

# Загадки круга



# Цель работы

*исследование зависимости между радиусом, длиной окружности и площадью круга.*

## Задачи:

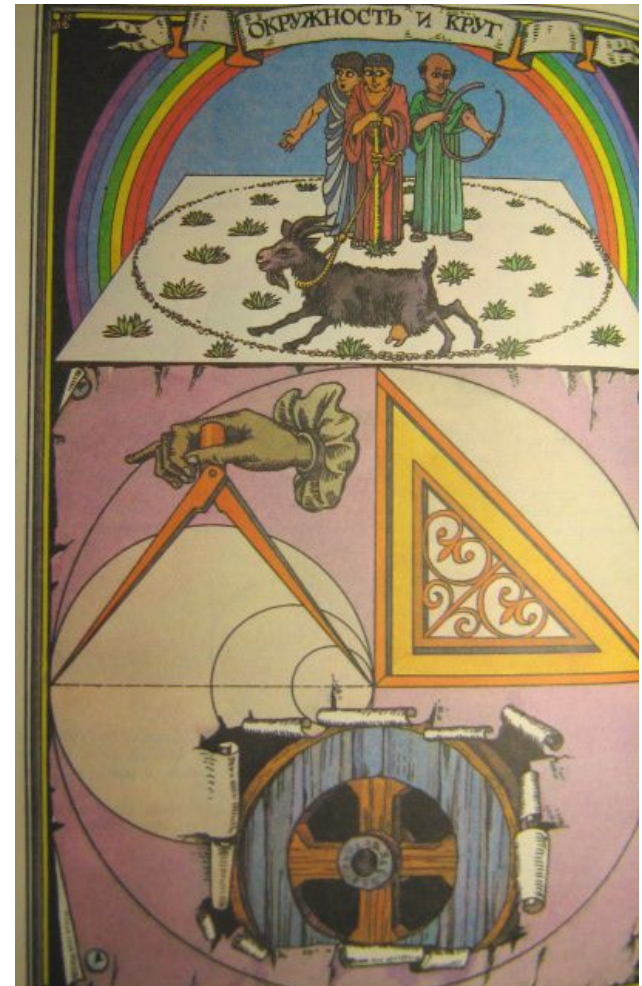
- Систематизировать теоретические сведения о круге и окружности в школьном курсе математики.
- Исследовать изменение длины окружности и площади круга в зависимости от изменения длины радиуса.
- Изучить историю вопроса.
- Показать применение материалов исследований при решении задач, в том числе задач с практическим содержанием, математических парадоксов.

# Методы

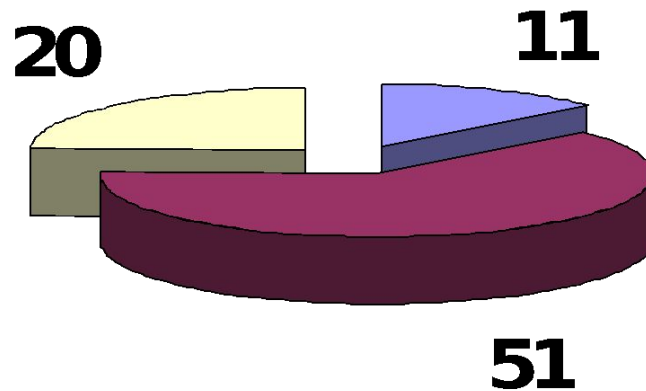
- Работа с учебной и научно-популярной литературой.
- Социологический опрос:  
*82 человека; 33 ученика 9-10 кл.;  
33 родителя; 16 учителей.*
- Наблюдение, сравнение, анализ, аналогия.
- Доказательство выдвинутых гипотез.
- Решение задач нестандартными способами.

# Актуальность.

- Практическая направленность.
- Богатая история вопроса.
- Продолжение предыдущих исследований.



# Знаем ли мы круг?

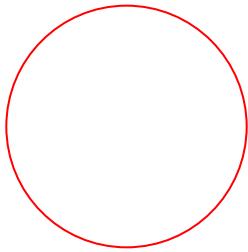


■ одно и то же ■ окр. - часть круга ■ круг-часть окр.

- **Объект:** окружность и круг
- **Предмет:**  
длина окружности и площадь круга

# Теоретические сведения

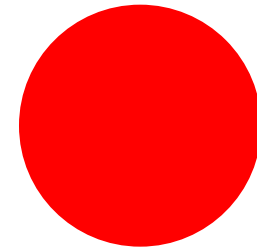
Окружность



$$C = 2\pi R$$

$$C = \pi D$$

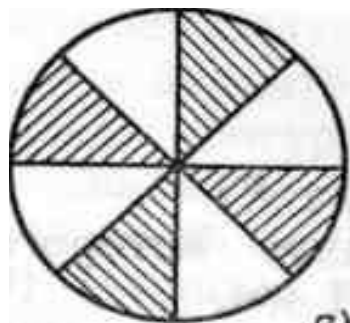
Круг



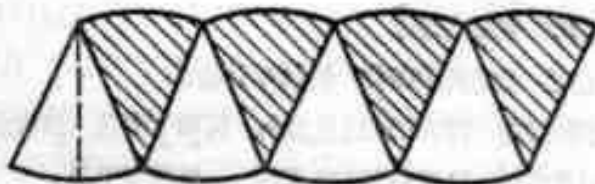
$$S = \pi R^2$$

$$S = \pi \cdot \frac{D^2}{4}$$

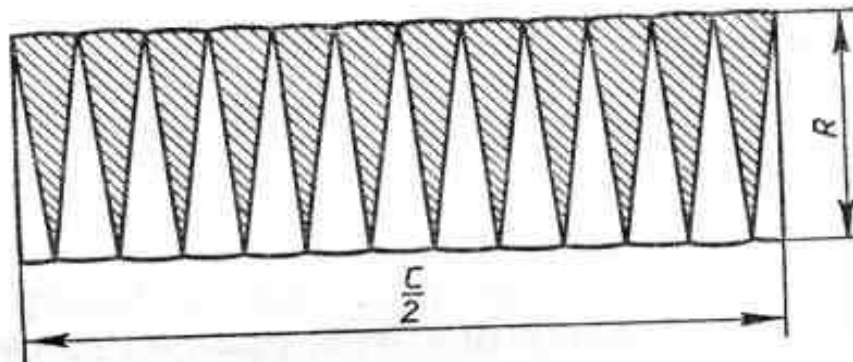
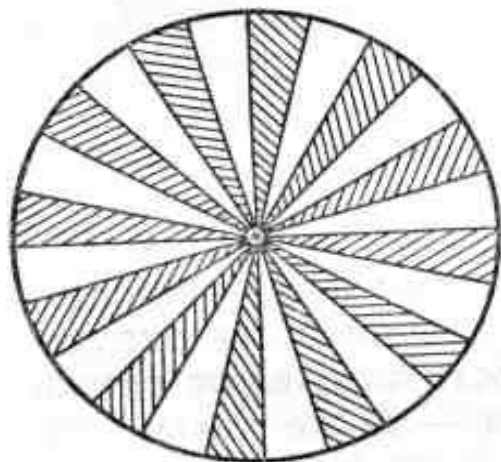
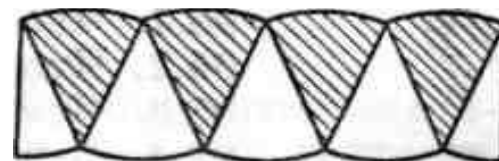
# Как найти площадь круга?



a)



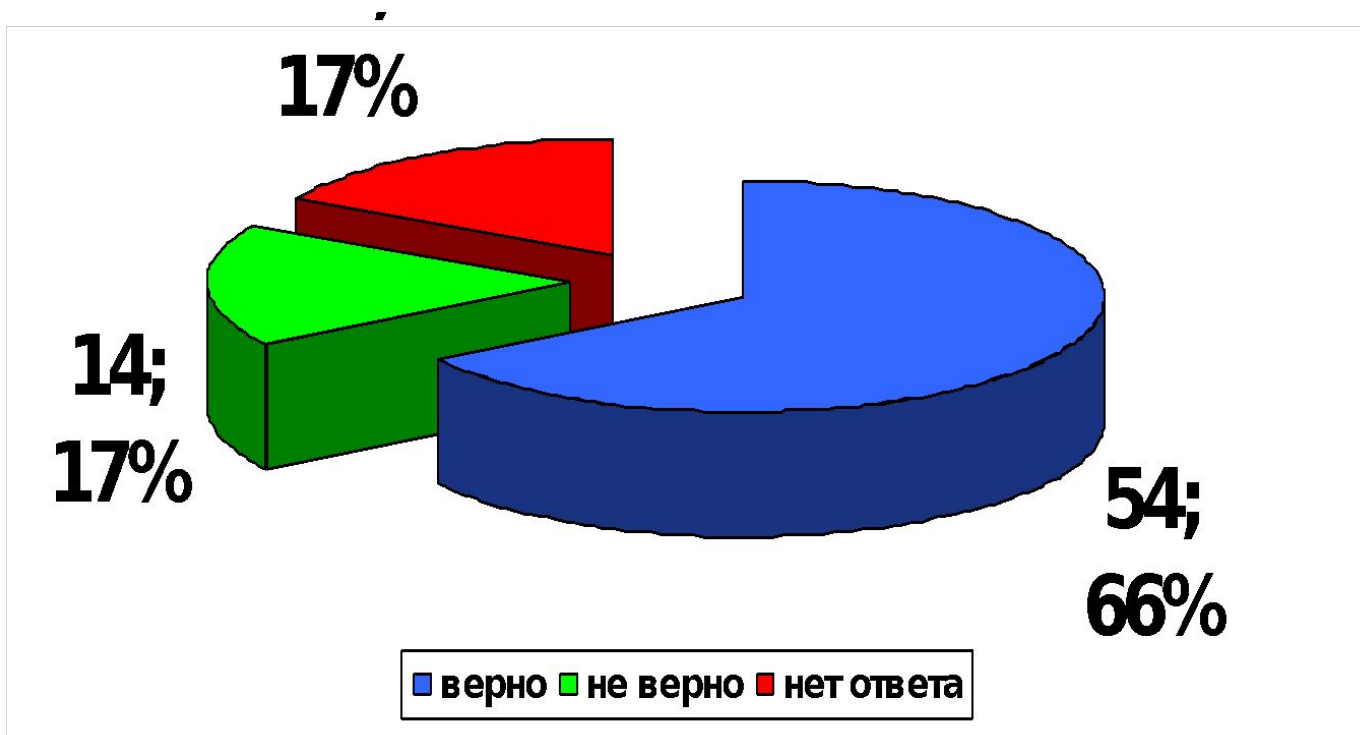
b)



$$S = \frac{c}{2} \cdot R = \pi R \cdot R = \pi R^2$$

## Исследование №1

# «Зависимость длины окружности от длины её радиуса»





## Исследование №1

# «Зависимость длины окружности от длины её радиуса»

$$ab = ba \quad (ab)c = a(bc) = abc$$

$$C_1 = 2\pi r_1 \quad r_2 = kr_1$$

$$C_2 = 2\pi r_2 = 2\pi(kr_1) = 2\pi kr_1 = k2\pi r_1 = k(2\pi r_1) = kC_1$$

**при изменении (увеличении или уменьшении) радиуса окружности в  $k$  раз её длина изменяется (увеличивается или уменьшается)**

**также в  $k$  раз.**

**длина окружности пропорциональна её радиусу.**

## Исследование №2

# «Зависимость площади круга от длины его радиуса»



## Исследование №2

### «Зависимость площади круга от длины его радиуса»

$$S_1 = \pi R_1^2$$

$$R_2 = kR_1$$

$$S_2 = \pi R_2^2 = \pi (kR_1)^2 = \pi k^2 R_1^2 = k^2 \pi R_1^2 = k^2 (\pi R_1^2) = k^2 S_1$$

**при изменении (увеличении или уменьшении) радиуса круга в  $k$  раз его площадь изменяется (увеличивается или уменьшается) в  $k^2$  раз.**

- **площадь круга пропорциональна квадрату его радиуса.**

### Исследование №3

## «Максимальная площадь при заданном периметре»

$$S_1 = \left(\frac{P}{4}\right)^2 = \frac{P}{4} \cdot \frac{P}{4} = \frac{P^2}{16}$$

$$S_2 = \pi \left(\frac{P}{2\pi}\right)^2 = \pi \frac{P}{2\pi} \cdot \frac{P}{2\pi} = \frac{P^2}{4\pi}$$

$$S_2 > S_1$$

- При заданном периметре круг ограничивает большую площадь, чем квадрат.
- При заданном периметре именно круг ограничивает максимальную площадь по сравнению с любыми другими фигурами.

## Математический парадокс «Земля и апельсин»



у апельсина у Земли одинаков нет ответа

**Исследование №4**

**«Изменение радиуса при изменении длины окружности»**

$$C_1 = 2\pi R_1$$

$$C_2 = C_1 + a$$

$$R_2 = \frac{C_2}{2\pi} = \frac{C_1 + a}{2\pi} = \frac{C_1}{2\pi} + \frac{a}{2\pi} = \frac{2\pi R_1}{2\pi} + \frac{a}{2\pi} = R_1 + \frac{a}{2\pi}$$

$$R_2 - R_1 = R_1 + \frac{a}{2\pi} - R_1 = \frac{a}{2\pi}$$

**Расстояние между concentрическими окружностями зависит только от разности длин этих окружностей ( $a$ ) и не зависит от длины радиуса ( $R$ )**

# Решение задач 5-6класс

## ■ **Задача №1 (№866, Виленкин)**

Длина окружности 1,2 м. Чему равна длина другой окружности, у которой диаметр в 2 раза больше диаметра первой окружности?

Ответ: 2,4 метра (**Смотри исследование №1!**)

## ■ **Задача №2 (№867, Виленкин)**

Найдите площадь круга, у которого радиус 8 см. Найдите площадь второго круга, у которого радиус составляет радиуса первого круга.

Ответ: 48 см<sup>2</sup>; 36 см<sup>2</sup> (**Смотри исследование №2!**)

## ■ **Задача №3 «Две клумбы» (№95.8, учебник-собеседник)**

Отец Вали и Веры предложил девочкам сделать две клумбы. Он дал им верёвку длиной 6 м, чтобы с её помощью наметить границу каждой клумбы. Валя решила сделать клумбу квадратной, а Вера – круглой. Чья клумба будет иметь большую площадь? Радиус круглой клумбы вычислите с точностью до сотых. Во сколько раз площадь одной клумбы будет больше площади другой?

Ответ: площадь круглой клумбы будет примерно в 1,28 раза больше, чем квадратной (радиус 0,96 м) (**Смотри исследование №3!**)

# Решение задач 9 класса, из дополнительной литературы

## ■ **Задача №1**

№1102(Атанасян)

Как изменится длина окружности, если радиус окружности:

а)увеличить в 3 раза; б)уменьшить в 2 раза; в) увеличить в раз; г) уменьшить в раз?

Ответ: увеличится в 3 раза, уменьшится в 2 раза, увеличится в раз; уменьшится в раз (**смотри исследование №1**).

## ■ **Задача №2 «Земной шар и мышь»**

Если обтянуть земной шар по экватору проволокой и затем прибавить к её длине 1м, то сможет ли между проволокой и землёй проскочить мышь?

**Ответ: да**

*Решение.*

*Обычно отвечают, что промежуток будет тоньше волоса: что значит прибавка в один метр по сравнению с 40 миллионами метров земного экватора! В действительности же величина промежутка равна . Не только мышь, но и крупный кот проскочит в такой промежуток!!! (смотри исследование №4).*



# История числа « $\pi$ »

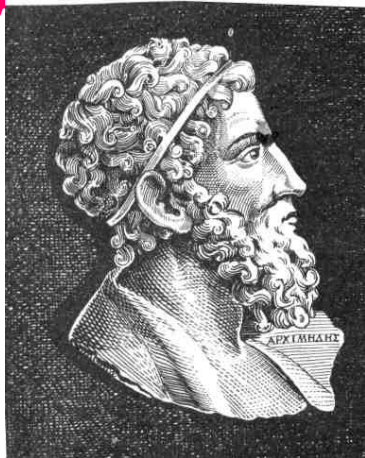
3,141592653589793238462  
643383279...

Это я знаю и помню  
прекрасно:  
"Пи" многие знаки мне лишни,  
напрасны.

Нужно только постараться  
И запомнить все, как есть:  
Три, четырнадцать,  
пятнадцать,  
Девяносто два и шесть.



# Архимед



*Уж, пыль клубится над  
дорогой,  
То в рабство путь, в ярмо  
цепей.*

*«Убей меня, но лишь не  
трогай,*

*О, варвар, этих чертежей!»*

*Прошли столетий  
вереницы,*

*Научный подвиг не забыт.*

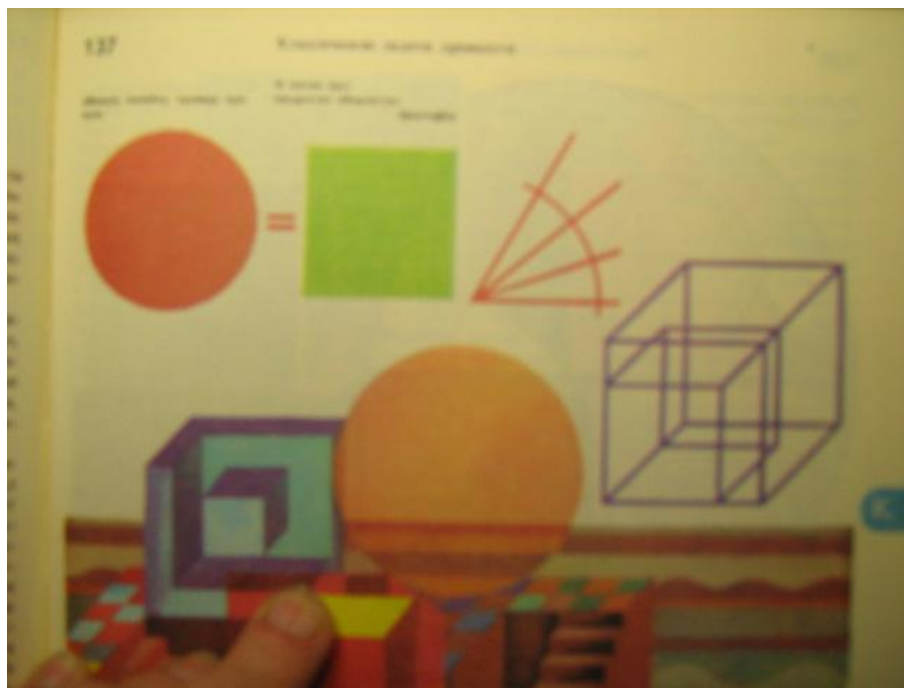
*Никто не знает, кто убийца,*

*Но знают все,  
кто был убит!*

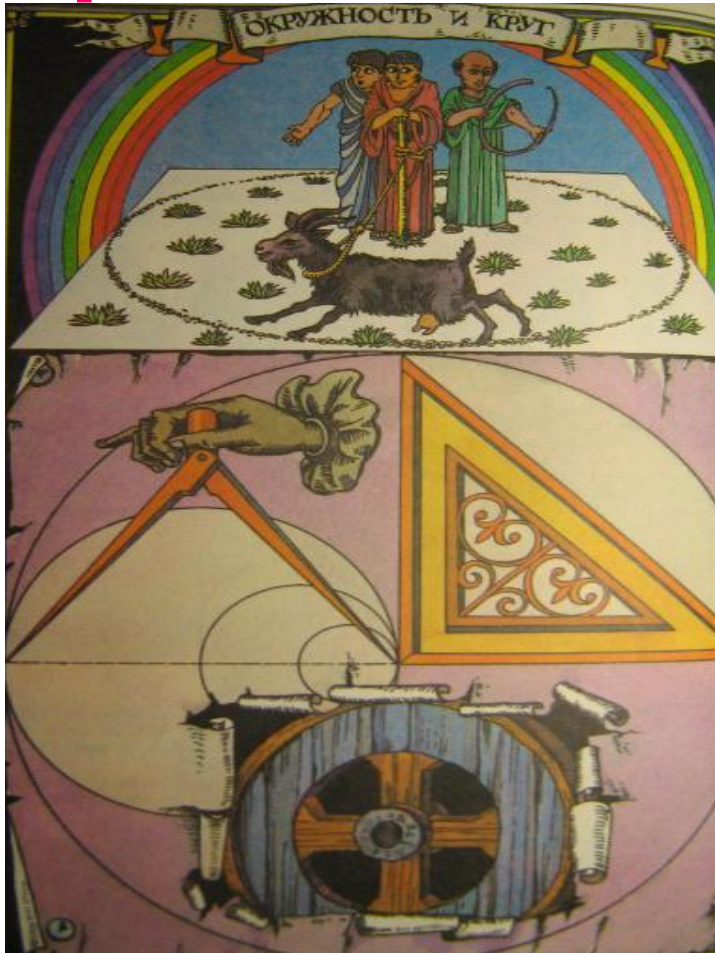


# Квадратура круга – синоним неразрешимости

- 1.Квадратура круга
- 2.Трисекция угла
- 3.Удвоение куба.



# Загадки: разгаданные и неразгаданные



- ЗАГАДКИ КРУГА
- (увлекательные задачи по теме «Длина окружности и площадь круга» для любознательных шестиклассников и не только...)