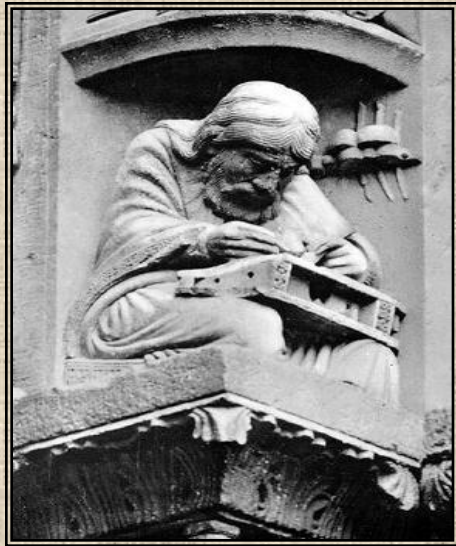


Значение теоремы Пифагора.



Руководитель: Дрокова Татьяна Борисовна

Авторы : «группа теоретиков»

Романова Екатерина

Гунин Артем

Никитина Софья

Гаврилин Сергей,

обучающиеся 8А класса
МОУ Ржаксинской сош №2

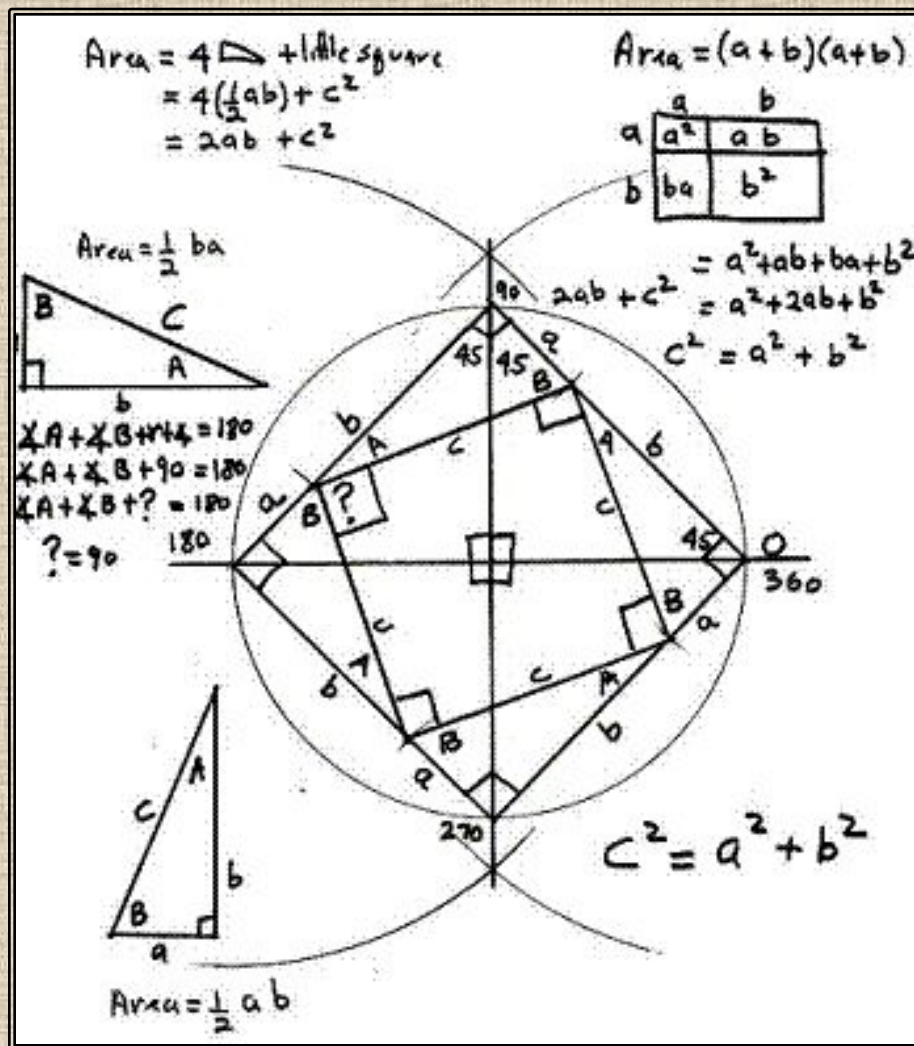
Гипотеза

- Какое влияние оказала теорема Пифагора на развитие науки и техники многих стран и народов мира.
- Как могла применяться теорема Пифагора в древности.

- Мы провели исследовательскую работу, привлекая информационные технологии. Определили, что теорема Пифагора имеет огромное значение в развитии науки и техники.
- Мы заметили, что теорема Пифагора лежит в основе многих общих метрических соотношений на плоскости и в пространстве.
- Мы определили, что исключительная важность теоремы для геометрии и математики в целом состоит в том, что, благодаря тому что теорема Пифагора позволяет находить длину отрезков (гипотенузы), не измеряя ее непосредственно, она как бы открывает путь с прямой на плоскость, с плоскости в трехмерное пространство.
- В теореме Пифагора, как в зерне, заключена вся евклидова геометрия.

История теоремы Пифагора.

Интересна история теоремы Пифагора. Хотя эта теорема и связана с именем Пифагора, она была известна задолго до него. В вавилонских текстах эта теорема встречается за 1200 лет до Пифагора, а в Египте это соотношение использовалось для построения прямого угла еще пять тысяч лет назад. Возможно, что тогда еще не знали ее доказательства, а само соотношение между гипотенузой и катетами было установлено опытным путем на основе измерений. Пифагор, по-видимому, нашел доказательство этого соотношения. Сохранилось древнее предание, что в честь своего открытия Пифагор принес в жертву богам быка, по другим свидетельствам - даже сто быков. На протяжении последующих веков были найдены различные другие доказательства теоремы Пифагора. **В настоящее время их насчитывается более пятисот, в том числе: геометрических, алгебраических, механических и прочих.** Благодаря такому количеству доказательств, теорема Пифагора попала в Книгу рекордов Гиннеса, как теорема с наибольшим количеством доказательств.



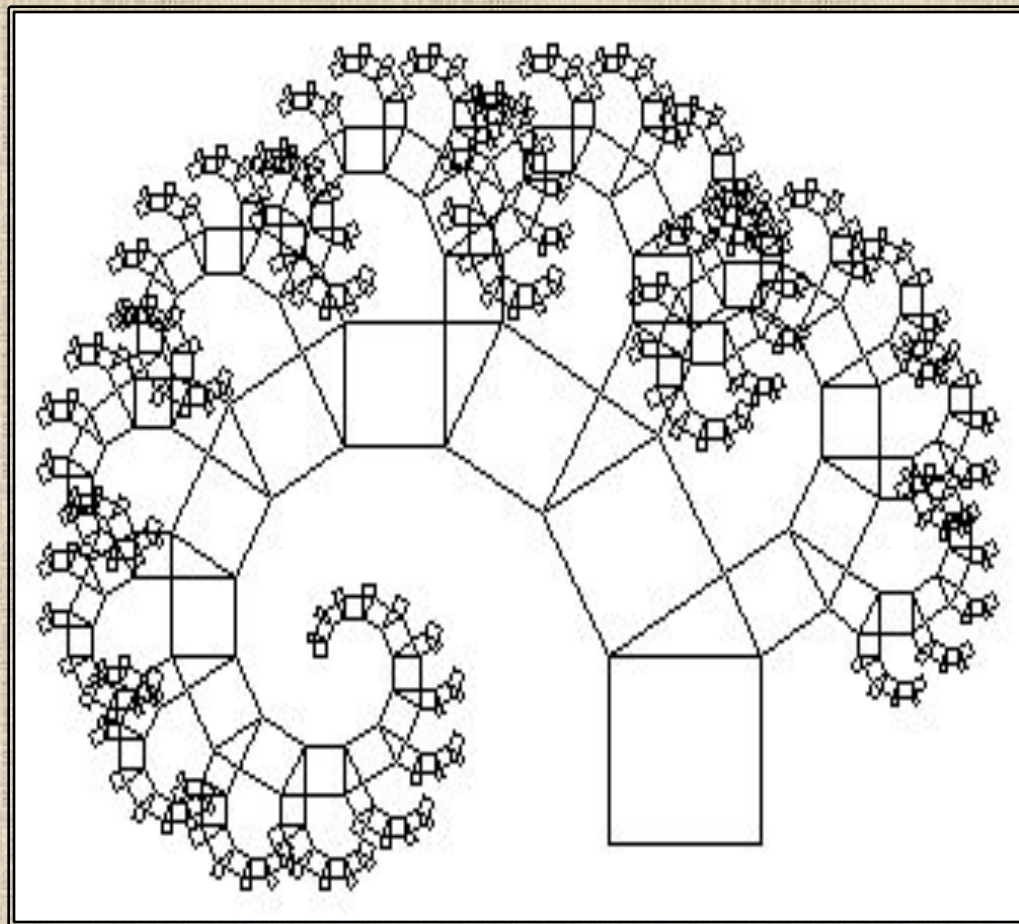
Это говорит о неослабевающем интересе к ней со стороны широкой математической общественности. Теорема Пифагора послужила источником для множества обобщений и плодородных идей. Глубина этой древней истины, по-видимому, далеко не исчерпана. Существует так называемое дерево Пифагора - гипотетическое дерево, которое составлено из соединенных между собой прямоугольных треугольников, с построенными на катетах и гипотенузе квадратами. У теоремы Пифагора есть следствие для произвольного треугольника: *Сторона треугольника равна корню квадратному из суммы квадратов двух других ее сторон минус удвоенное произведение этих сторон на косинус угла между ними.*

В виде формулы это записывается так:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$$

Это следствие принято называть теоремой косинусов, но по сути - это теорема Пифагора для произвольного треугольника. Существует три формулировки теоремы Пифагора:

- 1. В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.**
- 2. Площадь квадрата, построенного на гипотенузе прямоугольного треугольника, равна сумме площадей квадратов, построенных на катетах.**
- 3. Квадрат, построенный на гипотенузе прямоугольного треугольника, равносоставлен с квадратами, построенными на катетах.**

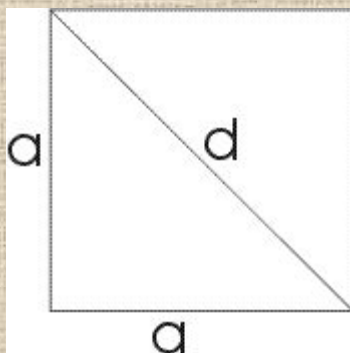


[НАЗАД](#)

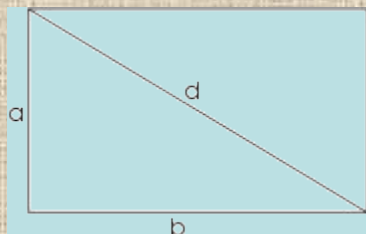
Применение теорем Пифагора на практике.

Рассмотрим примеры практического применения теоремы Пифагора. Не будем пытаться привести все примеры использования теоремы - это вряд ли было бы возможно. Область применения теоремы достаточно обширна и вообще не может быть указана с достаточной полнотой. Определим возможности, которые дает теорема Пифагора для вычисления длин отрезков некоторых фигур на плоскости.

Диагональ квадрата. Диагональ d квадрата со стороной a можно рассматривать как гипотенузу прямоугольного равнобедренного треугольника с катетом a . Таким образом, $d^2=2a^2$.



Диагональ d прямоугольника. Диагональ d прямоугольника со сторонами a и b вычисляется подобно тому, как вычисляется гипотенуза прямоугольного треугольника с катетами a и b . Мы имеем $d^2=a^2+b^2$



Высота h равностороннего треугольника. Высота h равностороннего треугольника со стороной a может рассматриваться как катет прямоугольного треугольника, гипотенуза которого a , а другой катет $a/2$.

Таким образом имеем

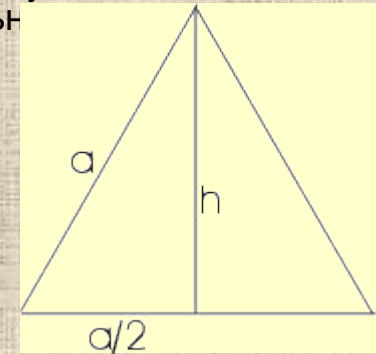
$$a^2 = h^2 + (a/2)^2,$$

или

$$h^2 = (3/4)a^2.$$

Отсюда вытекает

$$h = (a\sqrt{3})/2.$$

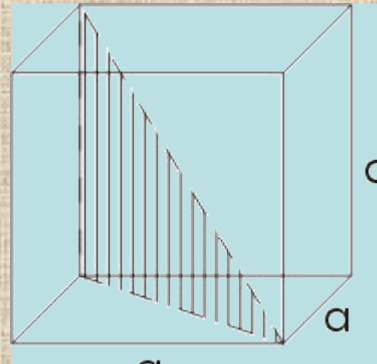


Возможности применения теоремы Пифагора к вычислениям не ограничиваются планиметрией.

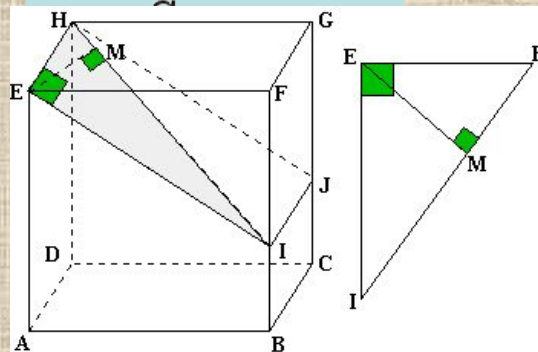
Диагональ куба. На рисунке изображен куб, внутри которого проведена диагональ d , являющаяся одновременно гипотенузой прямоугольного треугольника, заштрихованного на рисунке. Катетами треугольника служат ребро куба и диагональ квадрата, лежащего в основании (как указывалось ранее, длина диагонали равна $a\sqrt{2}$).

Отсюда имеем

$$d^2 = a^2 + 2a^2, \quad d^2 = 3a^2, \quad d = a\sqrt{3}.$$



Теорема Пифагора используется также при построении сечений в объемных фигурах, таких как куб.



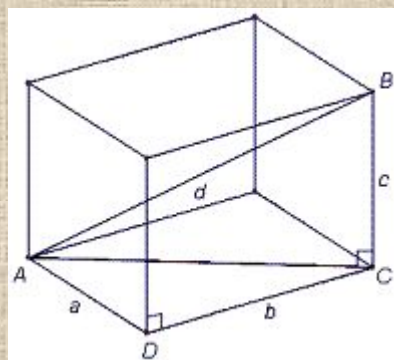
Конус. При построении сечений в конусе также используется теорема Пифагора.



Прямоугольный параллелепипед.

Рассуждение, подобное этому, можно провести и для прямоугольного параллелепипеда с ребрами a , b , c и получить для диагонали выражение

$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2.$$

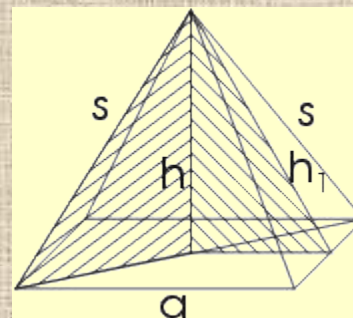


Пирамида. Исследуем пирамиду, например, такую, в основании которой лежит квадрат и высота которой проходит через центр этого квадрата (правильную пирамиду). Пусть сторона квадрата - a , и высота пирамиды - h . Найдем s (длину боковых ребер пирамиды). Ребра будут гипотенузами прямоугольных треугольников, у которых один из катетов - высота h , а другой - половина диагонали квадрата ($1/2 \cdot a\sqrt{2}$). Вследствие этого имеем:

$$s^2 = h^2 + a^2/2.$$

Затем можем вычислить высоту h_1 боковых граней.

$$h_1^2 = h^2 + a^2/4.$$



В зданиях готического и романского стиля верхние части окон расчленяются каменными ребрами, которые не только играют роль орнамента, но и способствуют прочности окон. На рисунке представлен простой пример такого окна в готическом стиле. Способ построения его очень прост: Из рисунка легко найти центры шести дуг окружностей, радиусы которых равны

1. ширине окна (b) для наружных дуг
2. половине ширины, ($b/2$) для внутренних дуг

Остается еще полная окружность, касающаяся четырех дуг. Т. к. она заключена между двумя концентрическими окружностями, то ее диаметр равен расстоянию между этими окружностями, т. е. $b/2$ и, следовательно, радиус равен $b/4$. А тогда становится ясным и положение ее центра.

В рассмотренном примере радиусы находились без всяких затруднений. В других аналогичных примерах могут потребоваться вычисления; покажем, как применяется в таких задачах теорема Пифагора.

В романской архитектуре часто встречается мотив, представленный на рисунке. Если b по-прежнему обозначает ширину окна, то радиусы полуокружностей будут равны $R = b/2$ и $r = b/4$. Радиус p внутренней окружности можно вычислить из прямоугольного треугольника, изображенного на рис. пунктиром. Гипотенуза этого треугольника, проходящая через точку касания окружностей, равна $b/4 + p$, один катет равен $b/4$, а другой $b/2 - p$. По теореме Пифагора имеем:

$$(b/4 + p)^2 = (b/4)^2 + (b/2 - p)^2$$

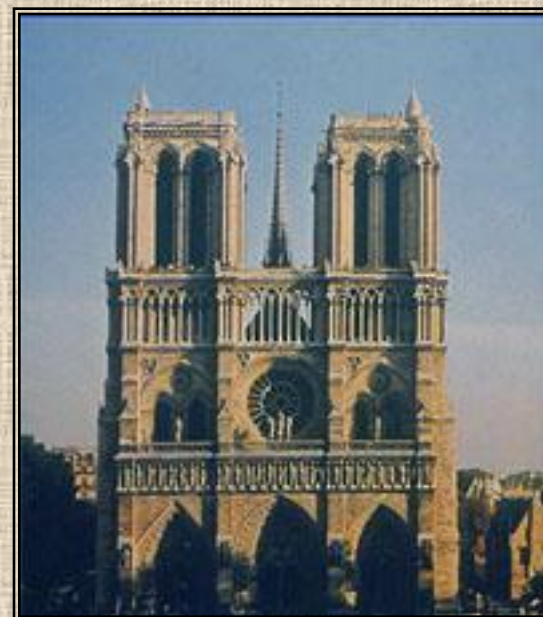
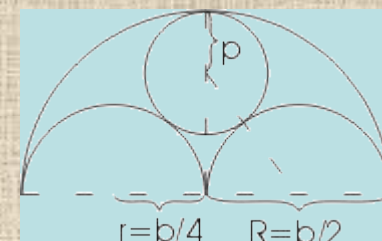
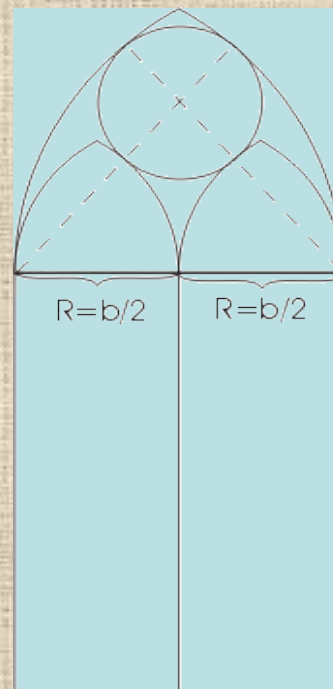
$$\text{или } b^2/16 + bp/2 + p^2 = b^2/16 + b^2/4 - bp + p^2,$$

откуда

$$bp/2 = b^2/4 - bp.$$

Разделив на b и приводя подобные члены, получим:

$$(3/2)p = b/4, p = b/6$$



В конце девятнадцатого века высказывались разнообразные предположения о существовании обитателей Марса подобных человеку, это явилось следствием открытий итальянского астронома Скиапарелли (открыл на Марсе каналы которые долгое время считались искусственными) и др.

Естественно, что вопрос о том, можно ли с помощью световых сигналов объясняться с этими гипотетическими существами, вызвал оживленную дискуссию. Парижской академией наук была даже установлена премия в 100000 франков тому, кто первый установит связь с каким-нибудь обитателем другого небесного тела; эта премия все еще ждет счастливец. В шутку, хотя и не совсем безосновательно, было решено передать обитателям Марса сигнал в виде теоремы Пифагора.

Неизвестно, как это сделать; но для всех очевидно, что математический факт, выражаемый теоремой Пифагора имеет место всюду и поэтому походя на нас обитатели другого мира должны понять такой сигнал.

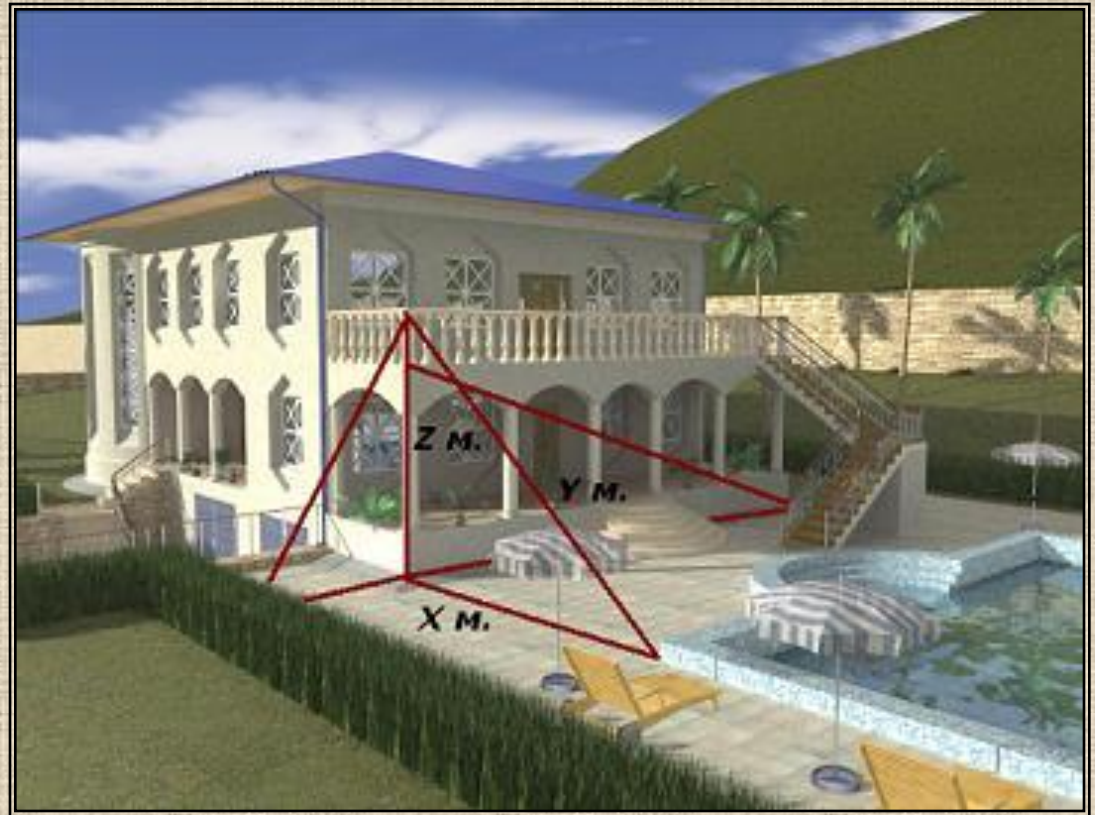


Значение теоремы Пифагора.

Кроме этого, практическое значение теоремы Пифагора и обратной ему теоремы заключается в том, что с их помощью можно найти длины отрезков, не измеряя самих отрезков. Это как бы открывает путь от прямой к плоскости, от плоскости к объемному пространству и дальше. Именно по этой причине теорема Пифагора так важна для человечества, которое стремится открывать все больше измерений и создавать технологии в этих измерениях. Например в Германии недавно открылся кинотеатр, где показывают кино в шести измерениях: первые три даже перечислять не стоит, а также время, запах и вкус. Это наглядно говорит о том, насколько быстро увеличивается количество измерений, используемых человечеством. Ведь еще три года назад никто и не заикался о более чем трех измерениях в кино. Вы спросите: а как связаны между собой теорема Пифагора и запахи, вкусы? А все очень "просто": ведь при показе кино надо рассчитать куда и какие запахи направлять и т.д. Представьте: на экране показывают джунгли, и вы чувствуете запах листьев, показывают обедающего человека, а вы чувствуете вкус еды...

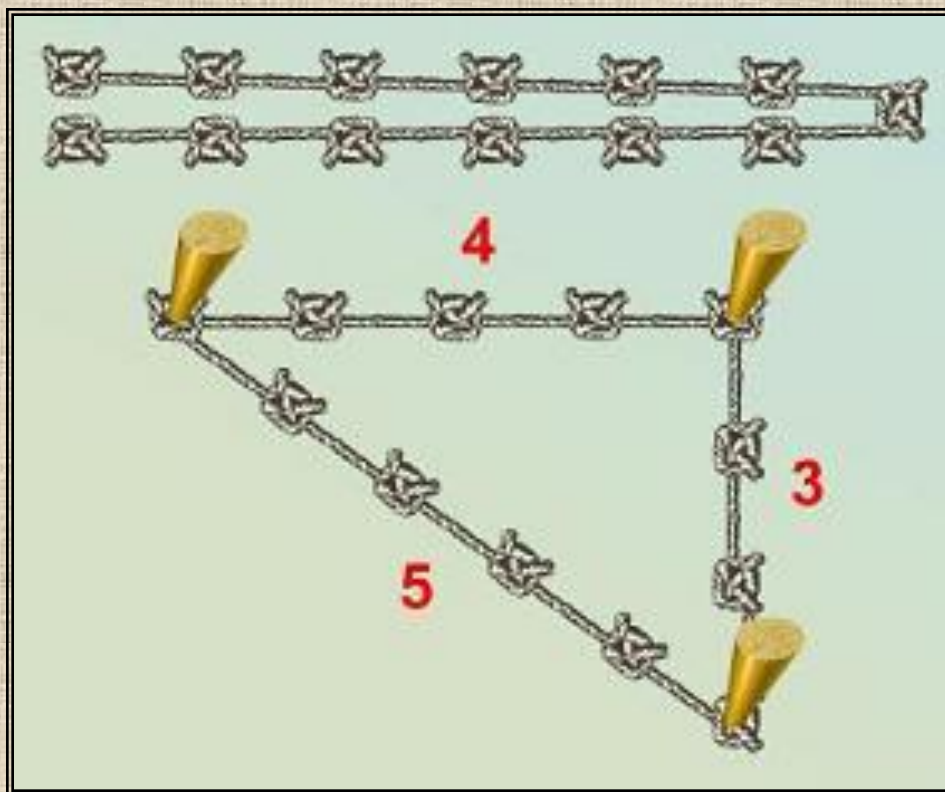


Но не надо думать, что теорема Пифагора больше не имеет других значений. Из того, что я уже сказал, надо сделать вывод, что все эти технологии используются также и в других отраслях. Например, при строительстве любого сооружения, рассчитывают расстояния, центры тяжести, размещение опор, балок и т.д. В целом, значение теоремы, кроме вышесказанного, заключается в том, что она применяется практически во всех современных технологиях, а также открывает простор для создания и придумывания новых.



Египетский треугольник.

Египетский треугольник - это прямоугольный треугольник со сторонами 3, 4 и 5. Он получил такое название оттого что был известен и широко применялся еще древними египтянами. Они с помощью такого треугольника строили прямые углы на местности, что имело для них огромное значение, так как каждый год разливы Нила размывали границы между полями, и приходилось заново размечать их. Это делалось очень просто: на веревке узлами отмечалось 12 равных отрезков, а потом из этой веревки складывали треугольник, и угол, оказавшийся напротив стороны 5, являлся прямым.



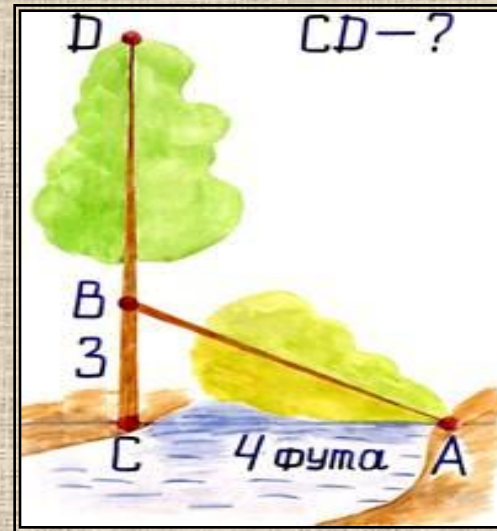
Исторические задачи.

Исторические задачи

Предлагаю несколько задач, найденных в исторических книгах. Они настолько легкие, что я не буду объяснять их решение.

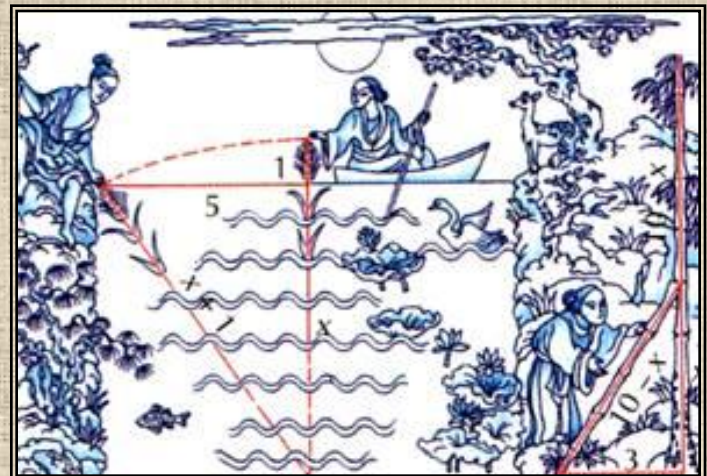
Задача Бхаскари

*«На берегу реки рос тополь одинокий.
Вдруг ветра порыв его ствол надломал.
Бедный тополь упал. И угол прямой
С течением реки его ствол составлял.
Запомни теперь, что в этом месте река
В четыре лишь фута была широка
Верхушка склонилась у края реки.
Осталось три фута всего от ствола,
Прошу тебя, скоро теперь мне скажи:
У тополя как велика высота?»*



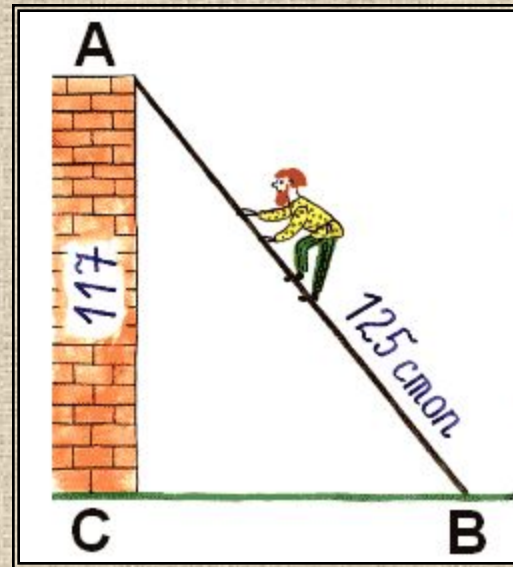
Задача из китайской «Математики в девяти книгах»

*«Имеется водоем со стороной в 1 чжан = 10 чи.
В центре его растет камыш, который выступает
над водой на 1 чи.
Если потянуть камыш к берегу, то
он как раз коснется его.
Спрашивается: какова глубина воды и
какова длина камыша?»*



**Задача из учебника «Арифметика»
Леонтия Магницкого**

*«Случился некому человеку к стене
лестницу прибрати, стены же тоя
высота есть 117 стоп. И обрете
лестницу долготю 125 стоп. И
ведати хочет, колико стоп сея
лестницы нижний конец от стены
отстояти иматъ».*



**Задача о бамбуке из древнекитайского
трактата "Гоу-гу"**

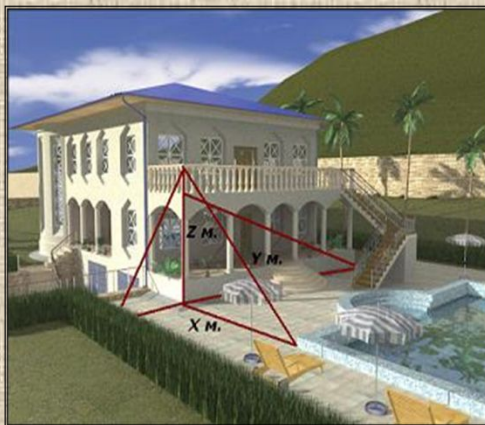
*Имеется бамбук высотой в 1 чжан.
Вершину его согнули так, что она
касается земли на расстоянии 3 чи от
корня (1 чжан = 10 чи).
Какова высота бамбука после
сгибания?*



Буклет учащихся



Практическое значение теоремы Пифагора и обратной ему теоремы заключается в том, что с их помощью можно найти длины отрезков, не измеряя самих отрезков. Это как бы открывает путь от прямой к плоскости, от плоскости к объемному пространству и дальше. Именно по этой причине теорема Пифагора так важна для человечества, которое стремится открывать все больше измерений и создавать технологии в этих измерениях.



Заложенная Пифагором вера в красоту и гармонию природы, в мудрую простоту и целесообразность её законов, построенных на единых математических принципах, окрыляла творчество титанов современного естествознания от Иоганна Кеплера (1571 — 1630) до Альберта Эйнштейна (1879—1955). Это и есть путеводная звезда современного естествознания, тот вечный кладезь мудрости, который открыл человечеству Пифагор.

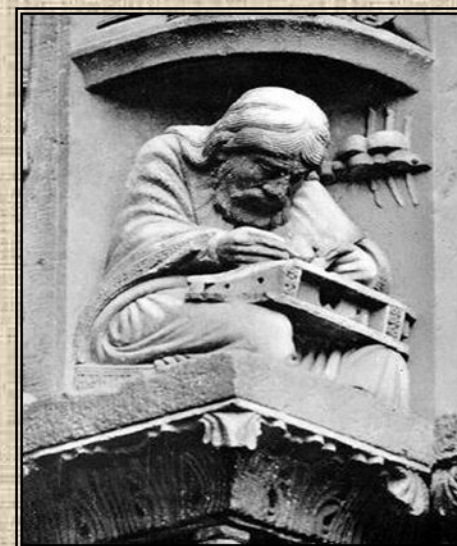


Ржаксинская сош №2

Группа «теоретиков»

Романова Екатерина
Гунин Артем
Никитина Софья
Гаврилин Сергей

Значение
теоремы
Пифагора.



Выводы по теме проекта

- Заложенная Пифагором вера в красоту и гармонию природы, в мудрую простоту и целесообразность её законов, построенных на единых математических принципах, окрыляла творчество титанов современного естествознания от Иоганна Кеплера (1571 —1630) до Альберта Эйнштейна (1879—1955). Это и есть путеводная звезда современного естествознания, тот вечный кладёзь мудрости, который открыл человечеству Пифагор.

Используемые ресурсы

- Акимова С. Занимательная математика, серия «Нескучный учебник». – Санкт-Петербург: Тригон, 1997.
- Волошников А.В. Пифагор: союз истины, добра и красоты. – М.: Просвещение, 1993.
- Я познаю мир: Детская энциклопедия: Математика. – М.: Аванта+, 1997.
- Еленьский Ш. По следам Пифагора. - М, 1961.
- Журнал «Квант» № 2, 1992. 8. Журнал «Математика в школе» № 4, 1991.
- Литцман В. Теорема Пифагора. - М.: Просвещение, 1960.
- Энциклопедический словарь юного математика / Сост. А.П. Савин. – 3-е изд., испр. и доп. - М.: Педагогика–Пресс, 1997, с. 271.
- Энциклопедия для детей. Т.11. Математика / Глав. ред. М.Д. Аксёнова. - М.: Аванта+, 1998.
-
- *Электронные источники:*
- Рефераты и сочинения в помощь школьнику. Дискавери – 2003.
- Большая энциклопедия Кирилла и Мефодия. – 2004.
- Электронная энциклопедия: Star World.
- Internet.