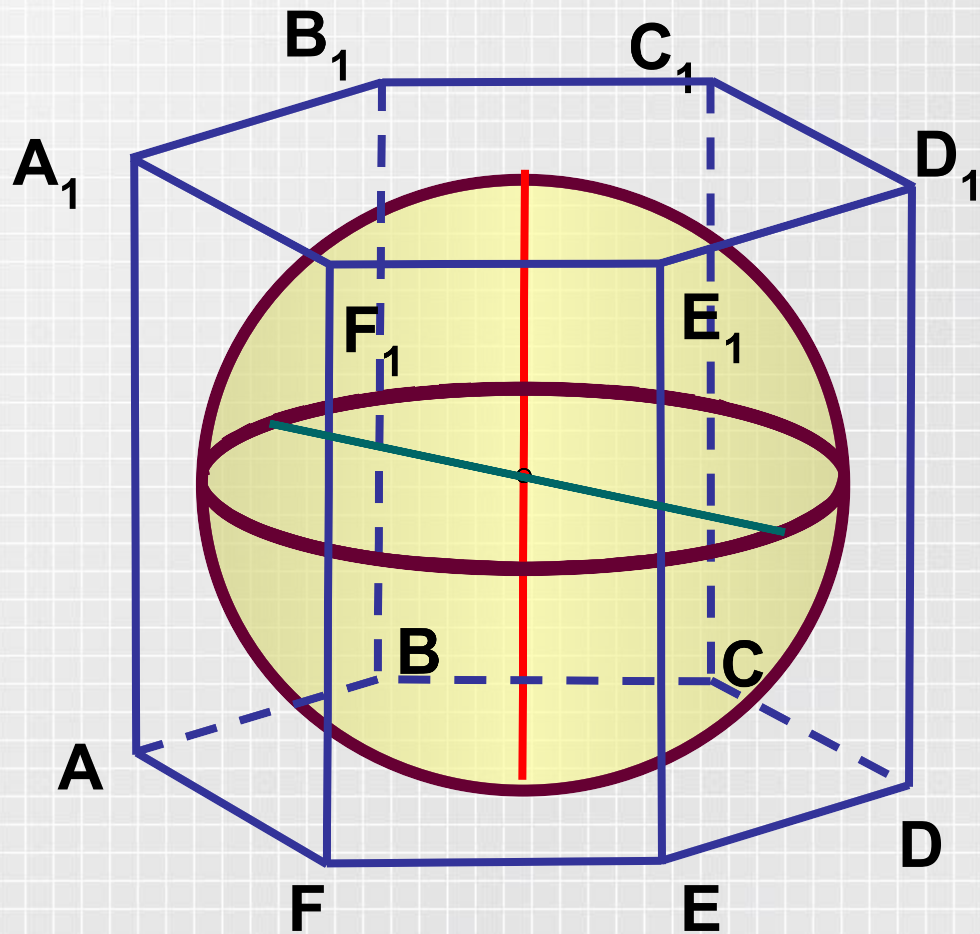
Комбинация сферы и призмы

1. В куб вписан шар.
   Найдите отношение площадей поверхностей куба и шара.



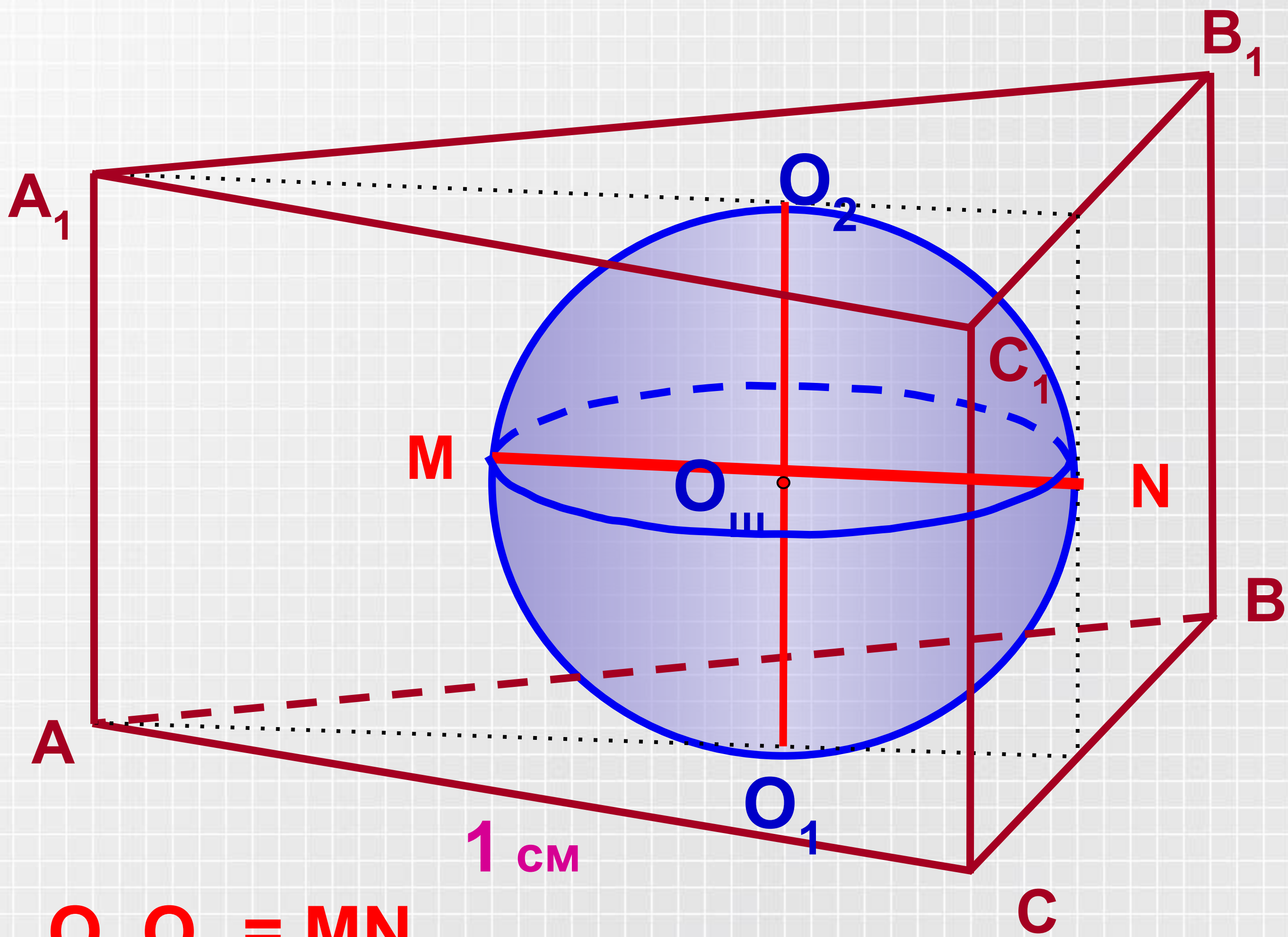
Комбинация сферы и призмы

2. Найдите радиус вписанной в правильную шестиугольную призму сферы, если сумма всех ее ребер равна $24 + 12\sqrt{3}$ см.



Комбинация сферы и призмы

3. В основании правильной треугольной призмы лежит треугольник со стороной 1 см. Найдите боковое ребро призмы, если известно, что в нее можно вписать шар.



$O_1 O_2 = MN$

Комбинация сферы и призмы

Из учебника Л.С.Атанасяна № 632.

Пирамида

Теорема. Если боковые грани пирамиды одинаково наклонены к основанию, то в такую пирамиду можно вписать шар.

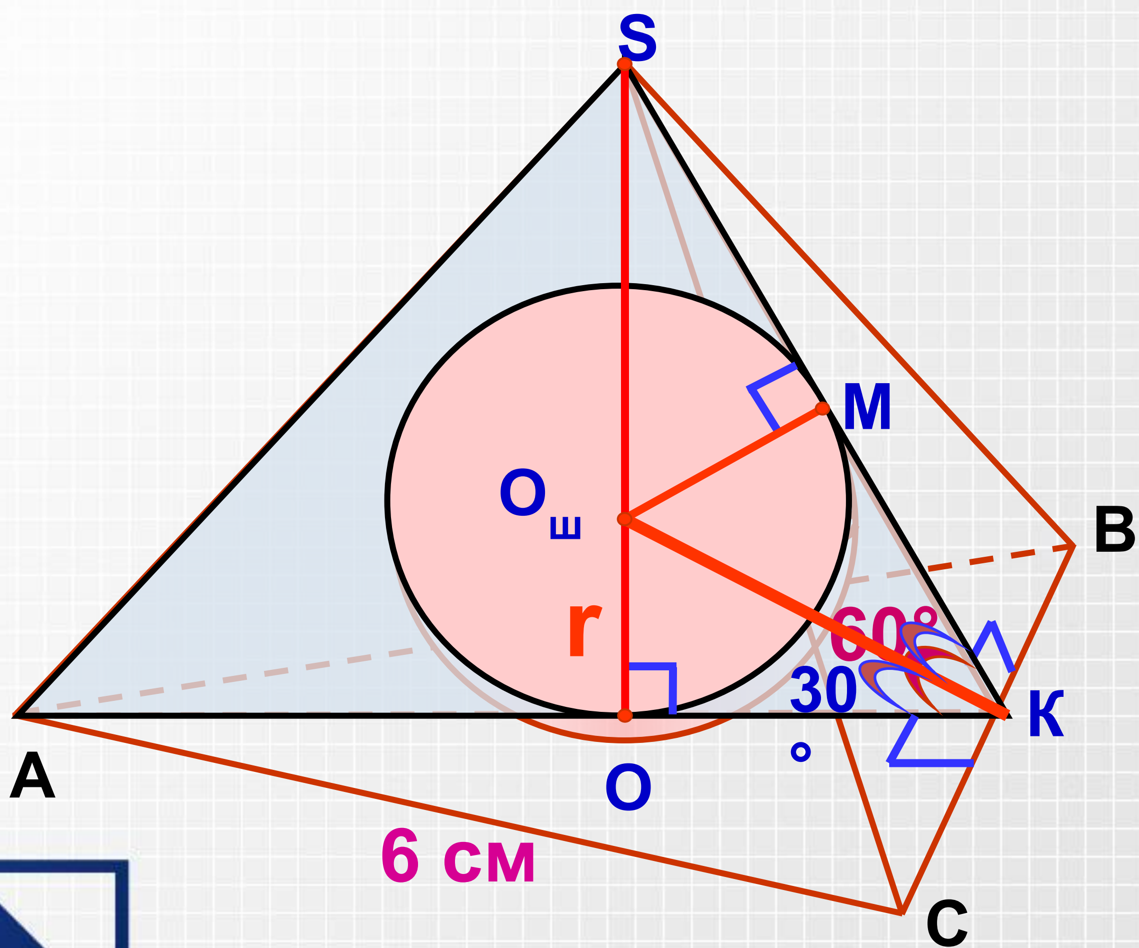
Следствие 1. Центр шара, вписанного в пирамиду, у которой боковые грани одинаково наклонены к основанию, лежит в точке пересечения высоты пирамиды с биссектрисой линейного угла любого двугранного угла при основании пирамиды, стороной которого служит высота боковой грани, проведенная из вершины пирамиды.

Следствие 2 В правильную пирамиду можно вписать шар.

Ответим устно!

1. Приведите пример пирамиды, в которую нельзя вписать сферу?
2. При каком условии в правильную четырехугольную усеченную пирамиду можно вписать сферу?

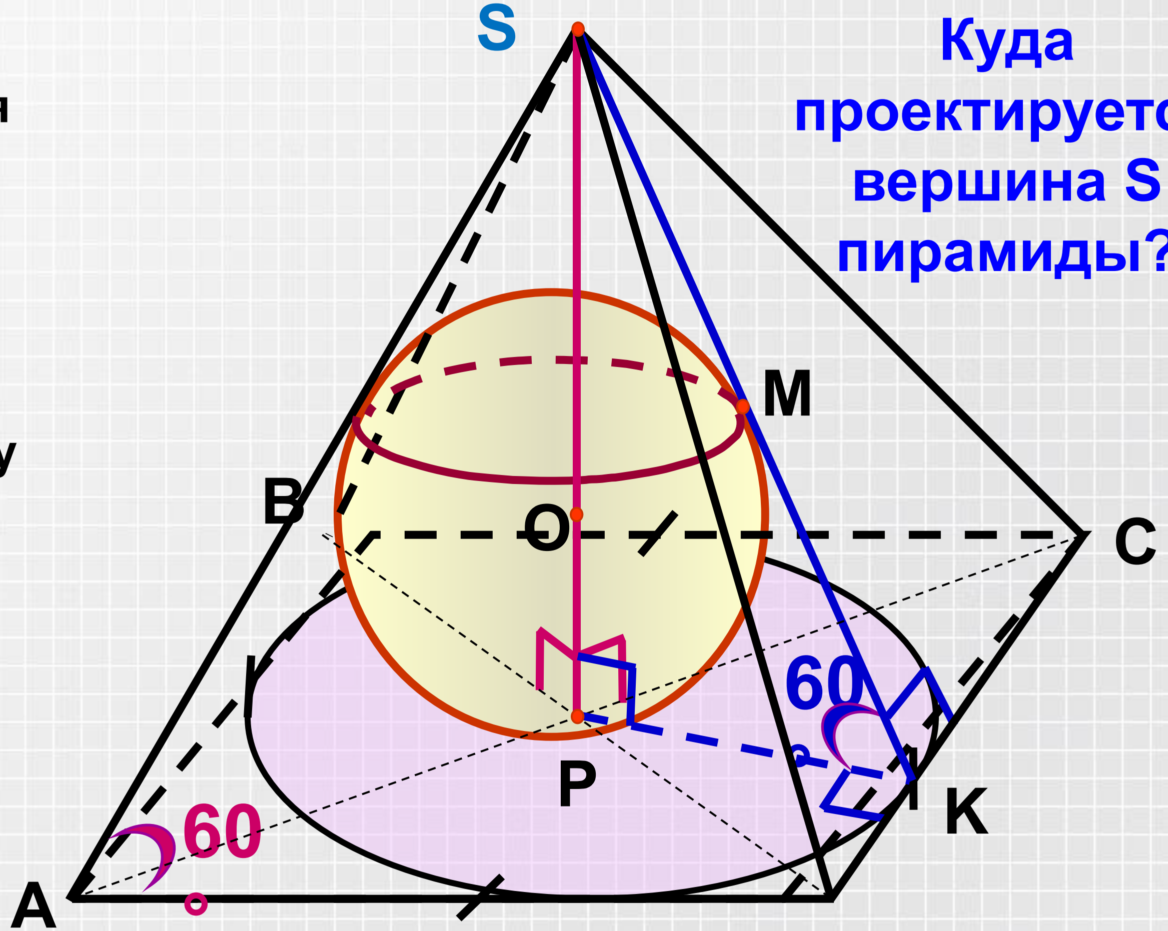
Комбинация сферы и пирамиды



1. В правильную треугольную пирамиду вписан шар. Найдите радиус шара, если сторона основания пирамиды равна 6 см и апофема наклонена к плоскости основания под углом 60°.

Комбинация сферы и пирамиды

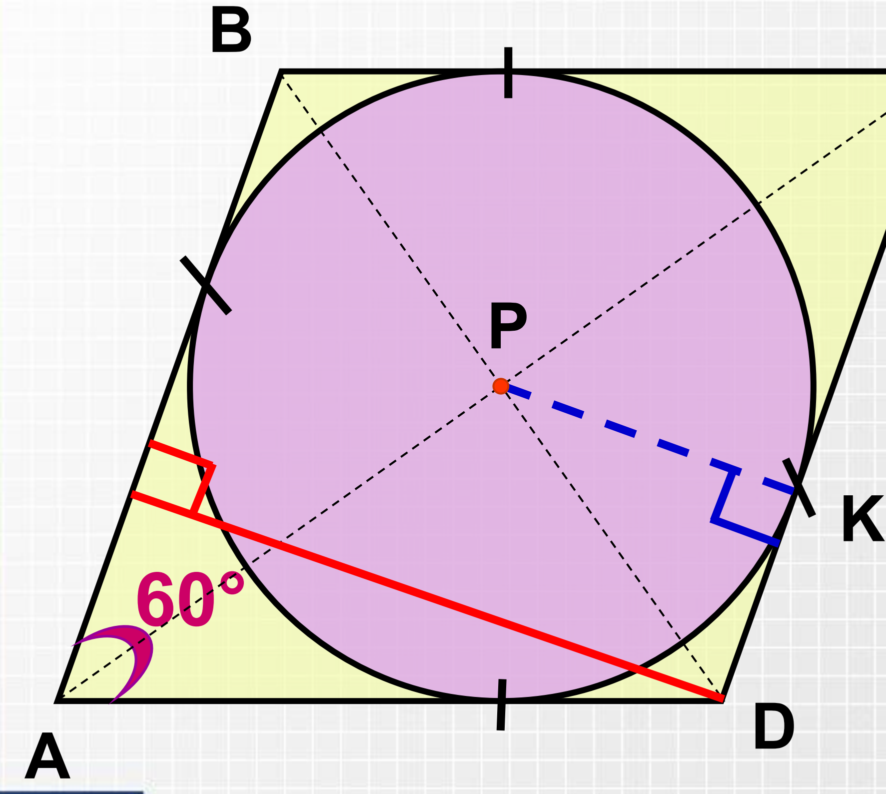
2. Основанием пирамиды является ромб с острым углом 60°, боковые грани составляют с плоскостью основания углы по 60°. Найдите высоту пирамиды и сторону основания, если площадь поверхности вписанного в нее шара равна 64π.

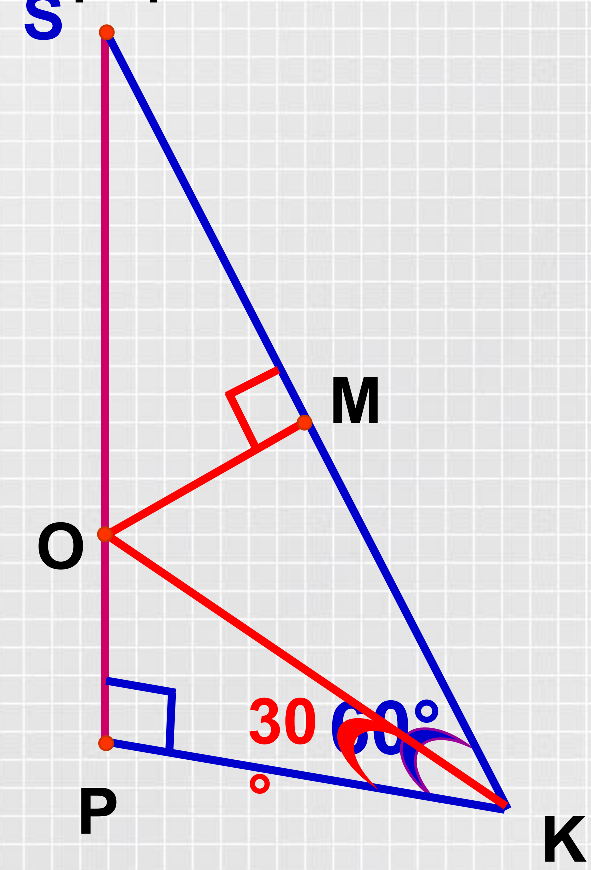


Куда проектируется вершина S пирамиды?

Сделаем выносные чертежи.

2. Основанием пирамиды является ромб с острым углом 60°, боковые грани составляют с плоскостью основания углы по 60°. Найдите высоту пирамиды и сторону основания, если площадь поверхности вписанного в нее шара равна 64π.





Комбинация сферы и пирамиды

Из учебника Л.С.Атанасяна № 635, №638 (б), №640, №641.

Комбинация шара и усеченной пирамиды

1. **Шар, описанный около правильной усеченной пирамиды.**

Теорема . Около любой правильной усеченной пирамиды можно описать шар. (Это условие является достаточным, но не является необходимым)

2. **Шар, вписанный в правильную усеченную пирамиду.**

Теорема . В правильную усеченную пирамиду можно вписать шар в том и только в том случае, если апофема пирамиды равна сумме апофем оснований.

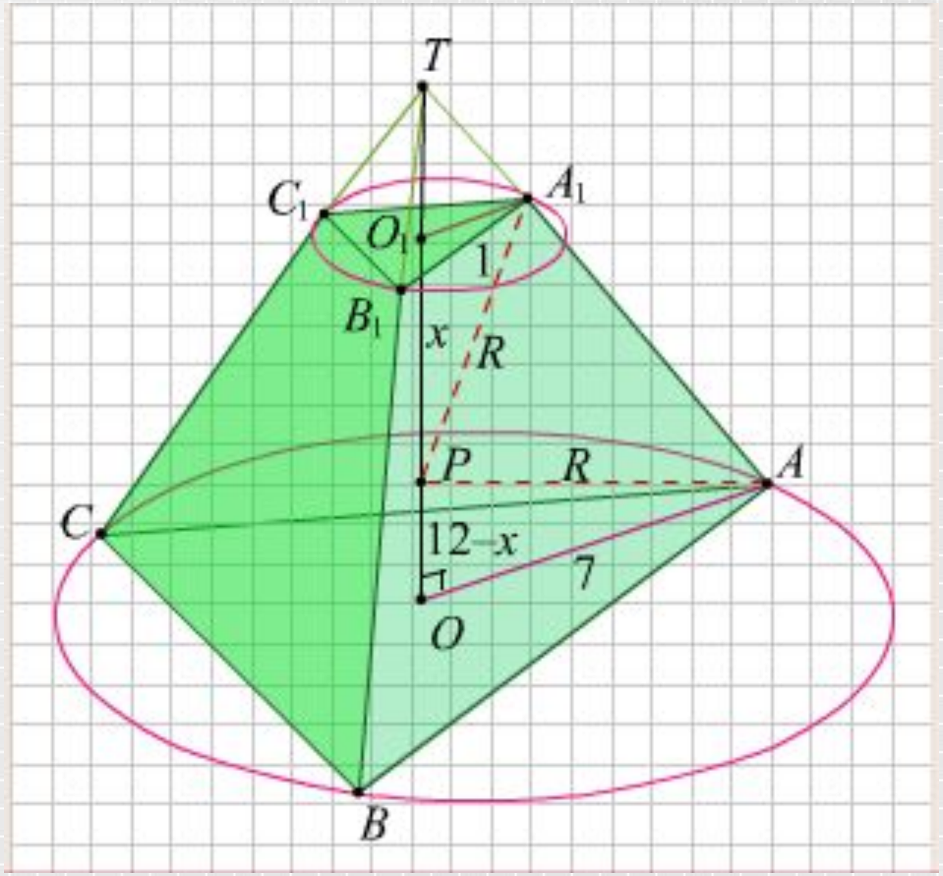
Ответим устно!

1. При каком условии в правильную четырехугольную усеченную пирамиду можно вписать сферу?
2. В треугольную усеченную пирамиду вписана сфера. Какая точка пирамиды является центром сферы?

Комбинация шара и усеченной пирамиды

Найти радиус описанной сферы правильной усеченной треугольной пирамиды высотой 12 см, если стороны нижнего и верхнего оснований соответственно равны

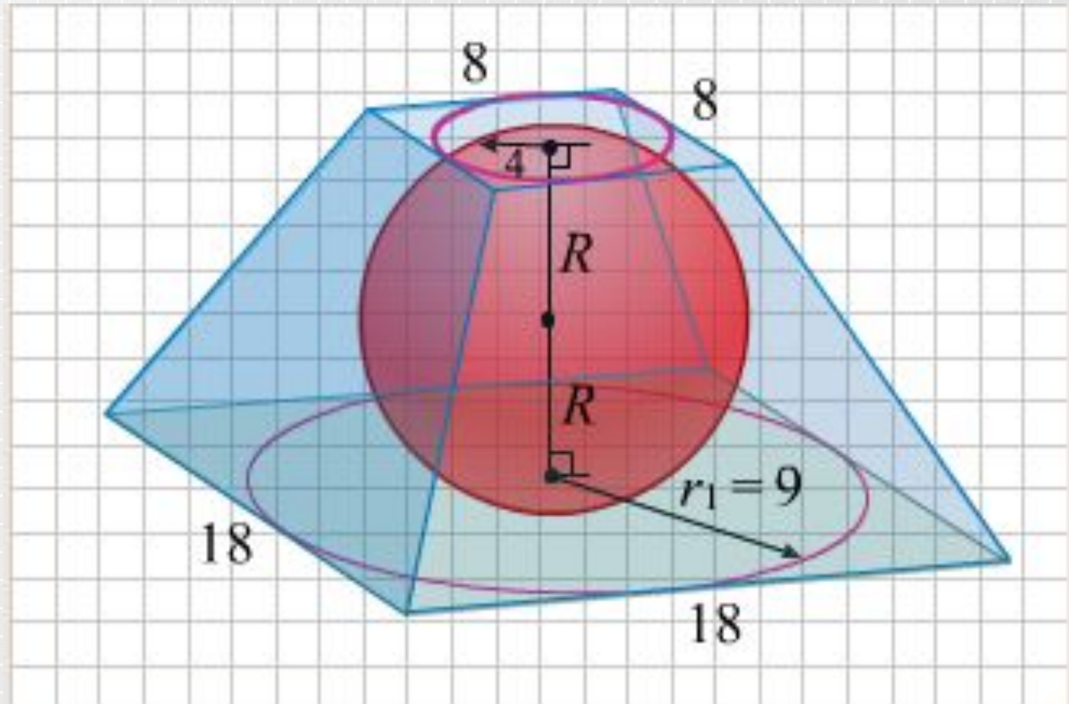
$\sqrt{3}$ и $7\sqrt{3}$



Комбинация шара и усеченной пирамиды

В правильную четырехугольную усеченную пирамиду вписан шар. Стороны нижнего и верхнего оснований равны

18 и 8 см соответственно. Требуется найти радиус шара, объем пирамиды.



Комбинация шара и усеченной пирамиды

Из учебника Л.С.Атанасяна № 636.

Комбинация шара с круглыми телами

Теорема. Около цилиндра, усеченного конуса (прямых круговых), конуса можно описать шар.

Теорема. В цилиндр (прямой круговой) можно вписать шар в том и только в том случае, если цилиндр равносторонний.

Теорема. В любой конус (прямой круговой) можно вписать шар.

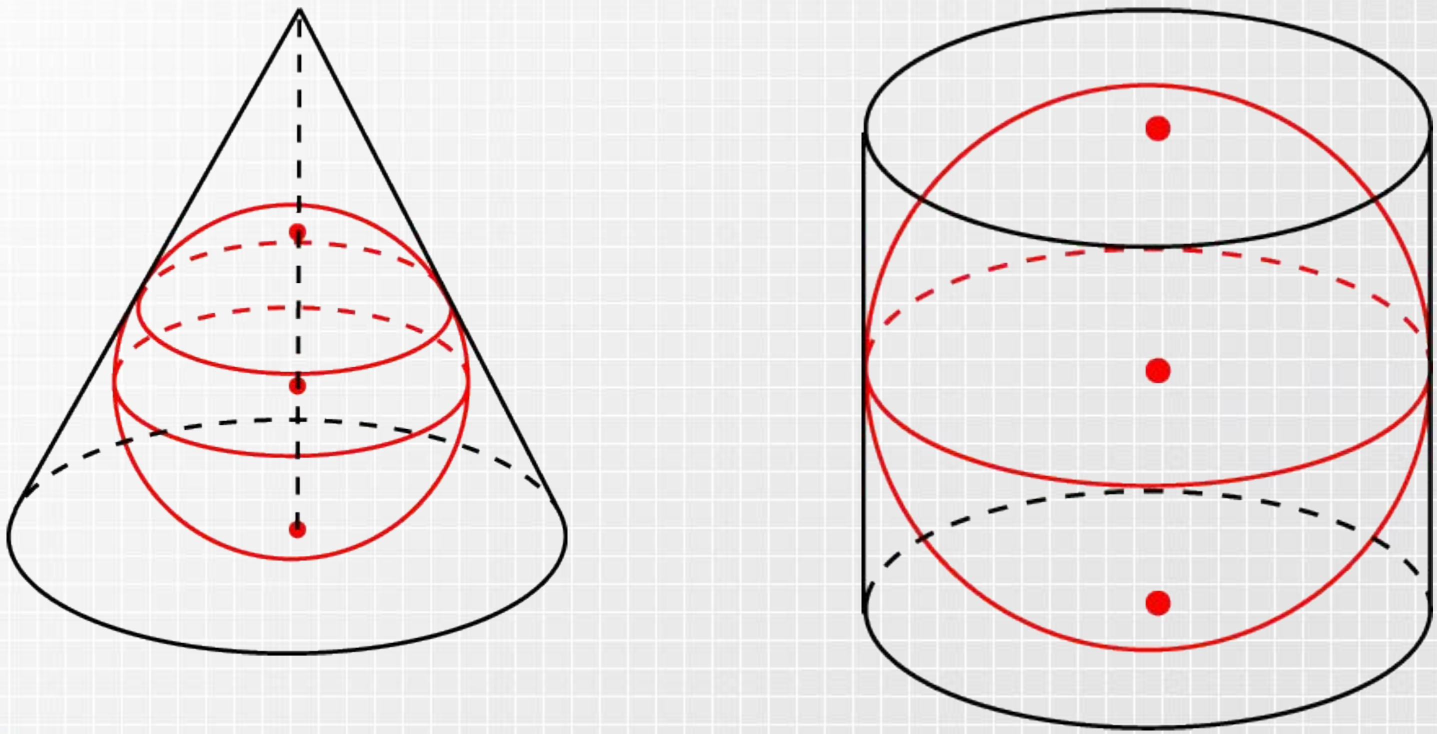
Теорема. В усеченный конус (прямой круговой) можно вписать шар в том и только в том случае, если его образующая равна сумме радиусов оснований.

Ответим устно!

1. Можно ли описать сферу около цилиндра (прямого кругового)?
2. Можно ли описать сферу около конуса, усеченного конуса (прямых круговых)?
3. Во всякий ли цилиндр можно вписать сферу? Какими свойствами должен обладать цилиндр, чтобы в него можно было вписать сферу
4. Во всякий ли конус можно вписать сферу? Как определить положение центра сферы, вписанной в конус? ?

Комбинация шара с круглыми телами

Из учебника Л.С.Атанасяна № 642, №643, №644, №645, №646.



Заключение

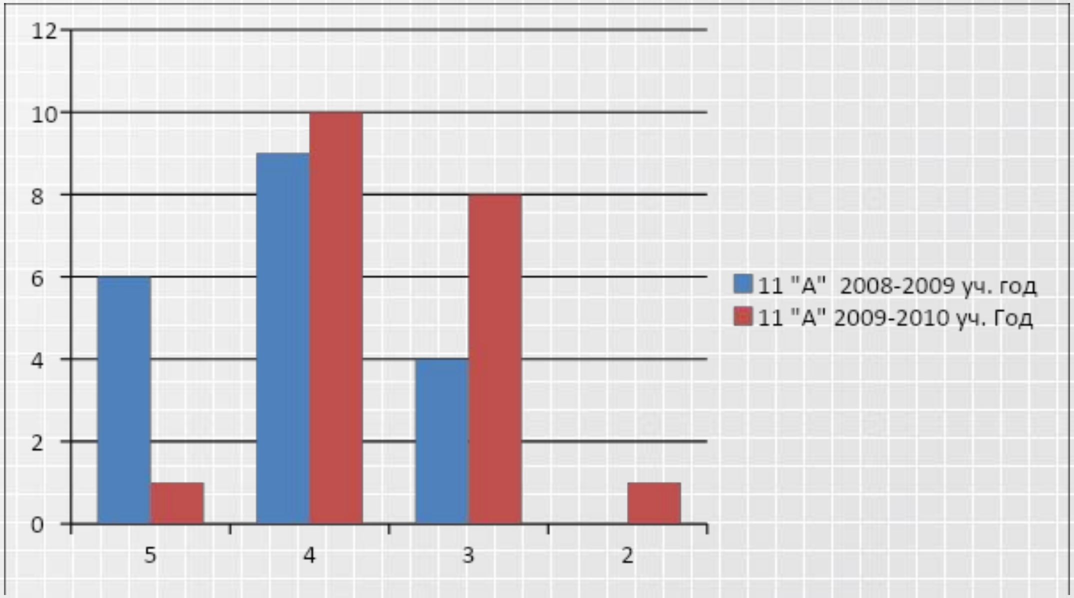
На изучение темы «Разные задачи на многогранники, цилиндр, конус и шар» по планированию отводятся три урока. За такое короткое время детально изучить тему, научить учащихся решать задачи очень трудно. Поэтому, проект создан с целью помочь учителю в достижении поставленных целей.

Данный материал содержит теоретические сведения по данной теме, а также набор устных вопросов и задач, учитель может использовать в зависимости от степени подготовленности и уровня развития учащихся конкретного класса.

Проект был опробован на уроках геометрии в 11 «А» классе 2009 – 2010 уч. года. Это общеобразовательный класс со средней успеваемостью.

Заключение

Диаграмма отражает сравнение результатов самостоятельной работы, проведенной после изучения данной темы в двух классах 11 «А» 2008-2009 учебного года, где тема изучалась традиционно, и 11 «А» 2009-2010 учебного года – изучение темы велось на основе данного материал.



Заключение

Использование компьютера на уроках – это не дань моде, не способ переложить на плечи компьютера многогранный творческий труд учителя, а лишь одно из средств, позволяющих активизировать познавательную деятельность, увеличить эффективность урока.

«Детская природа ясно требует наглядности. Учите ребенка каким-нибудь пяти неизвестным ему словам, и он будет долго и напрасно мучиться над ними; но свяжите с картинками двадцать таких слов - и ребенок усвоит их на лету. Вы объясняете ребенку очень простую мысль, и он вас не понимает; вы объясняете тому же ребенку сложную картину, и он вас понимает быстро... Если вы входите в класс, от которого трудно добиться слова.,,, начните показывать картинки, и класс заговорит, а главное, заговорит свободно…».

К.Д. Ушинский

Литература

1. http://saripkro.r2.ru/for_teacher/konkurs/matem/grish/index.htm
2. http://eor.edu.ru/card/2569/zadachi-na-kombinacii-mnogogrannikov-i-tel-vrasheniya-i1.html
3. http://festival.1september.ru/articles/502677/
4. http://festival.1september.ru/articles/211460/
5. http://www.it-n.ru/