Список литературы

1. *Гнеденко б.В.* **Курс теории вероятностей. – М.: Физматгиз, 1988.**
2. *Ивченко Г.И., Медведев Ю.И.* **Математическая статистика. 2-е изд. М., 1992.**
3. *Бородин А.Н.* **Элементарный курс теории вероятностей и математической статистики. 3-е изд., – Спб.: Издательство «лань», 2004 – 256 с.**
4. *Бочаров П.П., Печенкин А.В.* **Теория вероятностей. Математическая статистика. – М.: Гардарика, 1998. – 328 с.**

Список литературы

5. *Гмурман В.Е.* Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Высшая школа, 2002. – 405 с.
6. *Гмурман В.Е.* Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учебное пособие для студентов вузов/ М.: Высшая школа, 2002. – 405 с.

Лекция №1

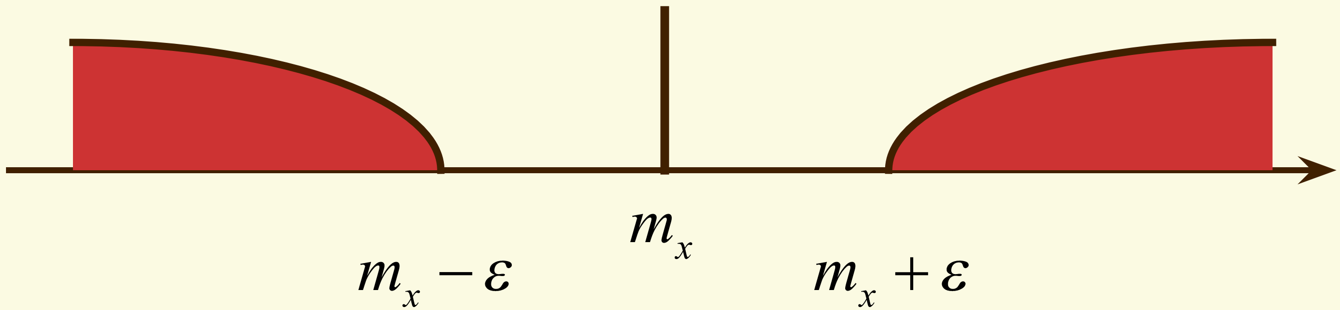
Закон больших чисел и Центральная предельная теорема

Неравенство Чебышева

$$P\left(\left|X - m_x\right| \geq \varepsilon\right) \leq \frac{D_x}{\varepsilon^2}$$

$$P\left(\left|X - m_x\right| \leq \varepsilon\right) \geq 1 - \frac{D_x}{\varepsilon^2}$$

Неравенство Чебышева



Сходимость по вероятности

Последовательность случайных величин

$$X_1, X_2, \ldots, X_n$$

Сходится по вероятности к величине ***a*** если для любых

ε > 0 и **δ > 0**

существует такое ***n***(***ε* , δ**),
начиная с которого выполняется неравенство:

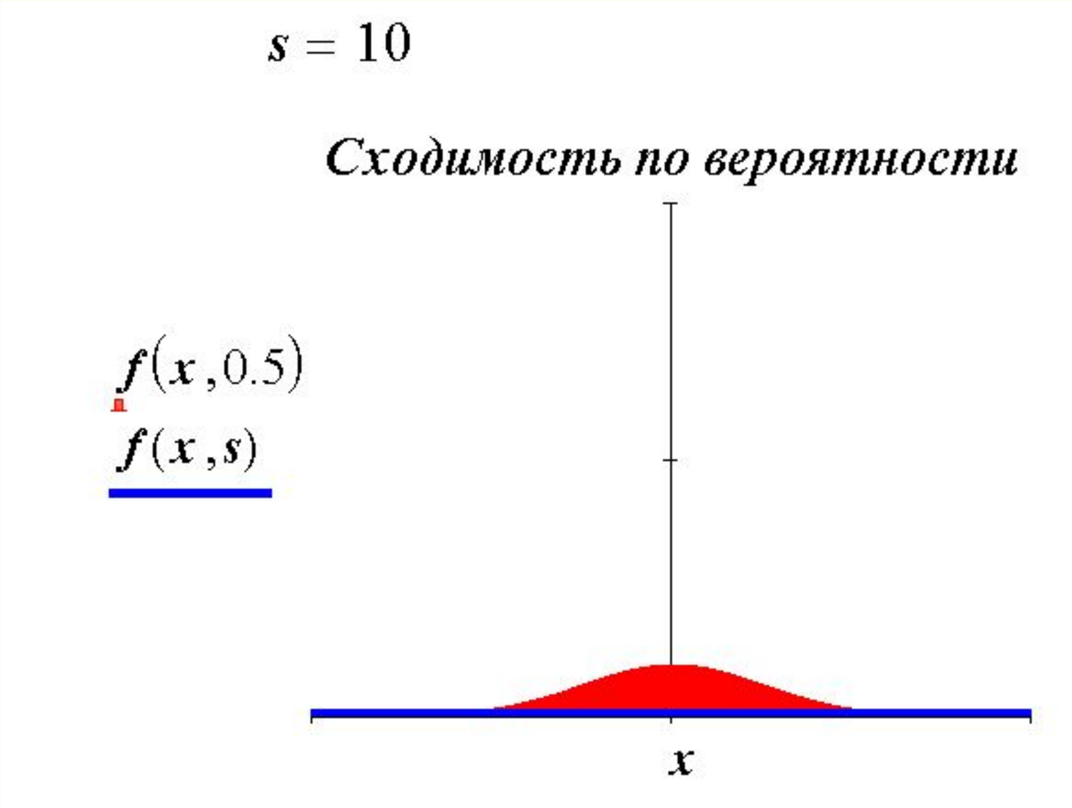
$$P\left(\left|X_n - a\right| < \varepsilon\right) > 1 - \delta \quad \text{или} \quad \lim_{n\to\infty} P\left(\left|X_n - a\right| < \varepsilon\right) = 1$$

Сходимость по вероятности

$$P\left(\left|X_n - a\right| < \varepsilon\right) > 1 - \delta$$

$$\lim_{n\to\infty} P\left(\left|X_n - a\right| < \varepsilon\right) = 1$$

Графическая иллюстрация сходимости по вероятности



Теорема Чебышева

При неограниченном увеличении числа независимых испытаний среднее арифметическое наблюдаемых значений случайной величины, имеющей конечную дисперсию, **сходится по вероятности** к её математическому ожиданию.

Теорема Чебышева

$$P\left(\left|\frac{1}{n}\cdot\sum_{i=1}^{n}X_i - m_i\right| < \varepsilon\right) \geq 1 - \frac{D_i}{n\cdot\varepsilon^2}$$

$$\lim_{n\to\infty} P\left(\left|\frac{1}{n}\cdot\sum_{i=1}^{n}X_i - m_i\right| < \varepsilon\right) = 1$$

Обобщенная теорема Чебышева

При неограниченном увеличении числа независимых испытаний над случайными величинами, имеющими **ограниченные дисперсии**, среднее арифметическое наблюдаемых значений сходится по вероятности к **среднему арифметическому математических ожиданий эти величин**.

Обобщенная теорема Чебышева

$$\lim_{n\to\infty} P\left(\left|\frac{1}{n}\cdot\sum_{i=1}^{n} X_i - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} m_i\right| < \varepsilon\right) = 1$$

Теорема Бернулли

При неограниченном увеличении числа независимых опытов в постоянных условиях частота рассматриваемого события ***A*** сходится по вероятности к его вероятности ***p*** в отдельном испытании.

$$\lim_{n\to\infty} P\left(\left|p^* - p\right| < \varepsilon\right) = 1$$

Индикатор События И Его Свойства

Индикатор события – это случайная величина, принимающая значение, равное единице, если событие произошло и равное нулю – в противном случае.

Ряд распределения Индикатора События

I_i	0	1
p_i	q	p

Математическое ожидание и дисперсия индикатора

$$M[I] = 0 \cdot q + 1 \cdot p = p$$

$$D[I] = M\left[I^2\right] - \left[M[I]\right]^2 = p - p^2 = p \cdot q$$

Теорема Пуассона

При неограниченном увеличении числа независимых испытаний ***в переменных условиях*** частота события сходится по вероятности к среднему арифметическому его вероятностей при данных испытаниях

Центральная Предельная Теорема

Рассматривается вопрос о законе распределения суммы случайных величин, когда число слагаемых неограниченно возрастает

Теорема Ляпунова

Если случайные величины $X_1, X_2, \ldots, X_n$ взаимно независимы и имеют один и тот же закон распределения с математическим ожиданием $\boldsymbol{m}$ и дисперсией $\boldsymbol{\sigma}^2$, причем существует ограниченный третий абсолютный момент $\boldsymbol{\mu}_3$ то при неограниченном увеличении $\boldsymbol{n}$ *закон распределения суммы приближается к нормальному.*

Пример

- Складываются 24 независимых случайных величины, имеющих равномерное распределение на интервале (0, 1). Написать приближенное выражение для плотности распределения суммы этих случайных величин. Найти вероятность того, что сумма будет заключена в пределах от 6 до 8.