



2016  
**ЕГЭ**

**Практикум №6**  
**по решению**  
**планиметрических задач**  
**( базового уровня)**



**Задания №15**  
**базового уровня**  
**(прямоугольник)**

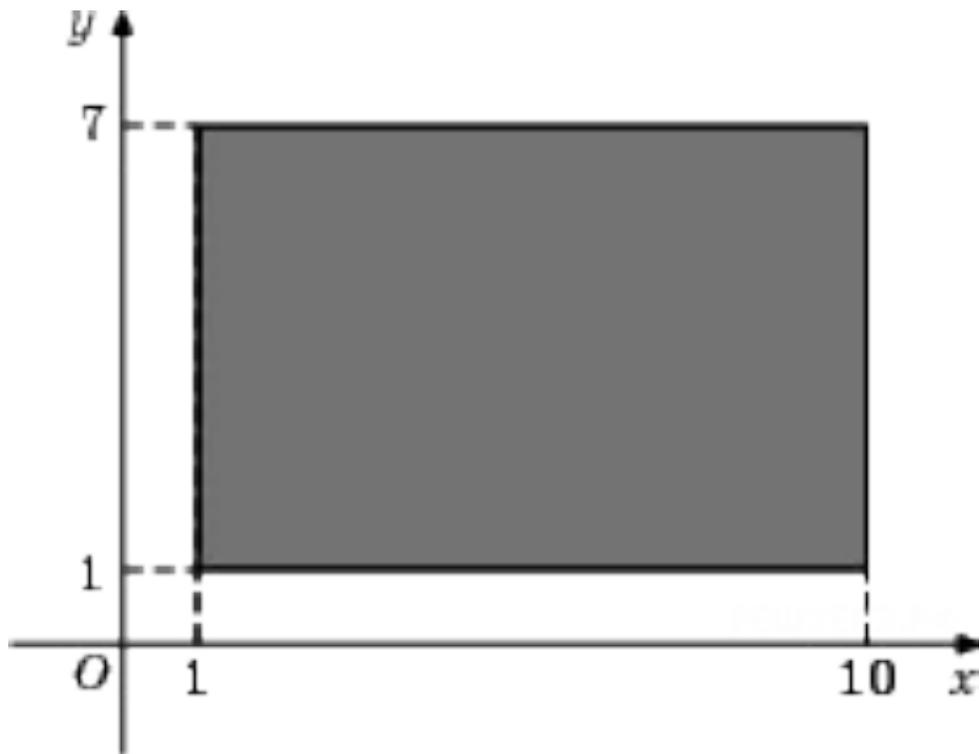
# Содержание



- Задача №1
- Задача №2
- Задача №3
- Задача №4
- Задача №5
- Задача №6
- Задача №7
- Задача №8
- Задача №9
- Задача №10
- Задача №11
- Задача №12
- Задача №13
- Задача №14
- Задача №15
- Задача №16
- Задача №17
- Задача №18
- Задача №19
- Задача №20
- Задача №21
- Задача №22
- Задача №23
- Задача №24
- Задача №25
- Задача №26
- Задача №27
- Задачи для самостоятельного решения

# Задача №1

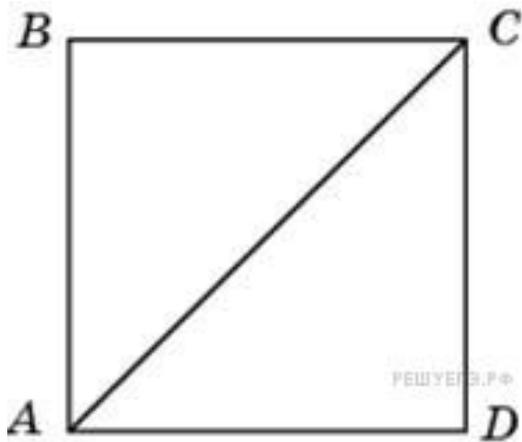
Найдите площадь прямоугольника, вершины которого имеют координаты (1;1), (10;1), (10;7), (1;7).



$$S = 6 \cdot 9 = 54$$

# Задача №2

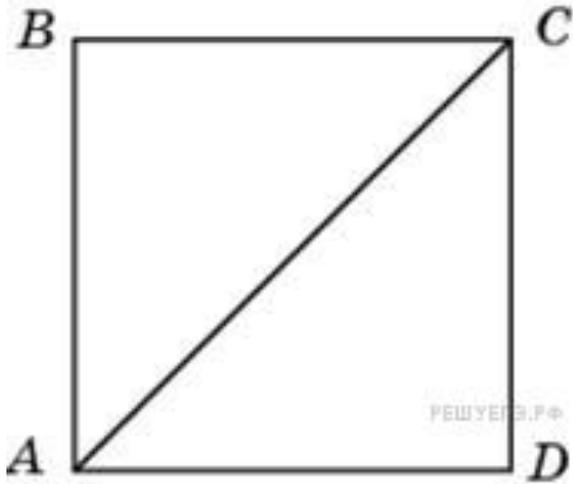
Найдите площадь квадрата, если его диагональ равна 1.



Площадь квадрата равна половине произведения его диагоналей. Поэтому она равна 0,5.

# Задача №3

Найдите диагональ квадрата, если его площадь равна 2



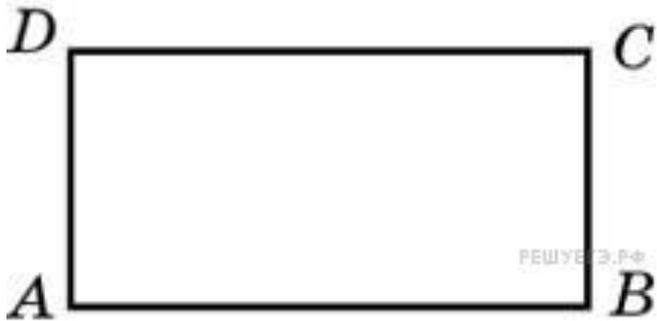
Площадь квадрата равна половине произведения его диагоналей. Поэтому произведение диагоналей равно 4, а каждая из них равна 2.

# Задача №4

Найдите сторону квадрата, площадь которого равна площади прямоугольника со сторонами 4 и 9.

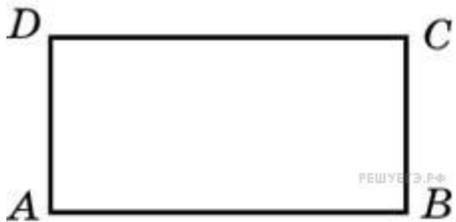
$$S = 4 \cdot 9 = 36$$

Поэтому сторона квадрата, площадь которого равна 36, равна 6.



# Задача №5

Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 18, и одна сторона на 3 больше другой.



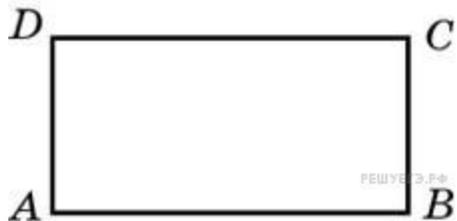
Пусть одна из сторон прямоугольника равна  $a$ , тогда вторая равна  $a+3$ .

$$P = 2a + 2(a + 3) = 18; \quad 2a + 2a + 6 = 18; \quad 4a = 12; \quad a = 3$$

$$S = 3 \cdot 6 = 18.$$

# Задача №6

Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 18, а отношение соседних сторон равно 1:2.

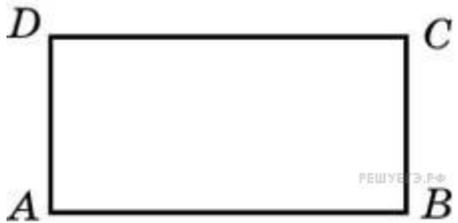


Пусть одна из сторон прямоугольника равна  $a$ , тогда вторая равна  $2a$ .

Периметр будет соответственно равен  $P = 2a + 2a = 4a$ ;  $4a = 18$ , тогда одна из сторон равна 3, а другая 6. Поэтому  $S = 3 \cdot 6 = 18$ .

# Задача №7

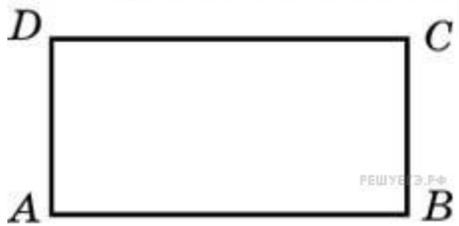
Найдите периметр прямоугольника, если его площадь равна 18, а отношение соседних сторон равно 1:2.



Пусть одна из сторон прямоугольника равна  $a$ , тогда вторая равна  $2a$ . Площадь прямоугольника будет равна  $S = 2a^2 = 18$ , тогда одна из сторон равна 3, а другая 6. Поэтому  $P = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 6 = 18$ .

# Задача №8

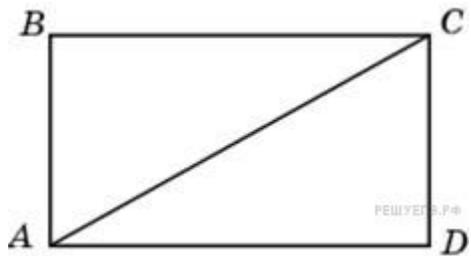
Периметр прямоугольника равен 42, а площадь 98. Найдите большую сторону



Пусть одна из сторон прямоугольника равна  $a$ , вторая равна  $b$ . Площадь и периметр прямоугольника будут соответственно равны  $S = a \cdot b = 98$ ,  $P = 2 \cdot a + 2 \cdot b = 42$ . Решая систему из этих уравнений, получаем, что  $a_1 = 7$ ,  $a_2 = 14$ ,  $b_1 = 14$ ,  $b_2 = 7$ . Значит большая сторона равна 14.

# Задача №9

Периметр прямоугольника равен 34, а площадь равна 60. Найдите диагональ этого прямоугольника.

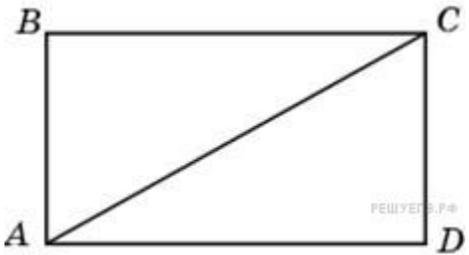


Диагональ разбивает прямоугольник на два прямоугольных треугольника, в которых она является гипотенузой. Пусть длина диагонали равна  $c$ , тогда по теореме Пифагора

$$c = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{25 + 144} = 13.$$

# Задача №10

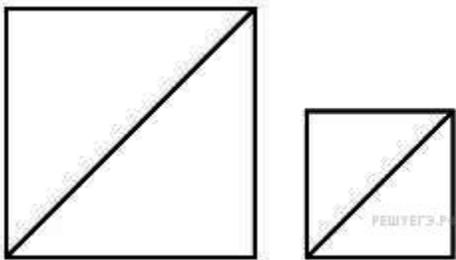
Сторона прямоугольника относится к его диагонали, как 4:5, а другая сторона равна 6. Найдите площадь прямоугольника.



Пусть одна из сторон прямоугольника равна  $4a$ , тогда диагональ равна  $5a$ . Диагональ образует в прямоугольнике два прямоугольных треугольника. По теореме Пифагора  $16a^2 + 36 = 25a^2$ , тогда  $9a^2 = 36$ , откуда  $a = 2$ . Значит  $S = 8 \cdot 6 = 48$ .

# Задача №11

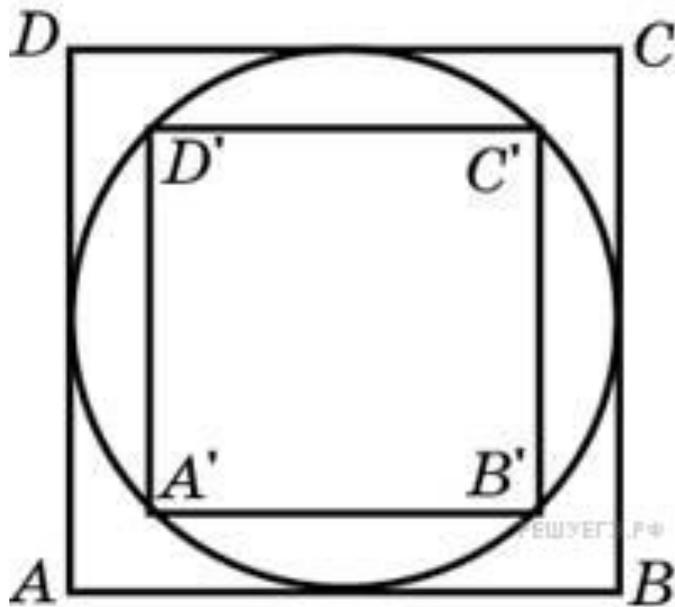
Даны два квадрата, диагонали которых равны 10 и 6. Найдите диагональ квадрата, площадь которого равна разности площадей данных квадратов.



Площадь квадрата равна половине квадрата его диагонали. Поэтому площадь первого квадрата равна **50**, а площадь второго квадрата равна **18**. Разность найденных площадей равна **32**, значит, квадрат искомой диагонали равен **64**, а сама она равна **8**.

# Задача №12

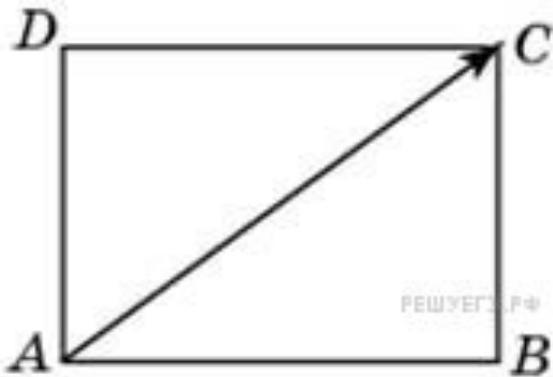
Во сколько раз площадь квадрата, описанного около окружности, больше площади квадрата, вписанного в эту окружность?



Пусть радиус окружности равен  $R$ . Тогда сторона описанного вокруг нее квадрата равна  $2R$ , а его площадь, равная квадрату стороны, равна  $4R^2$ . Диагональ вписанного квадрата также равна  $2R$ , поэтому его площадь, равная половине произведения диагоналей, равна  $2R^2$ . Значит, отношение площади описанного квадрата к площади вписанного равно **2**.

# Задача №13

Две стороны прямоугольника ABCD равны 6 и 8. Найдите длину вектора AC .



Вектор AC образует в прямоугольнике два прямоугольных треугольника. Поэтому по теореме Пифагора

$$AC = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$$

# Задача № 14

Две стороны прямоугольника  $ABCD$  равны 6 и 8. Найдите сумму векторов  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{AD}$ .



Сумма векторов  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{AD}$  равна вектору  $\overrightarrow{AC}$ . Вектор  $\overrightarrow{AC}$  образует в прямоугольнике два прямоугольных треугольника. Поэтому по теореме Пифагора

$$AC = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$$

# Задача №15

Две стороны прямоугольника ABCD равны 6 и 8. Найдите разность векторов



Разность векторов **AB** и **AD** равна вектору **DB**. Вектор **DB** образует в прямоугольнике два прямоугольных треугольника. Поэтому

$$DB = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$$

# Задача №16

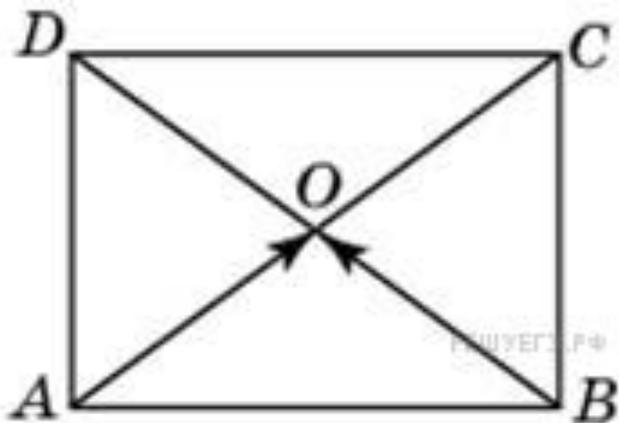
Две стороны прямоугольника  $ABCD$  равны 6 и 8. Найдите скалярное произведение векторов  $AB$  и  $AD$ .



Скалярное произведение двух векторов равно произведению их длин на косинус угла между ними. Так как косинус прямого угла равен нулю, то и скалярное произведение тоже равно нулю.

# Задача №17

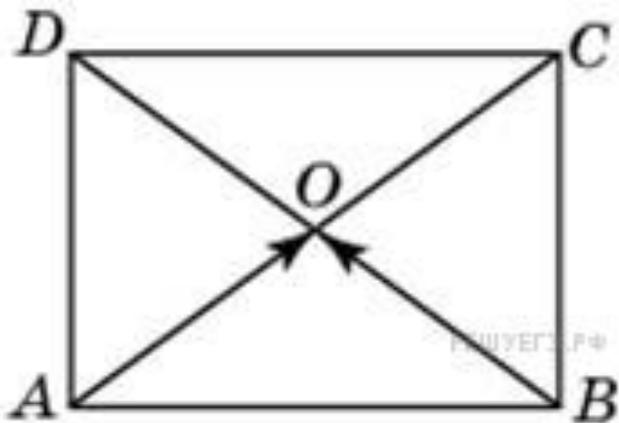
Две стороны прямоугольника  $ABCD$  равны 6 и 8. Диагонали пересекаются в точке  $O$ .  
Найдите длину суммы векторов  $AO$  и  $BO$ .



Сумма векторов  $AO$  и  $BO$  равна вектору  $AD$ . Значит его длина равна 6.

# Задача №18

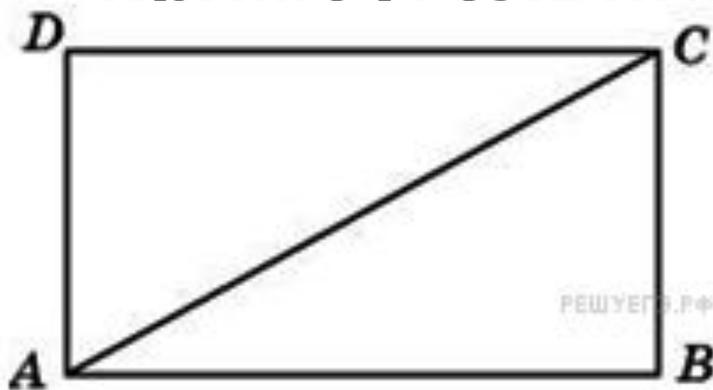
Две стороны прямоугольника  $ABCD$  равны 6 и 8. Диагонали пересекаются в точке  $O$ .  
Найдите длину разности векторов  $AO$  и  $BO$ .



Разность векторов  $AO$  и  $BO$  равна вектору  $AB$ . Значит длина вектора равна 8.

# Задача №19

Найдите диагональ прямоугольника, если его периметр равен 28, а периметр одного из треугольников, на которые диагональ разделила прямоугольник, равен 24.

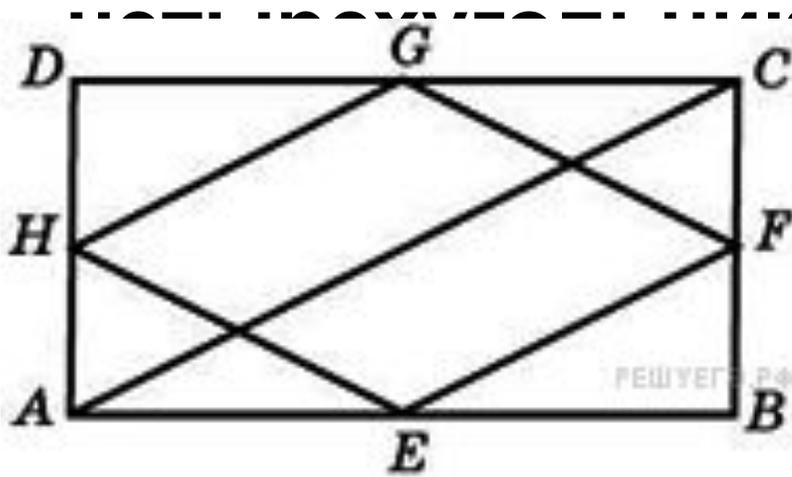


Сумма двух периметров треугольников отличается от периметра прямоугольника на две длины диагонали, значит

$$AC = \frac{2P_{ACD} - P_{ABCD}}{2} = \frac{48 - 28}{2} = 10$$

# Задача №20

Средины сторон прямоугольника, диагональ которого равна 5, последовательно соединены отрезками. Найдите периметр образовавшегося



а. Четырехугольник  $ENGF$  ромб, значит, его периметр равен  $4 \cdot EF$ . Стороны искомого четырехугольника равны средним линиям треугольников, образуемых диагоналями и сторонами данного четырехугольника. Значит стороны искомого четырехугольника равны половинам диагоналей. Значит, имеем:

$$P_{ENGF} = 4EF = 4 \cdot \frac{1}{2}AC = 10$$

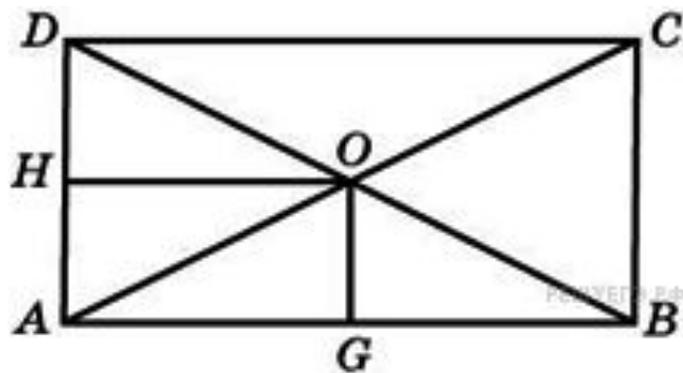
# Задача №21

В прямоугольнике расстояние от точки пересечения диагоналей до меньшей стороны на 1 больше, чем расстояние от нее до большей стороны. Периметр прямоугольника равен 28. Найдите меньшую сторону прямоугольника.

$$OH = OG + 1 \Rightarrow AB = AD + 2$$

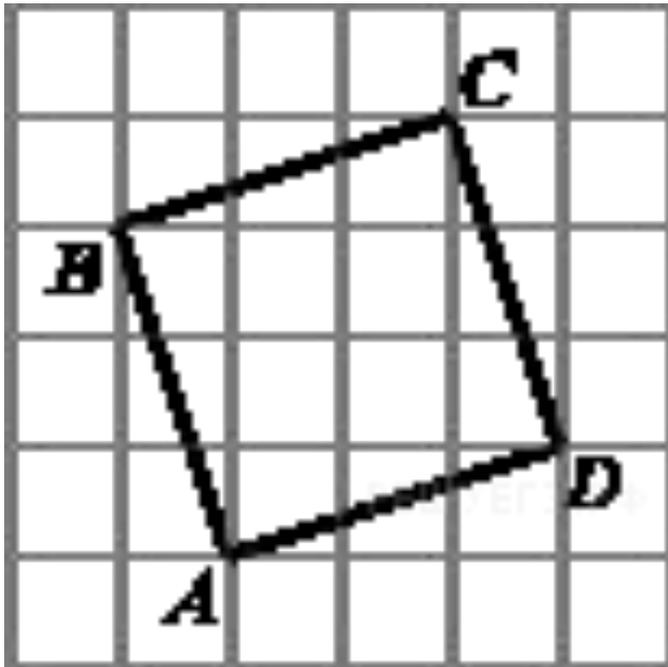
$$P_{ABCD} = 2(AB + AD) = 2(AD + AD + 2) = 4AD + 4,$$

$$28 = 4AD + 4 \Leftrightarrow AD = 6.$$



# Задача №22

Найдите периметр четырехугольника ABCD, если стороны квадратных клеток равны  $\sqrt{10}$ .



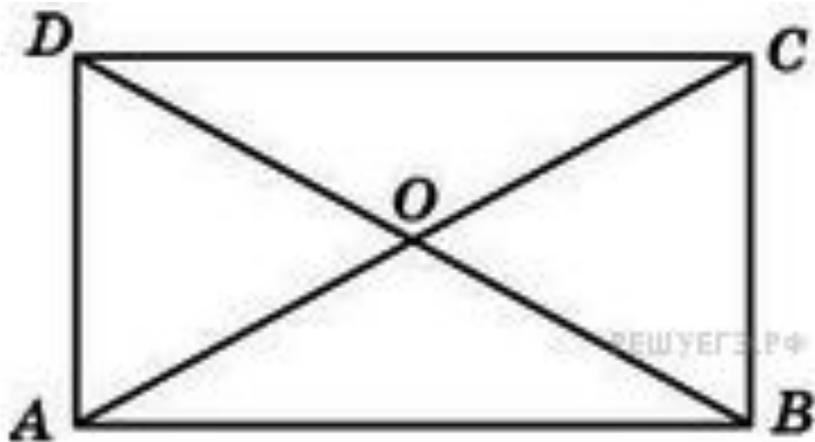
по теореме Пифагора найдем сторону четырехугольника:

$$AB = \sqrt{10} \cdot \sqrt{3^2 + 1^2} = 10$$

$$4AB = 40$$

# Задача №23

Меньшая сторона прямоугольника равна 6,  
диагонали пересекаются под углом  $60^\circ$ .  
Найдите диагонали прямоугольника.



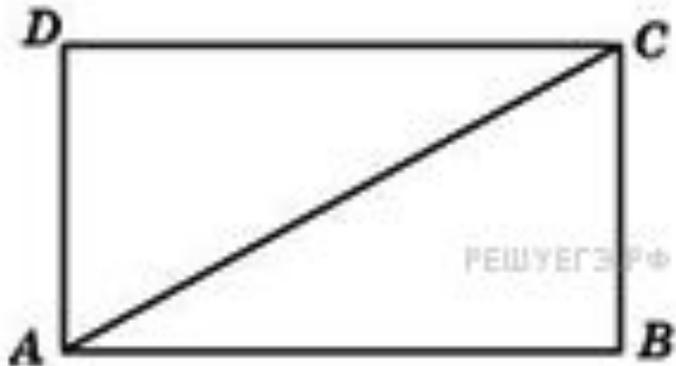
$$\angle DOA = 60^\circ$$

значит, треугольник **DOA** – равносторонний

$$DB = 2OD = 2AD = 12$$

# Задача №24

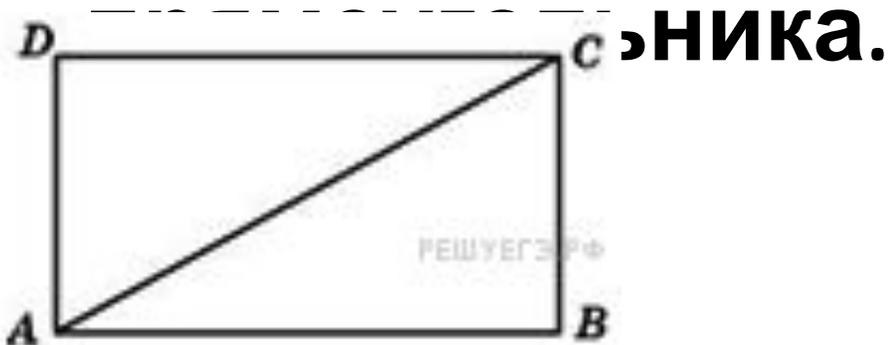
Диагональ прямоугольника вдвое больше одной из его сторон. Найдите больший из углов, который образует диагональ со сторонами прямоугольника? Ответ выразите в градусах.



Диагональ прямоугольника является гипотенузой прямоугольного треугольника. Так как она вдвое больше одной из сторон прямоугольника, являющейся катетом того же треугольника, то угол, лежащий против этой стороны, равен  $30^\circ$ . Больший угол будет равен  $90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

# Задача №25

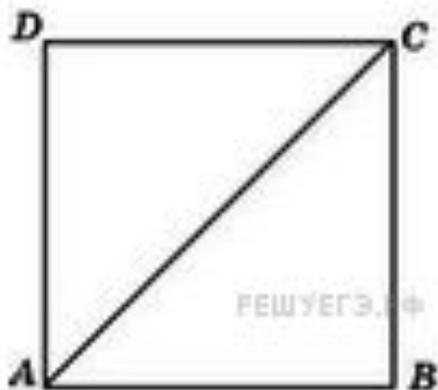
В прямоугольнике диагональ делит угол в отношении  $1 : 2$ , меньшая его сторона равна 6. Найдите диагональ данного



Т.к. диагональ делит угол в отношении  $1 : 2$ , значит, углы равны  $30^\circ$  и  $60^\circ$ . Диагональ тогда равна удвоенной длине катета, лежащего против угла в  $30^\circ$ , то есть **12**.

# Задача №26

Найдите сторону квадрата, диагональ которого равна  $\sqrt{8}$ .

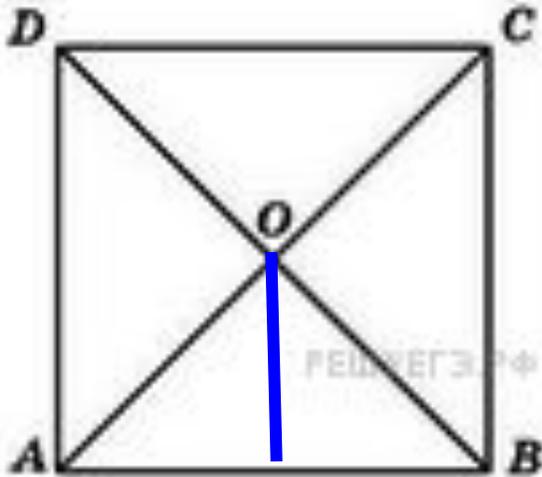


$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 2AB^2$$

$$AB = \sqrt{\frac{AC^2}{2}} = 2$$

# Задача №27

В квадрате расстояние от точки пересечения диагоналей до одной из его сторон равно 7. Найдите периметр этого квадрата.



В квадрате расстояние от точки пересечения диагоналей до стороны равно половине стороны. Поэтому сторона квадрата равна **14**, а тогда его периметр **56**.



**Задачи**

**для**

**самостоятельного  
решения**

# Задача №1

Решите самостоятельно

- 1) Найдите площадь прямоугольника, вершины которого имеют координаты  $(1;2)$ ,  $(10;2)$ ,  $(10;7)$ ,  $(1;7)$ .  
Ответ:
- 2) Найдите площадь прямоугольника, вершины которого имеют координаты  $(2;2)$ ,  $(10;2)$ ,  $(10;9)$ ,  $(2;9)$  .  
Ответ:
- 3) Найдите площадь прямоугольника, вершины которого имеют координаты  $(4;1)$ ,  $(10;1)$ ,  $(10;8)$ ,  $(4;8)$  .  
Ответ:



# Задача №2 **Решите самостоятельно**

- 1) Найдите площадь квадрата, если его диагональ равна 38.      Ответ: 722
- 2) Найдите площадь квадрата, если его диагональ равна 30.      Ответ:
- 3) Найдите площадь квадрата, если его диагональ равна 16.      Ответ:



# Задача №5

Решите самостоятельно

- 1) Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 80, и одна сторона на 6 больше другой. Ответ:
- 2) Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 12, и одна сторона на 2 больше другой. Ответ:
- 3) Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 88, и одна сторона на 6 больше другой. Ответ:



# Задача №6 **Решить самостоятельно**

- 1) Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 140, а отношение соседних сторон равно 4:31.

Ответ:496

- 2) Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 126, а отношение соседних сторон равно 2:19.

-  2) Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 64, а отношение соседних сторон равно 3:13.

# Задача №7 **Решить самостоятельно**

- 1) Найдите периметр прямоугольника, если его площадь равна 176, а отношение соседних сторон равно 4:11.

Ответ:60

- 2) Найдите периметр прямоугольника, если его площадь равна 272, а отношение соседних сторон равно 4:17.

-  2) Найдите периметр прямоугольника, если его площадь равна 432, а отношение соседних сторон равно 4:27.

# Задача №8 Решить самостоятельно

1) Периметр прямоугольника равен 42, а площадь 108. Найдите большую сторону прямоугольника.  
Ответ:

2) Периметр прямоугольника равен 90, а площадь 234. Найдите большую сторону прямоугольника.  
Ответ:

3) Периметр прямоугольника равен 30, а площадь 36. Найдите большую сторону прямоугольника.  
Ответ:



# Задача №10 Решить самостоятельно

- 1) Сторона прямоугольника относится к его диагонали, как 12:13, а другая сторона равна 35. Найдите площадь прямоугольника. Ответ:
- 2) Сторона прямоугольника относится к его диагонали, как 21:29, а другая сторона равна 80. Найдите площадь прямоугольника. Ответ:
- 3) Сторона прямоугольника относится к его диагонали, как 15:17, а другая сторона равна 48. Найдите площадь прямоугольника. Ответ:



# Задача №11 Решить самостоятельно

- 1) Даны два квадрата, диагонали которых равны 196 и 261. Найдите диагональ квадрата, площадь которого равна разности площадей данных квадратов.
- 2) Даны два квадрата, диагонали которых равны 72 и 75. Найдите диагональ квадрата, площадь которого равна разности площадей данных квадратов.
-  3) Даны два квадрата, диагонали которых равны 192 и 200. Найдите диагональ квадрата, площадь которого равна разности площадей данных

# Задача №19 **Решить самостоятельно**

- 1) Найдите диагональ прямоугольника, если его периметр равен 42, а периметр одного из треугольников, на которые диагональ разделила прямоугольник, равен 37.
- 2) Найдите диагональ прямоугольника, если его периметр равен 100, а периметр одного из треугольников, на которые диагональ разделила прямоугольник, равен 87.



# Задача №20 Решить самостоятельно

- 1) Середины сторон прямоугольника, диагональ которого равна 24, последовательно соединены отрезками. Найдите периметр образовавшегося четырехугольника. Ответ: 48
- 2) Середины сторон прямоугольника, диагональ которого равна 46, последовательно соединены отрезками. Найдите периметр образовавшегося четырехугольника.



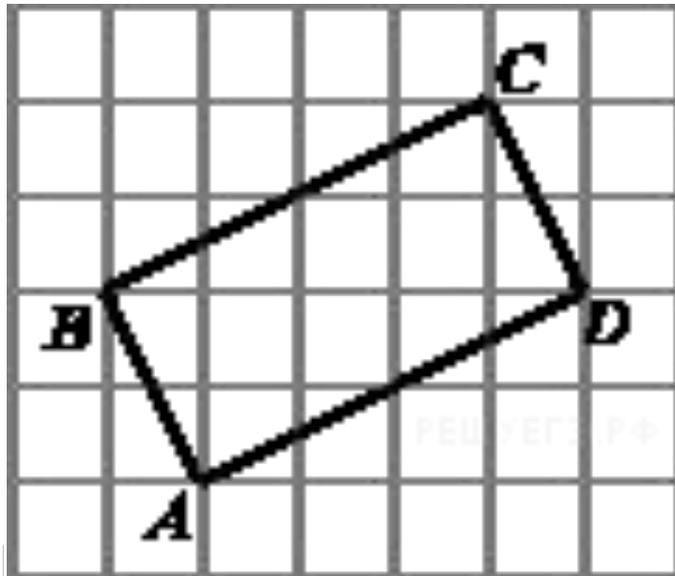
# Задача №21 Решить самостоятельно

- 1) В прямоугольнике расстояние от точки пересечения диагоналей до меньшей стороны на 2 больше, чем расстояние от нее до большей стороны. Периметр прямоугольника равен 52. Найдите меньшую сторону прямоугольника.
- 2) В прямоугольнике расстояние от точки пересечения диагоналей до меньшей стороны на 3 больше, чем расстояние от нее до большей стороны. Периметр прямоугольника равен 124. Найдите меньшую сторону прямоугольника.



# Задача №22 Решить самостоятельно

- 1) Найдите периметр четырехугольника ABCD, если стороны квадратных клеток равны  $\sqrt{5}$ .



Ответ: 30.



# Задача №23 Решить самостоятельно

- 1) **Меньшая сторона прямоугольника равна 59, диагонали пересекаются под углом  $60^\circ$ . Найдите диагонали прямоугольника.**
- 2) **Меньшая сторона прямоугольника равна 1, диагонали пересекаются под углом  $60^\circ$ . Найдите диагонали прямоугольника.**
- 3) **Меньшая сторона прямоугольника равна 18, диагонали пересекаются под углом  $60^\circ$ . Найдите диагонали прямоугольника.**



# Задача №25 Решить самостоятельно

1) В прямоугольнике диагональ делит угол в отношении

1 : 2 , меньшая его сторона равна 57. Найдите диагональ данного прямоугольника.

2) В прямоугольнике диагональ делит угол в отношении

1 : 2 , меньшая его сторона равна 39. Найдите диагональ данного прямоугольника.

3) В прямоугольнике диагональ делит угол в отношении

 : 2 , меньшая его сторона равна 23. Найдите диагональ данного прямоугольника.

# Задача №26 **Решите самостоятельно**

- 1) Найдите сторону квадрата, диагональ которого равна  $5\sqrt{2}$ .      Ответ: 5
- 2) Найдите сторону квадрата, диагональ которого равна  $14\sqrt{2}$ .
- 3) Найдите сторону квадрата, диагональ которого равна  $9\sqrt{2}$ .



# Интернет ресурсы

- [https://img-fotki.yandex.ru/get/15509/83186431.80f/0\\_a284a\\_ce0b20bd\\_S](https://img-fotki.yandex.ru/get/15509/83186431.80f/0_a284a_ce0b20bd_S)
- Шаблон подготовила учитель русского языка и литературы Тихонова Надежда Андреевна



<http://sch-53.ru/files/director/GIA/2016/%D0%95%D0%93%D0%AD%202016.jpg>

- «Решу ЕГЭ» Образовательный портал для подготовки к ЕГЭ и ОГЭ. Режим доступа:  
<http://mathb.reshuege.ru>



Автор и источник заимствования неизвестен