

Замечательные кривые в математике

Рудницкая Мария
Соболь Анастасия
Ученицы 11 «А» класс
ГОУ ЦО № 1453 г. Москвы

Руководитель: Иванова В.Н.

Что же такое кривая линия?

В рамках элементарной геометрии понятие кривой не получает отчётливой формулировки и иногда определяется как «длина без ширины» или как «граница фигуры».

Кривая (подразумевается линия) есть след движущейся точки. Примерами являются острие карандаша, острый край куска мела, раскаленный метеор, пронизывающий верхние слои атмосферы, или ракета. С точки зрения этого определения прямая линия есть частный случай кривой.

Цели:

- Рассмотрение некоторых замечательных кривых
- Рассмотрение возможности из применения при решение задач из школьного курса геометрии, а также задач повышенной сложности
- Применение их в технике и других сферах деятельности

Содержание:

1. Циклоида
2. Цепная линия
3. Спираль Архимеда
4. Спираль Корню
5. Логарифмическая спираль
6. Решение задач
7. Применение в жизни

Циклоида

(от греческого *kukloeides* – «кругообразный») – траектория точки, лежащей на окружности круга единичного радиуса (производящего круга), который без скольжения катится по прямой (направляющей прямой).

Уравнение циклоиды

$$\begin{aligned}x &= t - \sin t \\ y &= 1 - \cos t\end{aligned}$$



Свойства:

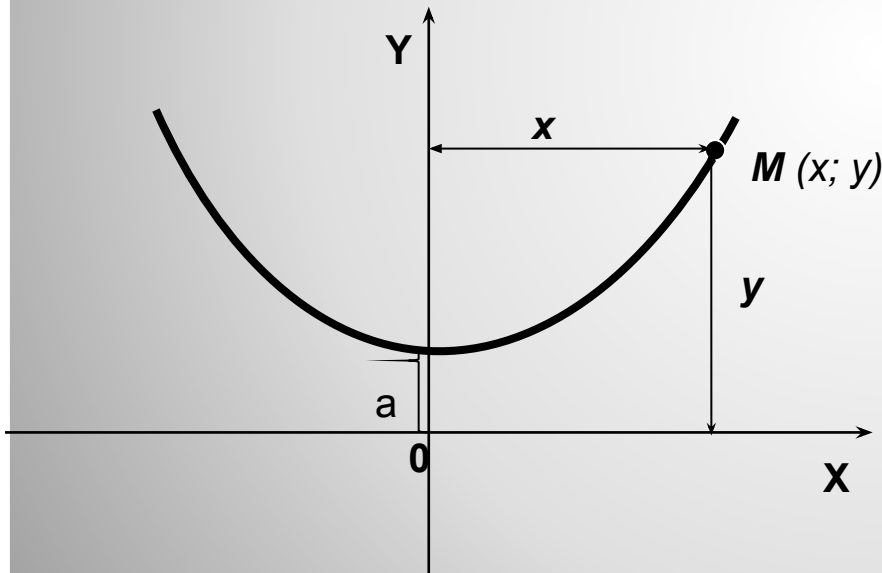
- циклоида – кривая наибыстрейшего спуска;
- циклоида – кривая, по которой должна двигаться тяжелая материальная точка, чтобы период ее колебания не зависел от амплитуды колебаний;
- касательная к циклоиде в произвольной ее точке проходит через высшую точку производящего круга, а нормаль – через ее низшую точку;
- длина арки циклоиды равна восьми радиусам производящего круга;
- площадь, ограниченная аркой циклоиды и осью абсцисс, равна утроенной площади производящего круга, т.е. $3\pi r^2$.



Цепная Линия

Цепная линия – кривая, форму которой принимает однородная гибкая тяжелая нерастяжимая нить с закрепленными концами под действием силы тяжести.

Уравнение: $y = a (e^{x/a} + e^{-x/a}) / 2$



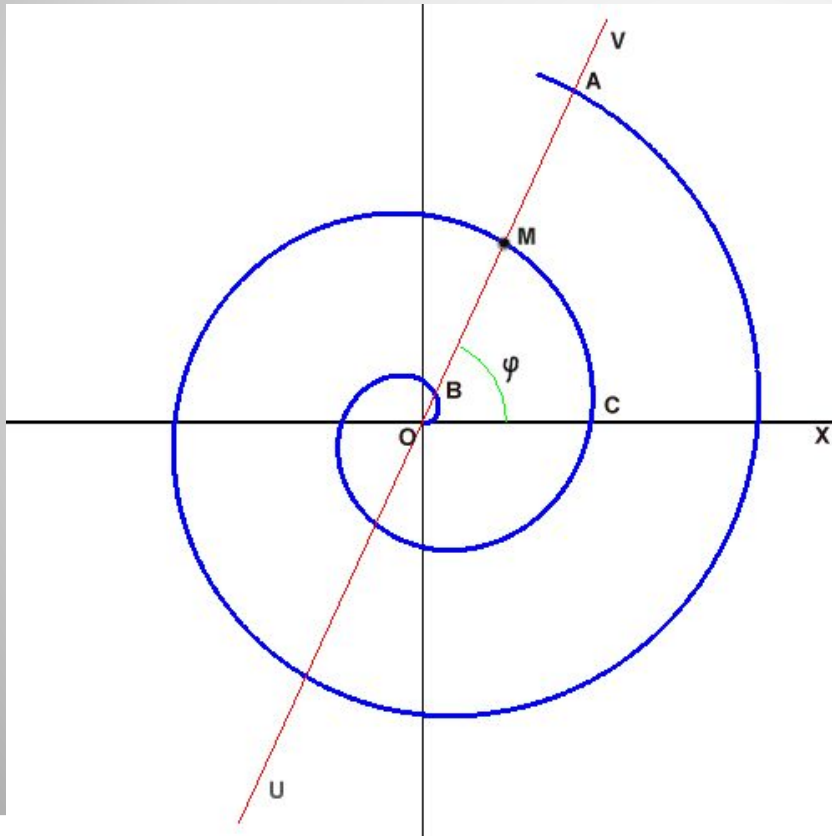
Свойства:

- проекция ординаты произвольной точки цепной линии на нормаль (перпендикуляр к касательной) в этой точке равна a ;
- длина дуги цепной линии от ее вершины до точки $M(x; y)$ равна $a \cdot \arcsinh(x/a)$;
- площадь, ограниченная цепной линией, двумя ординатами и осью абсцисс, пропорциональна длине соответствующей дуги.



Спираль Архимеда

Спираль Архимеда – спираль, описываемая точкой,двигающейся по вращающемуся кругу.



Геометрическим свойством, характеризующим спираль Архимеда, является постоянство расстояний между витками; каждое из них равно $2\pi a$.



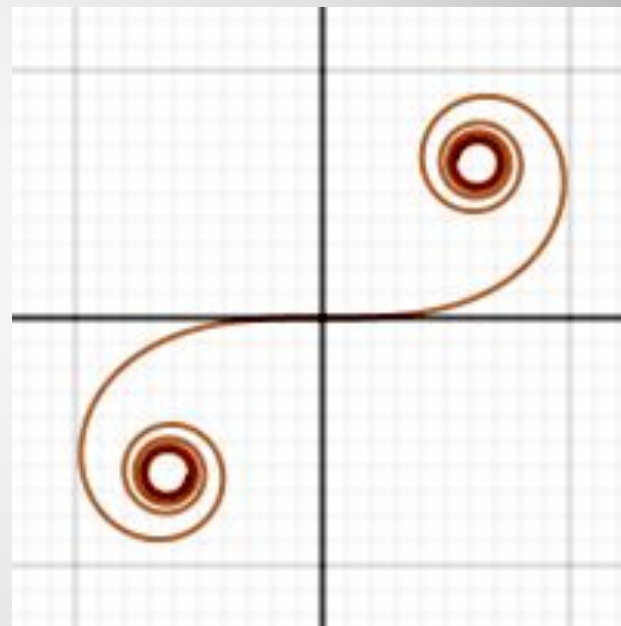
Спираль Корню или Клотоида — кривая, у которой кривизна изменяется линейно как функция длины дуги.

Уравнение:

$$R = k/S$$

R — радиус соприкасающейся окружности в точке кривой, в которой окажется поезд, пройдя по ней расстояние S ;
 k — постоянная.

Клотоида имеет бесконечную длину



Спираль Корню



Логарифмическая спираль

- *Логарифмическая спираль или изогональная спираль* — особый вид спирали, часто встречающийся в природе. Логарифмическая спираль была впервые описана Декартом и позже интенсивно исследована Бернулли, который называл её *Spira mirabilis*, «удивительная спираль».

