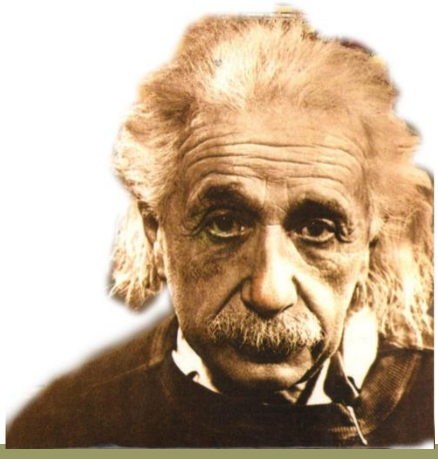
Примеры оформления задания II части ЕГЭ по математике

Задания с параметрами

ЗНАНИЕ И ТОЛЬКО ЗНАНИЕ ДЕЛАЕТ ЧЕЛОВЕКА ПОНАСТОЯЩЕМУ СИЛЬНЫМ И СВОБОДНЫМ…



При каких значениях параметра *a* уравнение $5-\cos x = a\left(1+tg^2 x\right)$ имеет хотя бы один корень?

Решение.

Запишем данное уравнение в виде: $5\cos^2 x - 3\cos^3 x = a,\ \ \cos^2 x \neq 0.$

Пусть $\cos x = t,\ \ t \in [-1;0)\cup(0;1],$ тогда $a(t) = -3t^3 + 5t^2.$

Почему?

Исследуем функцию $a\ (t)$ с помощью производной :

$$a'(t) = -9t^2 + 10t;\ \ a'(t) = 0 \Leftrightarrow t(-9t+10) = 0 \Leftrightarrow\ \ t = 0,\ \ t = \frac{10}{9}$$

заметим, что и $t = 0$ $\quad t = \frac{10}{9} \notin [-1;0)\cup(0;1].$

Почему?

Значения функции на концах: $a(-1) = 8,\ \ a(1) = 2,\ \ a(0) = 0 \Rightarrow$

график исходной функции располагается в полосе

$t \in [-1;0)\cup(0;1]$

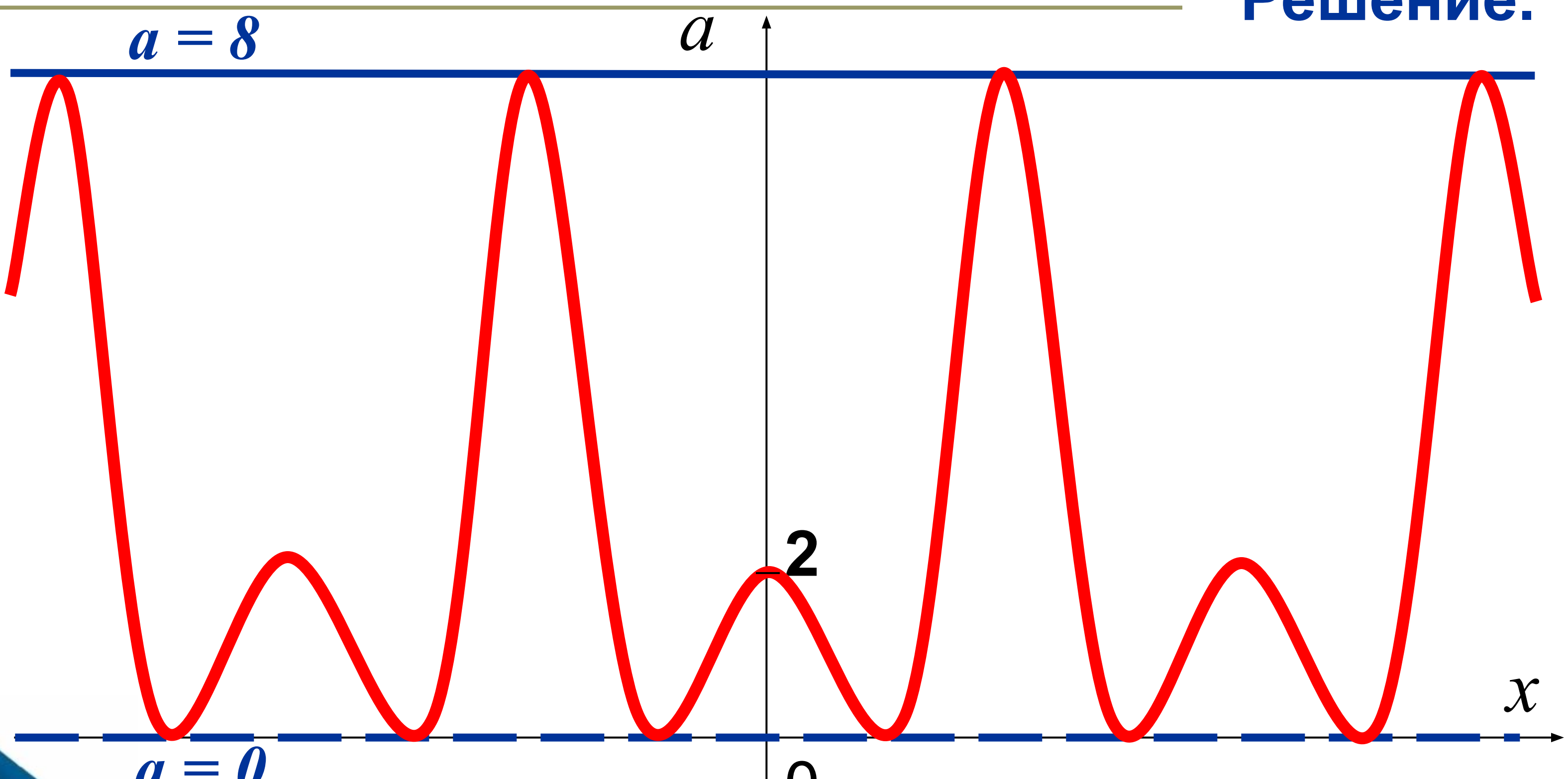
исходное уравнение имеет хотя бы одно решение при $a \in (0;8]$

С помощью компьютерной программы Advanced Grapher можно легко построить график функции и проверить правильность полученного ответа.

Ответ: $a \in (0;8]$

При каких значениях параметра *а* уравнение $5-\cos x=a\left(1+tg^2x\right)$ имеет хотя бы один корень?

Решение.



$a(x)=5\cos^2 x-3\cos^3 x, \cos^2 x\neq 0$

С помощью компьютерной программы Advanced Grapher можно легко построить график функции и проверить правильность полученного ответа.

Ответ: $a\in(0;8]$

Решите задачи, по предложенной схеме

Пример 1. При каких значениях параметра *а* уравнение

$$8\sin^3 x = a - 7\cos 2x$$

не имеет корней?

Ответ:

Пример 2. При каких значениях параметра *а* уравнение

$$6 - \sin x = a\left(1 + ctg^{2} x\right)$$

имеет хотя бы один корень?

Ответ:

С помощью компьютерной программы Advanced Grapher можно легко построить график функции и проверить правильность полученного ответа.

Найти все значения параметра а, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} a((x^2)^2+1) = y+2-|x|, \\ x^2 + y^2 = 4 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

Решение:

- Если пара чисел (x,y) является решением системы, то учитывая четность степени переменной x и присутствие знака модуля сделаем вывод, что пара (-x, y) тоже является решением системы. По условию задачи система должна иметь одно решение, значит, x = - x = 0. Получаем пару (0, y).

1. Тогда система упростится и первое уравнение примет вид $a=y+2$, а второе уравнение: $y^2=4$.

Откуда $y=\pm 2$, $a=o$ или 4.

2. При $a=0$ исходные уравнения приводятся к $0=y+2-|x|$ и $x^2+y^2=4$. Система из данных уравнений будет иметь как минимум два решения: $x=\pm 2$, $y=0$.

- 3. При а=4 система принимает вид

$4((x^2)^2+1) = y+2-|x|,$ $y=4x + |x|+2$ $x= 0$

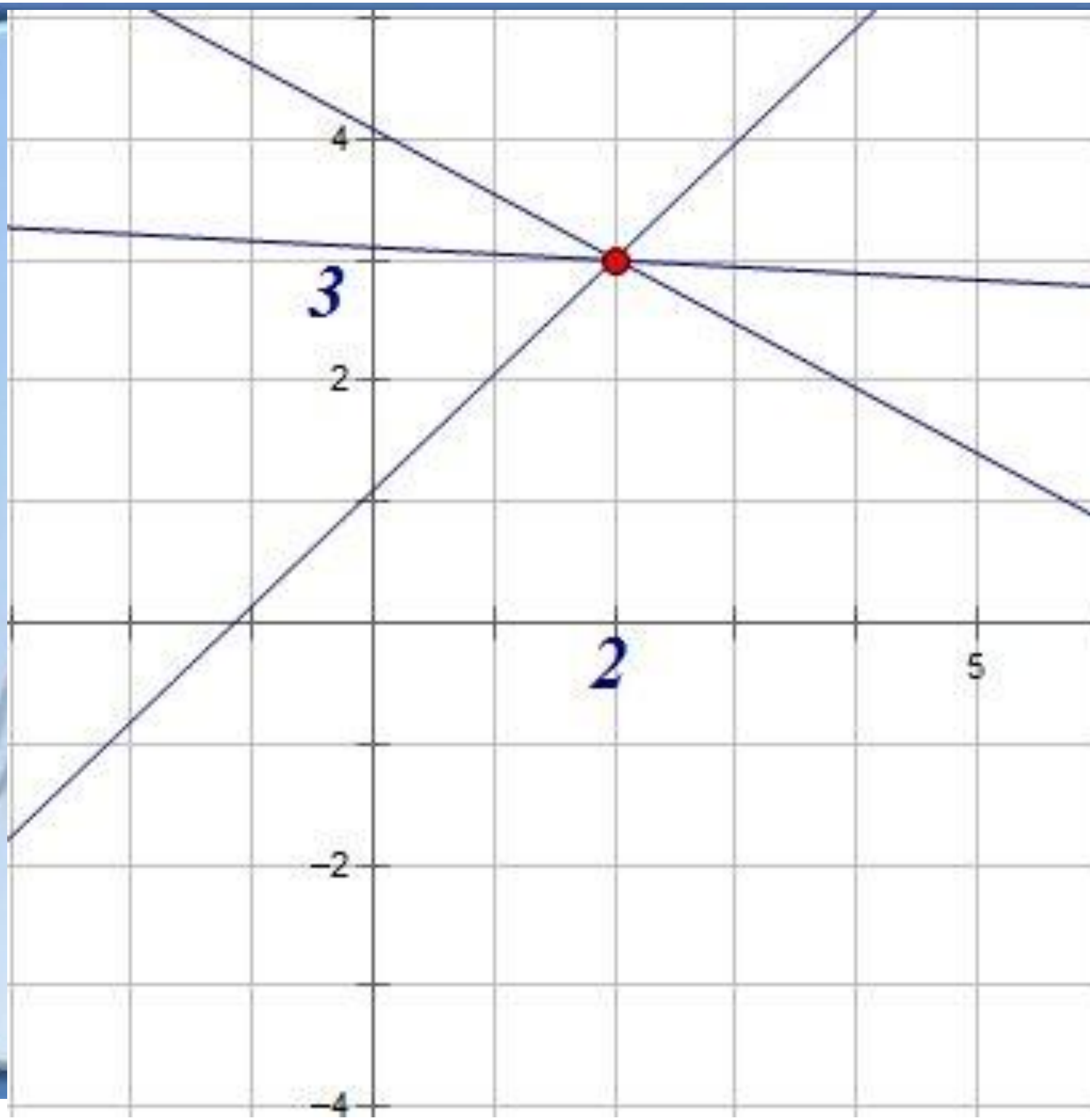
$x^2 + y^2 = 4$ $y^2 = 4 - x^2$ $y=2$

Таким образом, при а=4 исходная система имеет одно единственное решение.

Ответ: 4.

Найдите значения параметра а, при каждом из которых уравнение $ax+\sqrt{-7-8x-x^{2}}=2a+3$ имеет единственное решение.

- Решим задачу графическим способом
- Первая функция: у = 2а- ах +3 и вторая функция у = $\sqrt{-7-8x-x^2}$.
- График первой функции представляет из себя семейство прямых, которые имеют различный коэффициент наклона и общую точку с координатами (2; 3).

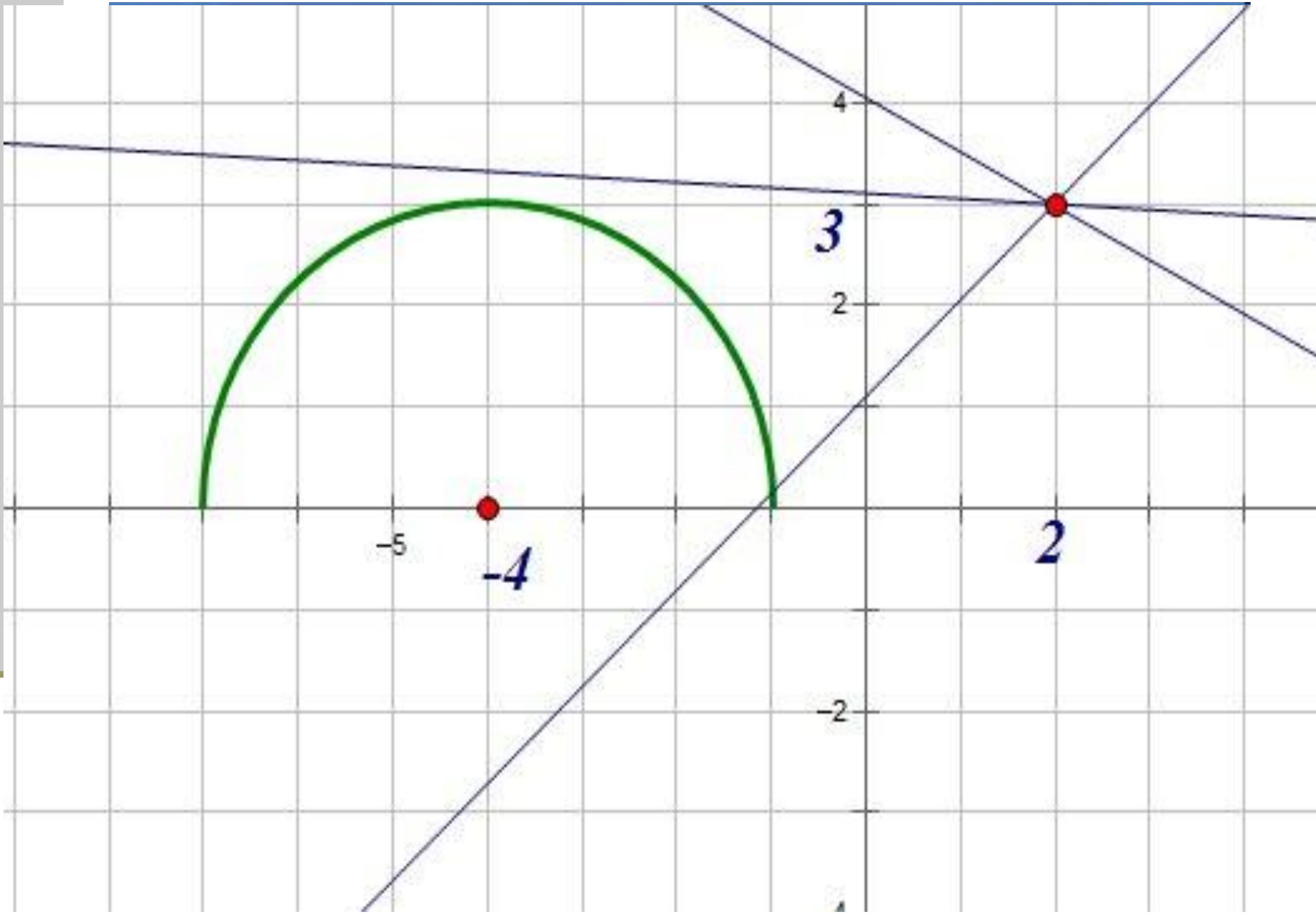

4
3
2
−2
−4
2
5

- Вторая функция: $y=\sqrt{-7-8x-x^2}$

Преобразуем выражение под корнем – выделим полный квадрат:

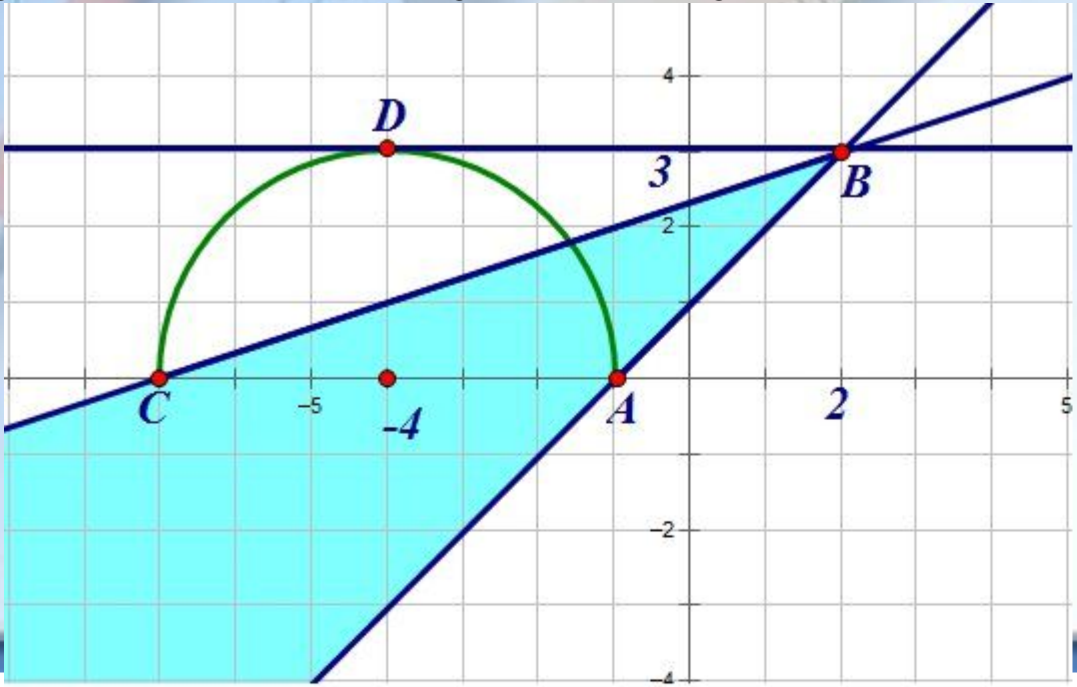
$$\sqrt{-7-8x-x^2}=\sqrt{-7-\left(8x+x^2\right)}=\sqrt{-7-\left(16+8x+x^2-16\right)}=\sqrt{-7+16-(x+4)^2}=\sqrt{9-(x+4)^2}$$

График функции $y=\sqrt{9-(x+4)^2}$ представляет из себя полуокружность с центром в точке (-4;0) и радиусом 3.



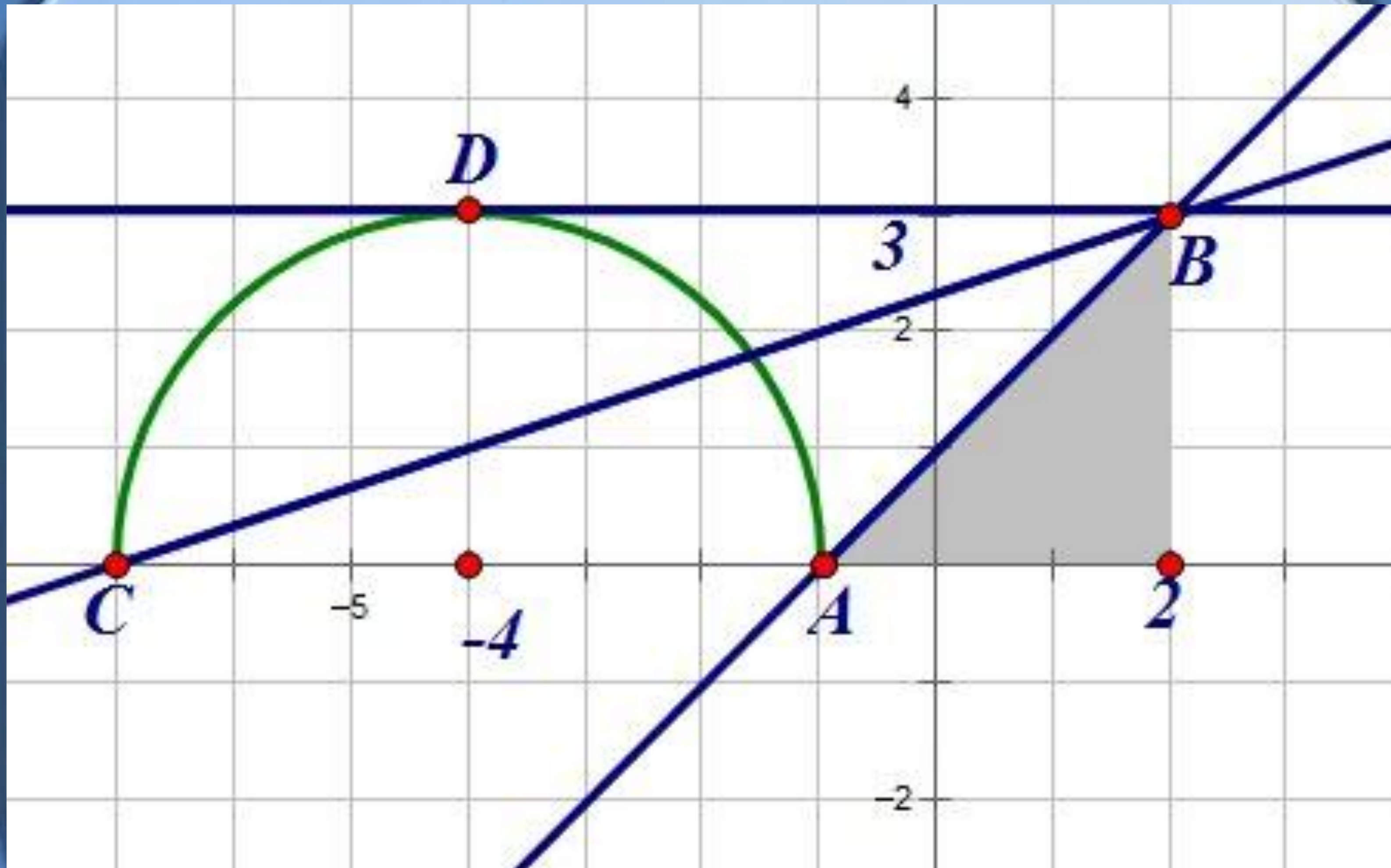
4
3
2
−5
-4
2
−2

- Определим, при каком коэффициенте наклона прямая имеет с полуокружностью одну единственную точку пересечения

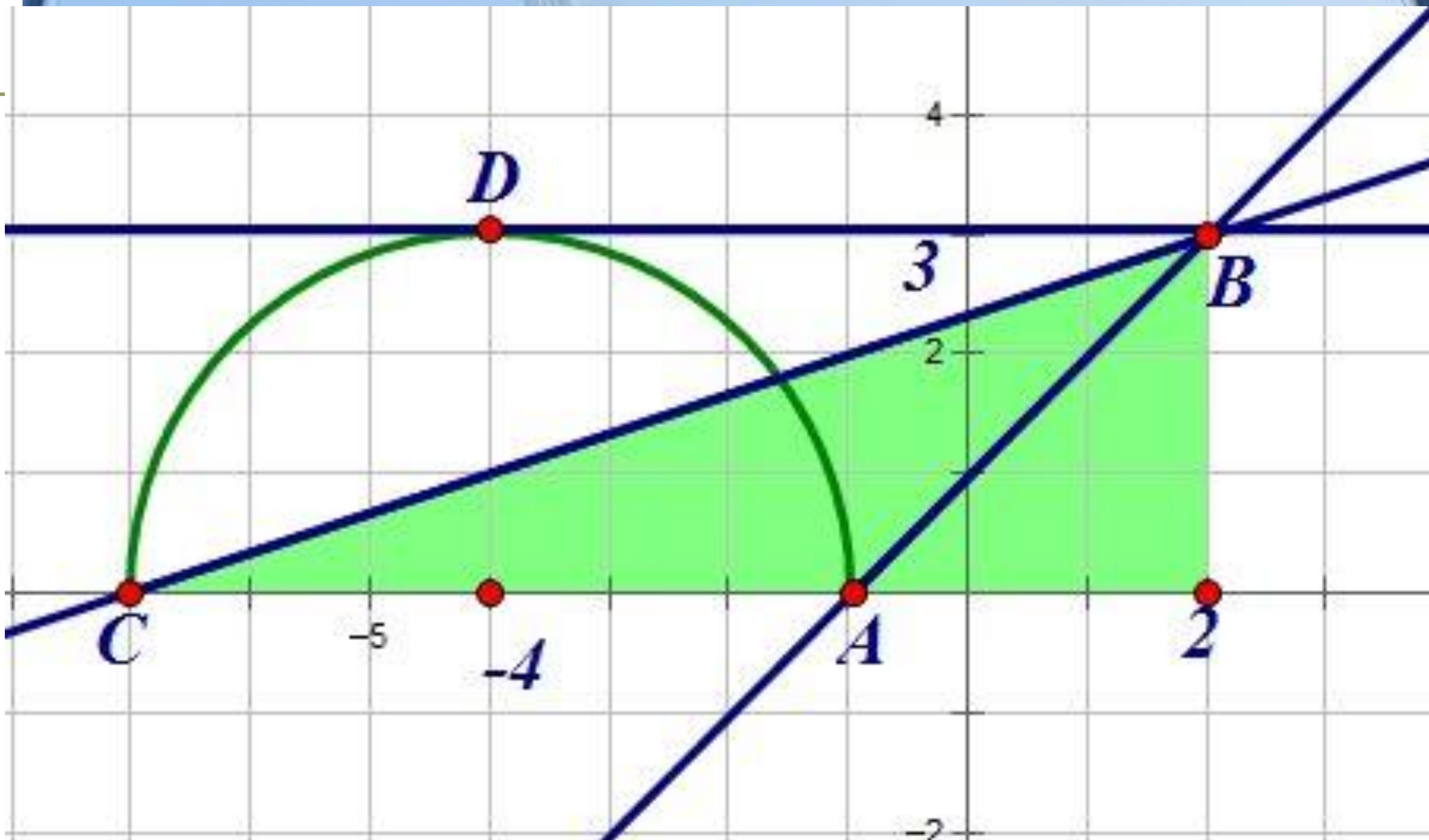


Очевидно, что прямые. Заключенные между прямыми AB и CB имеют с полуокружностью одну или две общие точки. Прямые AB и DB имеют одну общую точку, а прямая CB имеет две общие точки.

Найдем коэффициенты наклона этих прямых.



D
3
B
4
2
-2
C
-5
-4
A
2



D
4
3
B
2
C
−5
−4
A
2
−2

Коэффициент наклона прямой AB равен 3/3 = 1, а коэффициент наклона прямой CB равен 3/9 = 1/3. Коэффициент наклона прямой DB равен 0, так как прямая DB параллельна прямой CA.

Итак, прямая и полуокружность имеют одну общую точку, если $1/3 < -a \le 1$ и $a=0$.

Умножим первое неравенство на -1 и получим $-1 \le a < -1/3$, $a=0$.

- **Ответ:** $-1 \le a < -1/3$, $a=0$.

Ф.Честерфилд