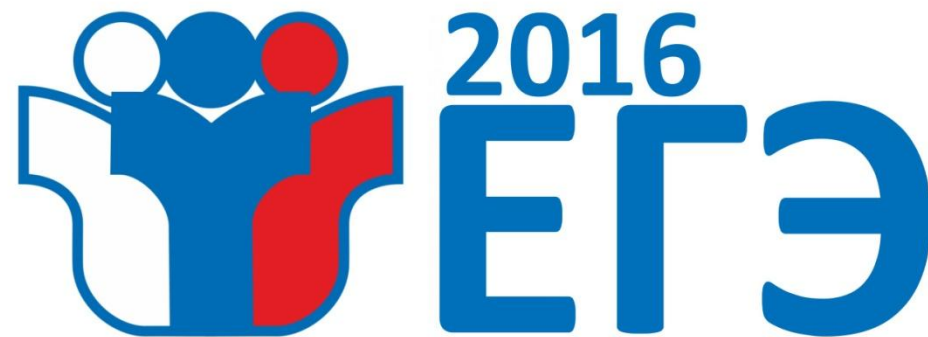




2016
ЕГЭ

Практикум №6
по решению
планиметрических задач
(базового уровня)



Задания №15
базового уровня
(прямоугольник)

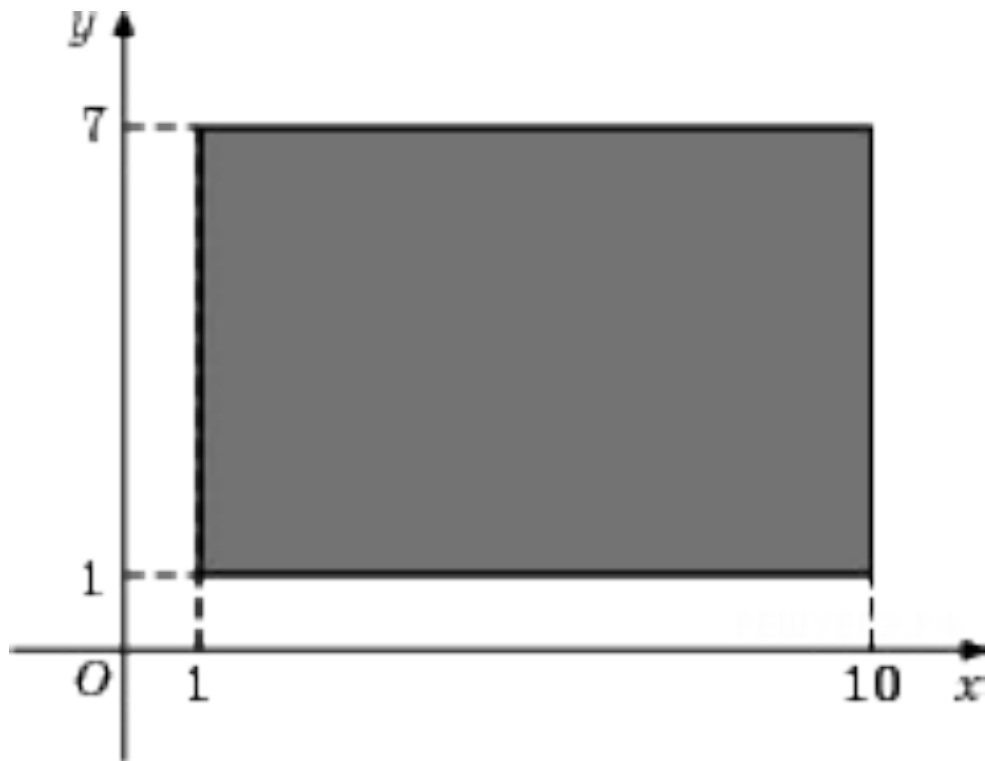
Содержание



- Задача №1
- Задача №2
- Задача №3
- Задача №4
- Задача №5
- Задача №6
- Задача №7
- Задача №8
- Задача №9
- Задача №10
- Задача №11
- Задача №12
- Задача №13
- Задача №14
- Задача №15
- Задача №16
- Задача №17
- Задача №18
- Задача №19
- Задача №20
- Задача №21
- Задача №22
- Задача №23
- Задача №24
- Задача №25
- Задача №26
- Задача №27
- Задачи для самостоятельного решения

Задача №1

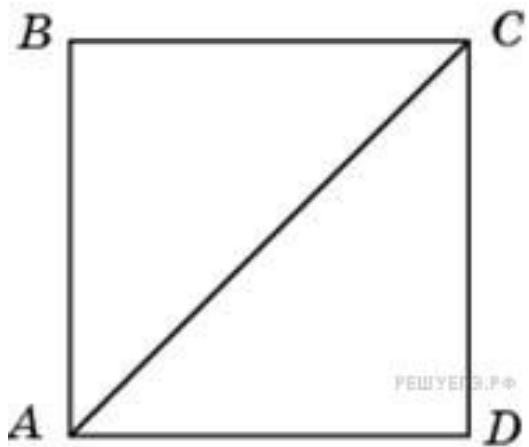
Найдите площадь прямоугольника, вершины которого имеют координаты (1;1), (10;1), (10;7), (1;7).



$$S = 6 \cdot 9 = 54$$

Задача №2

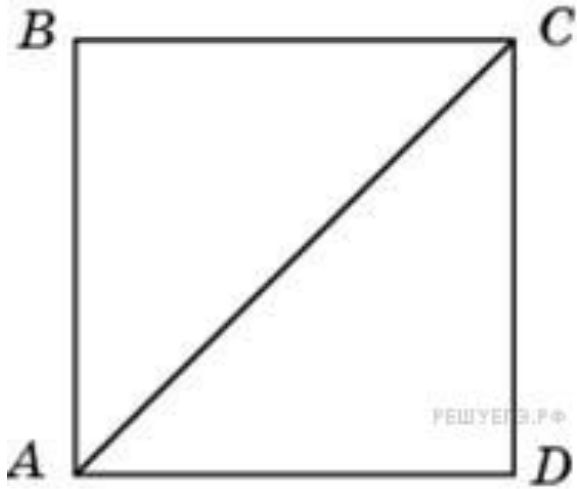
Найдите площадь квадрата, если его диагональ равна 1.



Площадь квадрата равна половине произведения его диагоналей. Поэтому она равна 0,5.

Задача №3

Найдите диагональ квадрата, если его площадь равна 2



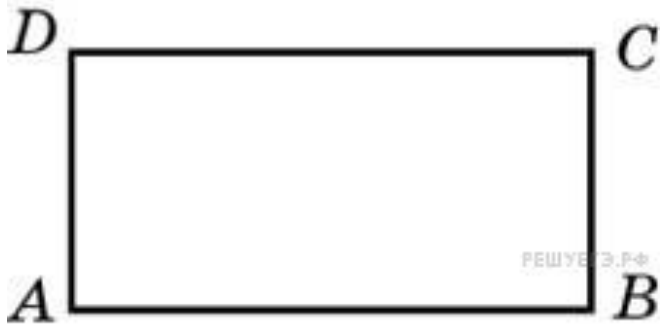
Площадь квадрата равна половине произведения его диагоналей. Поэтому произведение диагоналей равно 4, а каждая из них равна 2.

Задача №4

Найдите сторону квадрата, площадь которого равна площади прямоугольника со сторонами 4 и 9.

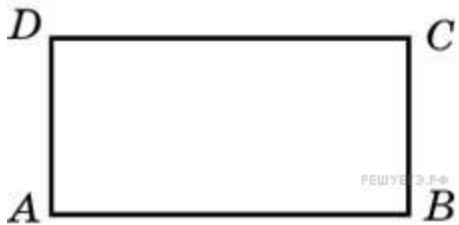
$$S = 4 \cdot 9 = 36$$

Поэтому сторона квадрата, площадь которого равна 36, равна 6.



Задача №5

Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 18, и одна сторона на 3 больше другой.



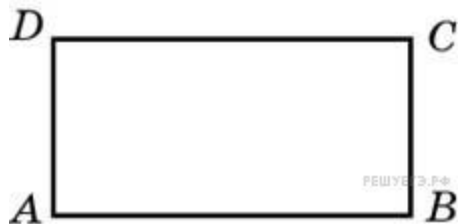
Пусть одна из сторон прямоугольника равна a , тогда вторая равна $a+3$.

$$P = 2a + 2(a + 3) = 18; \quad 2a + 2a + 6 = 18; \quad 4a = 12; \quad a = 3$$

$$S = 3 \cdot 6 = 18.$$

Задача №6

Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 18, а отношение соседних сторон равно 1:2.

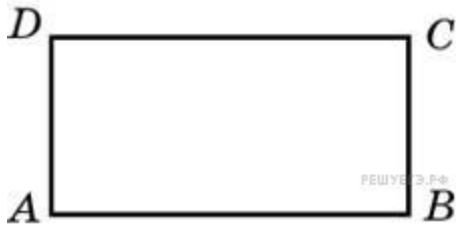


Пусть одна из сторон прямоугольника равна a , тогда вторая равна $2a$.

Периметр будет соответственно равен $P = 2a + 2a = 4a$; $4a = 18$, тогда одна из сторон равна 3, а другая 6. Поэтому $S = 3 \cdot 6 = 18$.

Задача №7

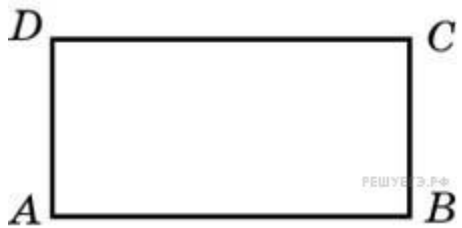
Найдите периметр прямоугольника, если его площадь равна 18, а отношение соседних сторон равно 1:2.



Пусть одна из сторон прямоугольника равна a , тогда вторая равна $2a$. Площадь прямоугольника будет равна $S = 2a^2 = 18$, тогда одна из сторон равна 3, а другая 6. Поэтому $P = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 6 = 18$.

Задача №8

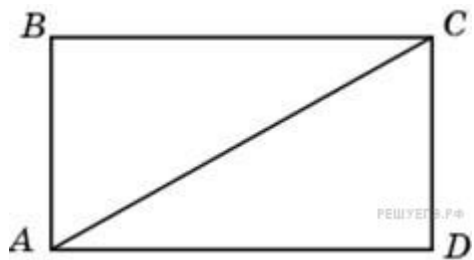
Периметр прямоугольника равен 42, а площадь 98. Найдите большую сторону



Пусть одна из сторон прямоугольника равна a , вторая равна b . Площадь и периметр прямоугольника будут соответственно равны $S = a \cdot b = 98$, $P = 2 \cdot a + 2 \cdot b = 42$. Решая систему из этих уравнений, получаем, что $a_1 = 7$, $a_2 = 14$, $b_1 = 14$, $b_2 = 7$. Значит большая сторона равна 14.

Задача №9

Периметр прямоугольника равен 34, а площадь равна 60. Найдите диагональ этого прямоугольника.

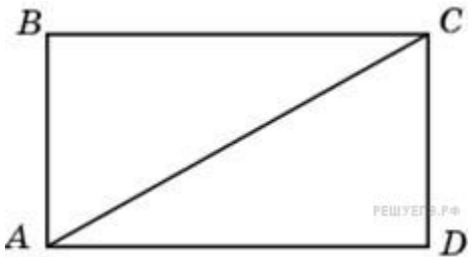


Диагональ разбивает прямоугольник на два прямоугольных треугольника, в которых она является гипотенузой. Пусть длина диагонали равна c , тогда по теореме Пифагора

$$c = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{25 + 144} = 13.$$

Задача №10

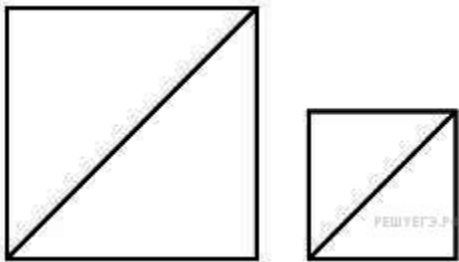
Сторона прямоугольника относится к его диагонали, как 4:5, а другая сторона равна 6. Найдите площадь прямоугольника.



Пусть одна из сторон прямоугольника равна $4a$, тогда диагональ равна $5a$. Диагональ образует в прямоугольнике два прямоугольных треугольника. По теореме Пифагора $16a^2 + 36 = 25a^2$, тогда $9a^2 = 36$, откуда $a = 2$. Значит $S = 8 \cdot 6 = 48$.

Задача №11

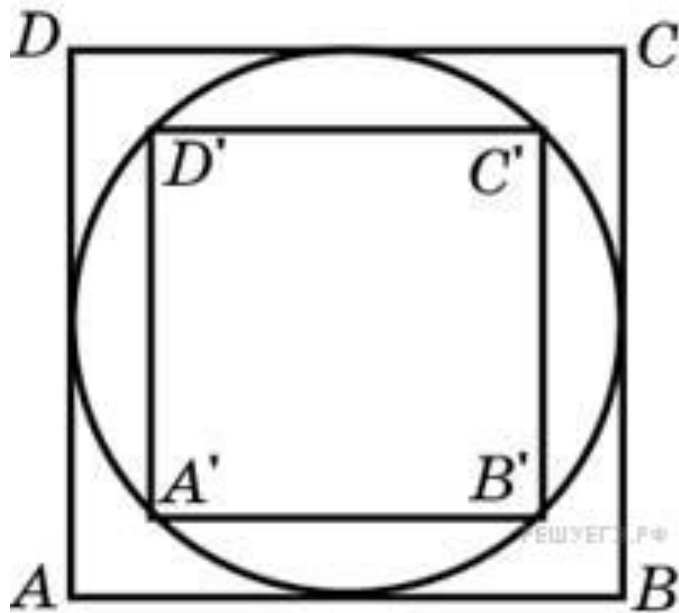
Даны два квадрата, диагонали которых равны 10 и 6. Найдите диагональ квадрата, площадь которого равна разности площадей данных квадратов.



Площадь квадрата равна половине квадрата его диагонали. Поэтому площадь первого квадрата равна **50**, а площадь второго квадрата равна **18**. Разность найденных площадей равна **32**, значит, квадрат искомой диагонали равен **64**, а сама она равна **8**.

Задача №12

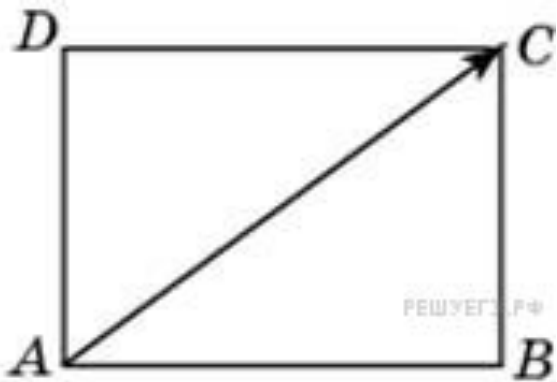
Во сколько раз площадь квадрата, описанного около окружности, больше площади квадрата, вписанного в эту окружность?



Пусть радиус окружности равен R . Тогда сторона описанного вокруг нее квадрата равна $2R$, а его площадь, равная квадрату стороны, равна $4R^2$. Диагональ вписанного квадрата также равна $2R$, поэтому его площадь, равная половине произведения диагоналей, равна $2R^2$. Значит, отношение площади описанного квадрата к площади вписанного равно **2**.

Задача №13

Две стороны прямоугольника ABCD равны 6 и 8. Найдите длину вектора AC .



Вектор AC образует в прямоугольнике два прямоугольных треугольника. Поэтому по теореме Пифагора

$$AC = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$$

Задача № 14

Две стороны прямоугольника $ABCD$ равны 6 и 8. Найдите сумму векторов \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{AD} .



Сумма векторов \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{AD} равна вектору \overrightarrow{AC} . Вектор \overrightarrow{AC} образует в прямоугольнике два прямоугольных треугольника. Поэтому по теореме Пифагора

$$AC = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$$

Задача №15

Две стороны прямоугольника $ABCD$ равны 6 и 8. Найдите разность векторов



Разность векторов \mathbf{AB} и \mathbf{AD} равна вектору \mathbf{DB} . Вектор \mathbf{DB} образует в прямоугольнике два прямоугольных треугольника. Поэтому

$$DB = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$$

Задача №16

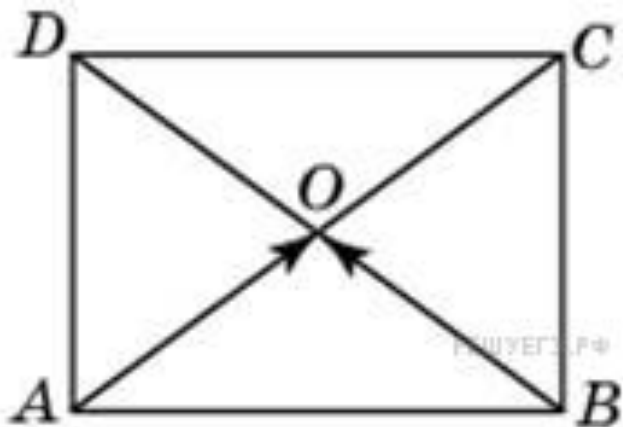
Две стороны прямоугольника $ABCD$ равны 6 и 8. Найдите скалярное произведение векторов \vec{AB} и \vec{AD} .



Скалярное произведение двух векторов равно произведению их длин на косинус угла между ними. Так как косинус прямого угла равен нулю, то и скалярное произведение тоже равно нулю.

Задача №17

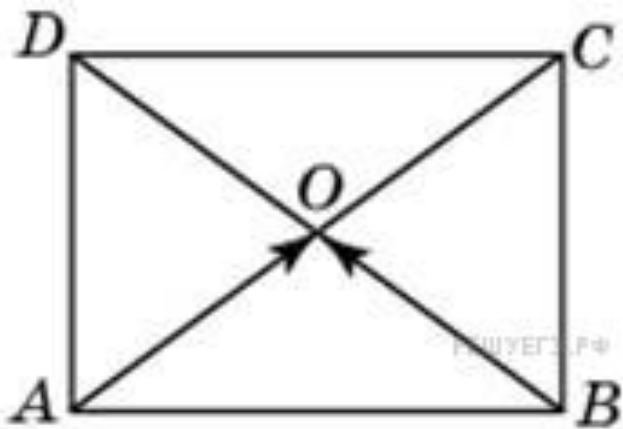
Две стороны прямоугольника $ABCD$ равны 6 и 8. Диагонали пересекаются в точке O .
Найдите длину суммы векторов AO и BO .



Сумма векторов AO и BO равна вектору AD . Значит его длина равна 6.

Задача №18

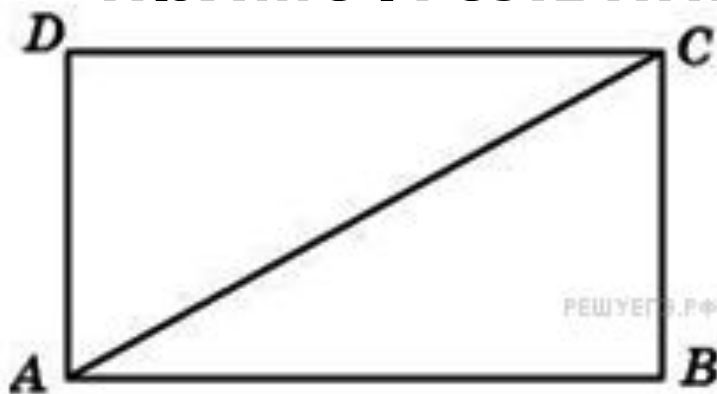
Две стороны прямоугольника $ABCD$ равны 6 и 8. Диагонали пересекаются в точке O .
Найдите длину разности векторов AO и BO .



Разность векторов AO и BO равна вектору AB . Значит длина вектора равна 8.

Задача №19

Найдите диагональ прямоугольника, если его периметр равен 28, а периметр одного из треугольников, на которые диагональ разделила прямоугольник, равен 24.

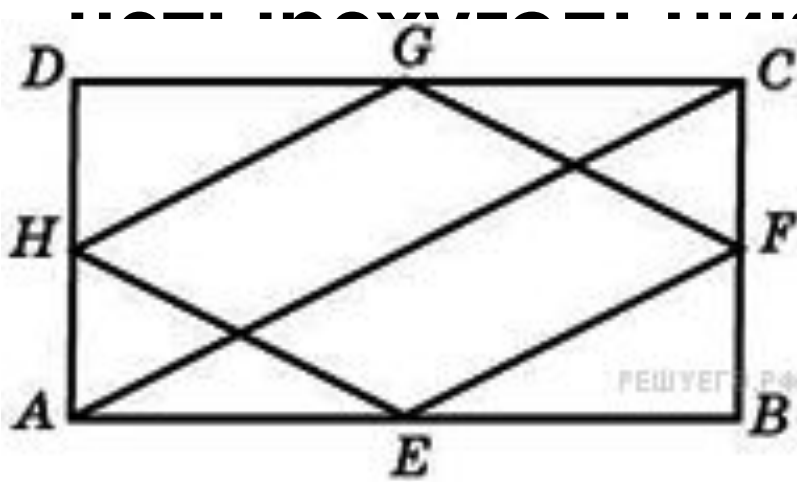


Сумма двух периметров треугольников отличается от периметра прямоугольника на две длины диагонали, значит

$$AC = \frac{2P_{ACD} - P_{ABCD}}{2} = \frac{48 - 28}{2} = 10$$

Задача №20

Средины сторон прямоугольника, диагональ которого равна 5, последовательно соединены отрезками. Найдите периметр образовавшегося



а. Четырехугольник $EFGH$ ромб, значит, его периметр равен $4 \cdot EF$. Стороны искомого четырехугольника равны средним линиям треугольников, образуемых диагоналями и сторонами данного четырехугольника. Значит стороны искомого четырехугольника равны половинам диагоналей. Значит, имеем:

$$P_{EFGH} = 4EF = 4 \cdot \frac{1}{2}AC = 10$$

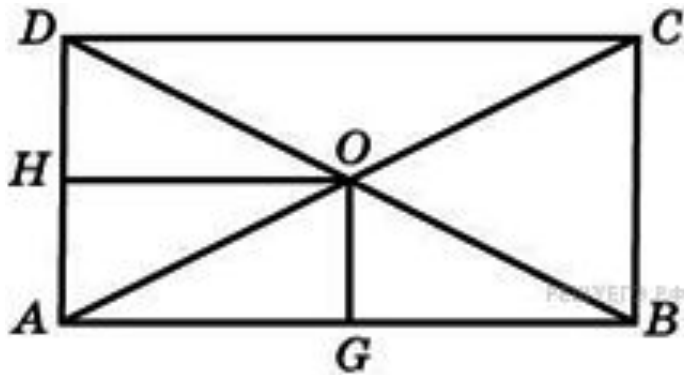
Задача №21

В прямоугольнике расстояние от точки пересечения диагоналей до меньшей стороны на 1 больше, чем расстояние от нее до большей стороны. Периметр прямоугольника равен 28. Найдите меньшую сторону прямоугольника.

$$OH = OG + 1 \Rightarrow AB = AD + 2$$

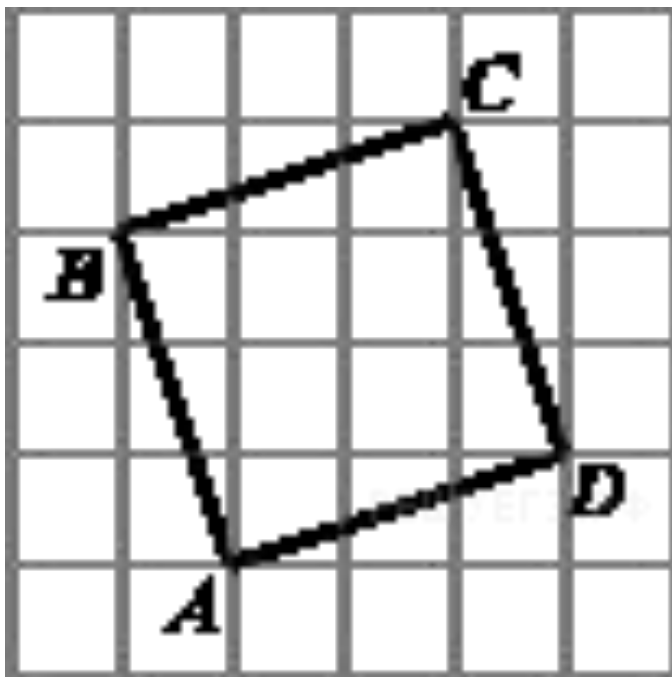
$$P_{ABCD} = 2(AB + AD) = 2(AD + AD + 2) = 4AD + 4,$$

$$28 = 4AD + 4 \Leftrightarrow AD = 6.$$



Задача №22

Найдите периметр четырехугольника ABCD, если стороны квадратных клеток равны $\sqrt{10}$.



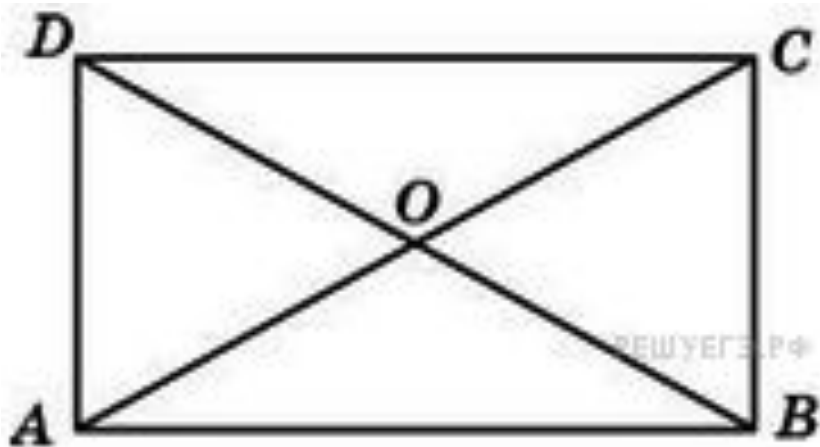
по теореме Пифагора найдем сторону четырехугольника:

$$AB = \sqrt{10} \cdot \sqrt{3^2 + 1^2} = 10$$

$$4AB = 40$$

Задача №23

Меньшая сторона прямоугольника равна 6,
диагонали пересекаются под углом 60° .
Найдите диагонали прямоугольника.



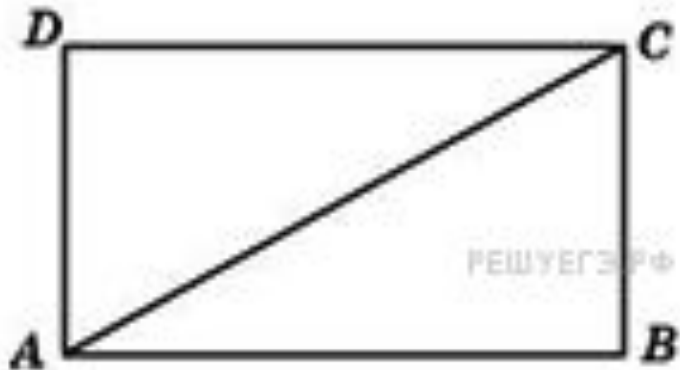
$$\angle DOA = 60^\circ$$

значит, треугольник **DOA** – равносторонний

$$DB = 2OD = 2AD = 12$$

Задача №24

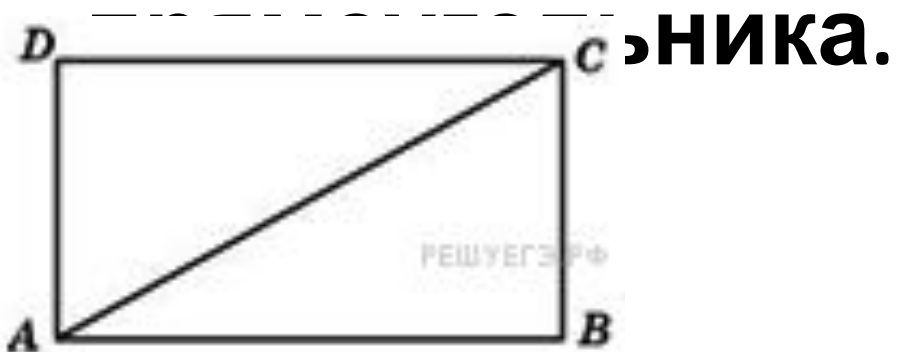
Диагональ прямоугольника вдвое больше одной из его сторон. Найдите больший из углов, который образует диагональ со сторонами прямоугольника? Ответ выразите в градусах.



Диагональ прямоугольника является гипотенузой прямоугольного треугольника. Так как она вдвое больше одной из сторон прямоугольника, являющейся катетом того же треугольника, то угол, лежащий против этой стороны, равен 30° . Больший угол будет равен $90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

Задача №25

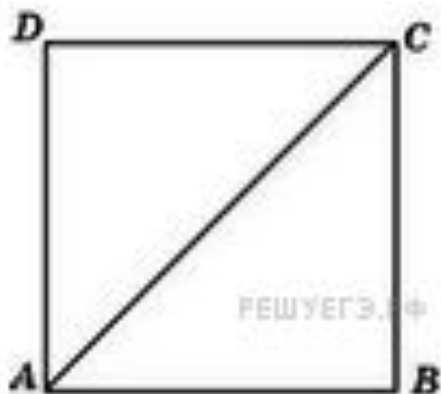
В прямоугольнике диагональ делит угол в отношении $1 : 2$, меньшая его сторона равна 6. Найдите диагональ данного



Т.к. диагональ делит угол в отношении $1 : 2$, значит, углы равны 30° и 60° . Диагональ тогда равна удвоенной длине катета, лежащего против угла в 30° , то есть **12**.

Задача №26

Найдите сторону квадрата, диагональ которого равна $\sqrt{8}$.

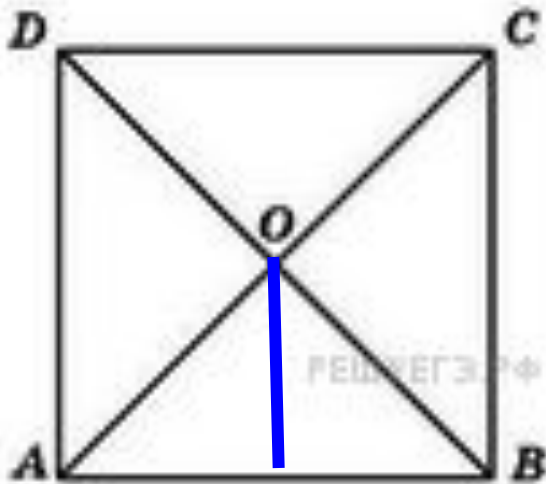


$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 2AB^2$$

$$AB = \sqrt{\frac{AC^2}{2}} = 2$$

Задача №27

В квадрате расстояние от точки пересечения диагоналей до одной из его сторон равно 7. Найдите периметр этого квадрата.



В квадрате расстояние от точки пересечения диагоналей до стороны равно половине стороны. Поэтому сторона квадрата равна **14**, а тогда его периметр **56**.



Задачи

для

**самостоятельного
решения**

Задача №1 **Решите самостоятельно**

- 1) Найдите площадь прямоугольника, вершины которого имеют координаты $(1;2)$, $(10;2)$, $(10;7)$, $(1;7)$.
Ответ:
- 2) Найдите площадь прямоугольника, вершины которого имеют координаты $(2;2)$, $(10;2)$, $(10;9)$, $(2;9)$.
Ответ:
- 3) Найдите площадь прямоугольника, вершины которого имеют координаты $(4;1)$, $(10;1)$, $(10;8)$, $(4;8)$.
Ответ:



Задача №2 **Решите самостоятельно**

- 1) Найдите площадь квадрата, если его диагональ равна 38. Ответ: 722
- 2) Найдите площадь квадрата, если его диагональ равна 30. Ответ:
- 3) Найдите площадь квадрата, если его диагональ равна 16. Ответ:



Задача №5

Решите самостоятельно

- 1) Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 80, и одна сторона на 6 больше другой. Ответ:
- 2) Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 12, и одна сторона на 2 больше другой. Ответ:
- 3) Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 88, и одна сторона на 6 больше другой. Ответ:




Задача №6 **Решить самостоятельно**

- 1) Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 140, а отношение соседних сторон равно 4:31.

Ответ:496

- 2) Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 126, а отношение соседних сторон равно 2:19.


-  2) Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 64, а отношение соседних сторон равно 3:13.

Задача №7 **Решить самостоятельно**

- 1) Найдите периметр прямоугольника, если его площадь равна 176, а отношение соседних сторон равно 4:11.

Ответ:60

- 2) Найдите периметр прямоугольника, если его площадь равна 272, а отношение соседних сторон равно 4:17.

-  2) Найдите периметр прямоугольника, если его площадь равна 432, а отношение соседних сторон равно 4:27.

Задача №8 Решить самостоятельно

1) Периметр прямоугольника равен 42, а площадь 108. Найдите большую сторону прямоугольника.
Ответ:

2) Периметр прямоугольника равен 90, а площадь 234. Найдите большую сторону прямоугольника.
Ответ:

3) Периметр прямоугольника равен 30, а площадь 36. Найдите большую сторону прямоугольника.
Ответ:




Задача №10 Решить самостоятельно

- 1) Сторона прямоугольника относится к его диагонали, как 12:13, а другая сторона равна 35. Найдите площадь прямоугольника. Ответ:
- 2) Сторона прямоугольника относится к его диагонали, как 21:29, а другая сторона равна 80. Найдите площадь прямоугольника. Ответ:
- 3) Сторона прямоугольника относится к его диагонали, как 15:17, а другая сторона равна 48. Найдите площадь прямоугольника. Ответ:



Задача №11 Решить самостоятельно

- 1) Даны два квадрата, диагонали которых равны 196 и 261. Найдите диагональ квадрата, площадь которого равна разности площадей данных квадратов.
- 2) Даны два квадрата, диагонали которых равны 72 и 75. Найдите диагональ квадрата, площадь которого равна разности площадей данных квадратов.
-  3) Даны два квадрата, диагонали которых равны 192 и 200. Найдите диагональ квадрата, площадь которого равна разности площадей данных

Задача №19 **Решить самостоятельно**

- 1) Найдите диагональ прямоугольника, если его периметр равен 42, а периметр одного из треугольников, на которые диагональ разделила прямоугольник, равен 37.
- 2) Найдите диагональ прямоугольника, если его периметр равен 100, а периметр одного из треугольников, на которые диагональ разделила прямоугольник, равен 87.



Задача №20 **Решить самостоятельно**

- 1) Середины сторон прямоугольника, диагональ которого равна 24, последовательно соединены отрезками. Найдите периметр образовавшегося четырехугольника. Ответ: 48
- 2) Середины сторон прямоугольника, диагональ которого равна 46, последовательно соединены отрезками. Найдите периметр образовавшегося четырехугольника.



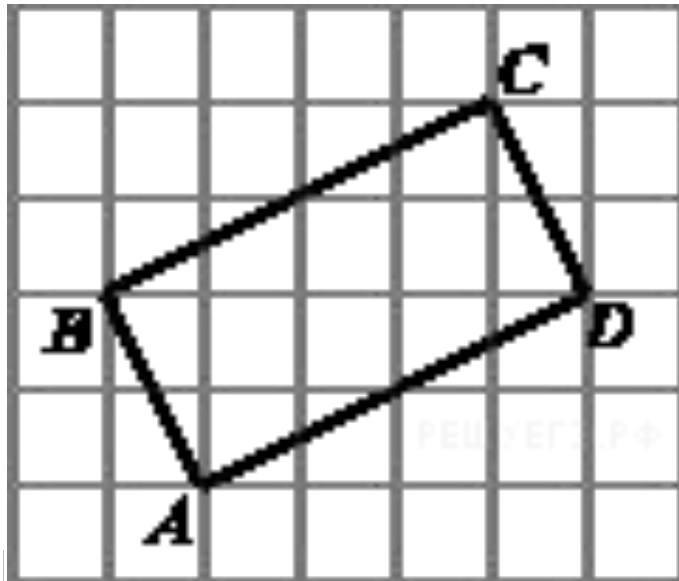
Задача №21 Решить самостоятельно

- 1) В прямоугольнике расстояние от точки пересечения диагоналей до меньшей стороны на 2 больше, чем расстояние от нее до большей стороны. Периметр прямоугольника равен 52. Найдите меньшую сторону прямоугольника.
- 2) В прямоугольнике расстояние от точки пересечения диагоналей до меньшей стороны на 3 больше, чем расстояние от нее до большей стороны. Периметр прямоугольника равен 124. Найдите меньшую сторону прямоугольника.



Задача №22 Решить самостоятельно

- 1) Найдите периметр четырехугольника ABCD, если стороны квадратных клеток равны $\sqrt{5}$.



Ответ: 30.



Задача №23 Решить самостоятельно

- 1) **Меньшая сторона прямоугольника равна 59, диагонали пересекаются под углом 60° . Найдите диагонали прямоугольника.**
- 2) **Меньшая сторона прямоугольника равна 1, диагонали пересекаются под углом 60° . Найдите диагонали прямоугольника.**
- 3) **Меньшая сторона прямоугольника равна 18, диагонали пересекаются под углом 60° . Найдите диагонали прямоугольника.**



Задача №25 Решить самостоятельно


1) В прямоугольнике диагональ делит угол в отношении

1 : 2 , меньшая его сторона равна 57. Найдите диагональ данного прямоугольника.

2) В прямоугольнике диагональ делит угол в отношении

1 : 2 , меньшая его сторона равна 39. Найдите диагональ данного прямоугольника.

3) В прямоугольнике диагональ делит угол в отношении

 : 2 , меньшая его сторона равна 23. Найдите диагональ данного прямоугольника.

Задача №26 **Решите самостоятельно**

- 1) Найдите сторону квадрата, диагональ которого равна $5\sqrt{2}$. Ответ: 5
- 2) Найдите сторону квадрата, диагональ которого равна $14\sqrt{2}$.
- 3) Найдите сторону квадрата, диагональ которого равна $9\sqrt{2}$.



Интернет ресурсы

- https://img-fotki.yandex.ru/get/15509/83186431.80f/0_a284a_ce0b20bd_S
- Шаблон подготовила учитель русского языка и литературы Тихонова Надежда Андреевна



<http://sch-53.ru/files/director/GIA/2016/%D0%95%D0%93%D0%AD%202016.jpg>

- «Решу ЕГЭ» Образовательный портал для подготовки к ЕГЭ и ОГЭ. Режим доступа:
<http://mathb.reshuege.ru>



Автор и источник заимствования неизвестен