

Закон распределения случайной дискретной величины



Понятие дискретной случайной величины

Величина называется случайной, если она принимает различные результаты при проведении опыта, причем вероятность каждого исхода различна.

Случайная величина называется дискретной, если в пределах одного опыта, количество значений которые она может принимать, конечно.

Закон распределения случайной величины

Законом распределения *дискретной случайной величины* называют соответствие между ее возможными значениями и вероятностями их появления. Закон распределения можно задать таблично, аналитически (в виде формулы Бернулли) и графически (в виде многоугольника распределения).

Табличное задание закона распределения:

X	x_1	x_2	x_3	...	x_n
P	p_1	p_2	p_3	...	p_n

Здесь $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ — значения, которые может принять случайная дискретная величина X и их вероятности $p_1 = P(X=x_1)$, $p_2 = P(X=x_2)$, $p_3 = P(X=x_3)$, $p_4 = P(X=x_4)$, $p_n = P(X=x_n)$ и $p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + \dots + p_n = 1$.

Формула Бернулли

Формула Бернулли — формула в теории вероятности, позволяющая находить вероятность появления события A при независимых испытаниях. Формула Бернулли позволяет избавиться от большого числа вычислений — сложения и умножения вероятностей — при достаточно большом количестве испытаний. Названа в честь выдающегося швейцарского математика Якоба Бернулли, выведшего формулу.

Испытание называется независимым от события A если вероятность появления события A в каждом испытании не зависит от результатов проведения испытаний.

$$P_n(m) = C_n^m p^m q^{n-m}$$

где n – количество независимых испытаний;
 p – вероятность наступления события A ;
 q – вероятность того, что событие A не произойдет, $q = 1 - p$;
 m – количество раз, когда событие A не произошло при n различных испытаний ($m < n$).

Понятие математического ожидаения

Математическое ожидание – понятие среднего значения, одна из важнейших характеристик распределения вероятностей случайной величины. Для случайной величины X , принимающей последовательность значений x_1, x_2, \dots, x_n , с вероятностями, равными соответственно p_1, p_2, \dots, p_n , математическое ожидание определяется формулой:

$$M_x = \sum_{i=1}^k x_i p_i$$

- где k – количество независимых испытаний;
 x_i – значение случайной дискретной величины;
 p_i – вероятность значения случайной дискретной величины;

Понятие дисперсии

Дисперсия (от лат. dispersio - рассеяние) в математической статистике и теории вероятностей - мера рассеивания (отклонения от среднего). В статистике дисперсия есть среднее арифметическое из квадратов отклонений наблюдаемых значений (x_1, x_2, \dots, x_n) случайной величины от их среднего арифметического. В теории вероятностей дисперсия случайной величины X называется математическое ожидание $E (X - m_x)^2$ квадрата отклонения X от её математического ожидания $m_x = E (X)$. Дисперсия случайной величины X обозначается через $D (X)$ или через s_x^2 .

$$D_x = (x - M_x)^2$$

Задача на нахождение закона распределения

Найти распределение вероятности числа очков, выпавших на кубике с первого броска, математическое ожидание и дисперсию.

Решение.

Выпадение любой грани равновероятно, так что распределение будет выглядеть так:

X	1	2	3	4	5	6
P	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

Математическое ожидание:

$$M_x = 1 * \frac{1}{6} + 2 * \frac{1}{6} + 3 * \frac{1}{6} + 4 * \frac{1}{6} + 5 * \frac{1}{6} + 6 * \frac{1}{6} = \frac{21}{6} = 3.5$$

Дисперсия:

$$D_x = \frac{1}{6} ((1 - 3.5)^2 + ((2 - 3.5)^2 + ((3 - 3.5)^2 + ((4 - 3.5)^2 + ((5 - 3.5)^2 + ((6 - 3.5)^2)) = \frac{35}{12} \approx 2.9$$