

Список литературы

1. **Гнеденко Б.В.** Курс теории вероятностей. – М.: Физматгиз, 1988.
2. **Ивченко Г.И., Медведев Ю.И.** Математическая статистика. 2-е изд. М., 1992.
3. **Бородин А.Н.** Элементарный курс теории вероятностей и математической статистики. 3-е изд., – Спб.: Издательство «лань», 2004 – 256 с.
4. **Бочаров П.П., Печенкин А.В.** Теория вероятностей. Математическая статистика. – М.: Гардарика, 1998. – 328 с.

Список литературы

5. **Гмурман В.Е.** Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Высшая школа, 2002. – 405 с.
6. **Гмурман В.Е.** Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учебное пособие для студентов вузов/ М.: Высшая школа, 2002. – 405 с.

Лекция №1

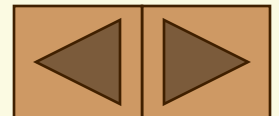
Закон больших чисел и Центральная предельная теорема



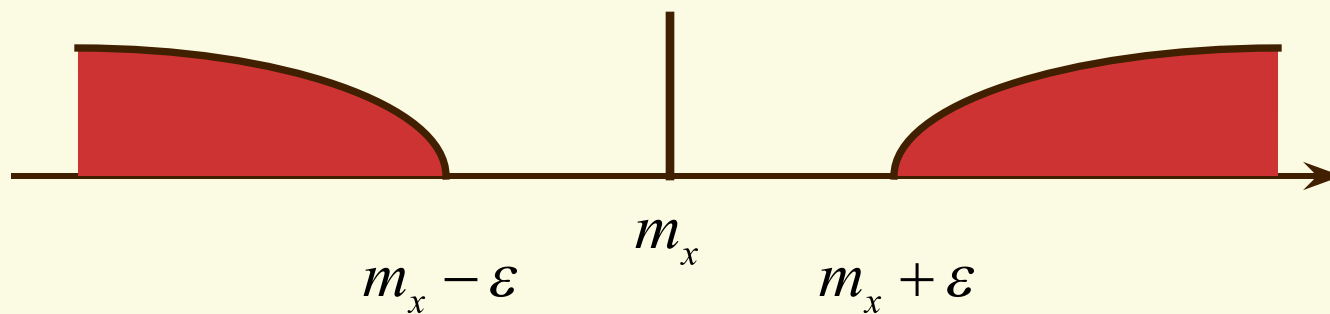
Неравенство Чебышева

$$P\left(|X - m_x| \geq \varepsilon\right) \leq \frac{D_x}{\varepsilon^2}$$

$$P\left(|X - m_x| \leq \varepsilon\right) \geq 1 - \frac{D_x}{\varepsilon^2}$$



Неравенство Чебышева





Сходимость по вероятности

Последовательность случайных величин

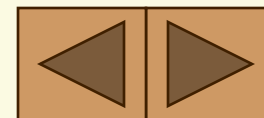
$$X_1, X_2, \dots, X_n$$

Сходится по вероятности к величине ***a*** если для любых

$$\varepsilon > 0 \text{ и } \delta > 0$$

существует такое ***n*(ε, δ)**, начиная с которого выполняется неравенство:

$$P(|X_n - a| < \varepsilon) > 1 - \delta \quad \text{или} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} P(|X_n - a| < \varepsilon) = 1$$



Сходимость по вероятности

$$P\left(|X_n - a| < \varepsilon\right) > 1 - \delta$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(|X_n - a| < \varepsilon\right) = 1$$

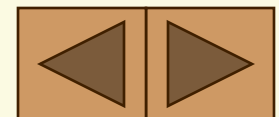
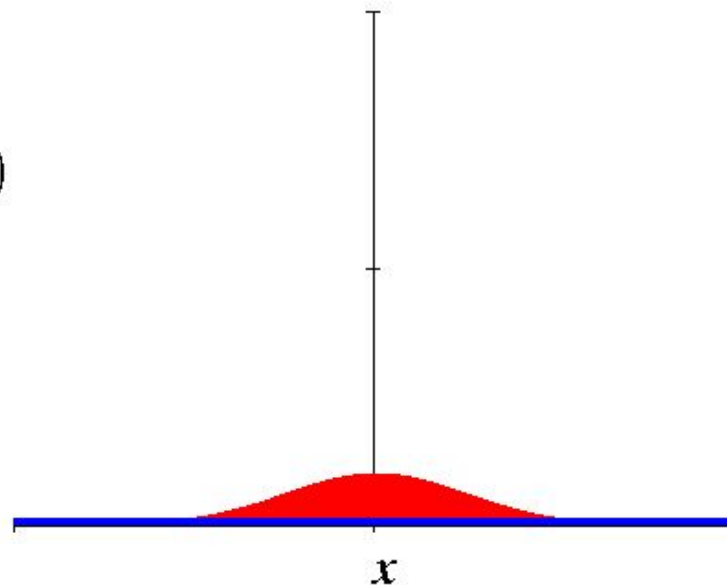
Графическая иллюстрация сходимости по вероятности

$$s = 10$$

Сходимость по вероятности

$$f(x, 0.5)$$

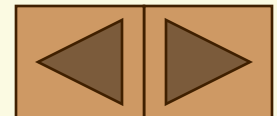
$$\underline{f(x, s)}$$





Теорема Чебышева

При неограниченном увеличении числа независимых испытаний среднее арифметическое наблюдаемых значений случайной величины, имеющей конечную дисперсию, **сходится по вероятности** к её математическому ожиданию.





Теорема Чебышева

$$P\left(\left|\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n X_i - m_i\right| < \varepsilon\right) \geq 1 - \frac{D_i}{n \cdot \varepsilon^2}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\left|\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n X_i - m_i\right| < \varepsilon\right) = 1$$



Обобщенная теорема Чебышева

При неограниченном увеличении числа независимых испытаний над случайными величинами, имеющими **ограниченные дисперсии**, среднее арифметическое наблюдаемых значений сходится по вероятности к **среднему арифметическому математических ожиданий** эти величин.



Обобщенная теорема Чебышева

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P \left(\left| \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n X_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n m_i \right| < \varepsilon \right) = 1$$



Теорема Бернулли

При неограниченном увеличении числа независимых опытов в постоянных условиях частота рассматриваемого события **A** сходится по вероятности к его вероятности **p** в отдельном испытании.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\left|p^* - p\right| < \varepsilon\right) = 1$$



Индикатор События И Его Свойства

Индикатор события – это случайная величина, принимающая значение, равное единице, если событие произошло и равное нулю – в противном случае.

Ряд распределения Индикатора События

I_i	0	1
p_i	q	p

Математическое ожидание и дисперсия индикатора

$$M[I] = 0 \cdot q + 1 \cdot p = p$$

$$D[I] = M[I^2] - [M[I]]^2 = p - p^2 = p \cdot q$$

Теорема Пуассона

При неограниченном увеличении числа независимых испытаний **в переменных условиях** частота события сходится по вероятности к среднему арифметическому его вероятностей при данных испытаниях

Центральная Предельная Теорема

Рассматривается вопрос о законе
распределения суммы случайных
величин, когда число слагаемых
неограниченно возрастает

Теорема Ляпунова

Если случайные величины X_1, X_2, \dots, X_n взаимно независимы и имеют один и тот же закон распределения с математическим ожиданием m и дисперсией σ^2 , причем существует ограниченный третий абсолютный момент μ_3 то при неограниченном увеличении n закон *распределения суммы приближается к нормальному.*

Пример

- Складываются 24 независимых случайных величины, имеющих равномерное распределение на интервале $(0, 1)$. Написать приближенное выражение для плотности распределения суммы этих случайных величин. Найти вероятность того, что сумма будет заключена в пределах от 6 до 8.