« Золотое сечение»

Связь между последовательностью Фибоначчи и « Золотым сечением».

Последовательность Фибоначчи.

Наибольший интерес представляет для нас сочинение "**Книга абака**". Эта книга представляет собой объемный труд, содержащий почти все арифметические и алгебраические сведения того времени и сыгравший значительную роль в развитии математики в Западной Европе в течении нескольких следующих столетий. В частности, именно по этой книге европейцы познакомились с индусскими (*арабскими*) цифрами.

Сообщаемый в "**Книге абака**" материал поясняется на примерах задач, составляющих значительную часть этого тракта.

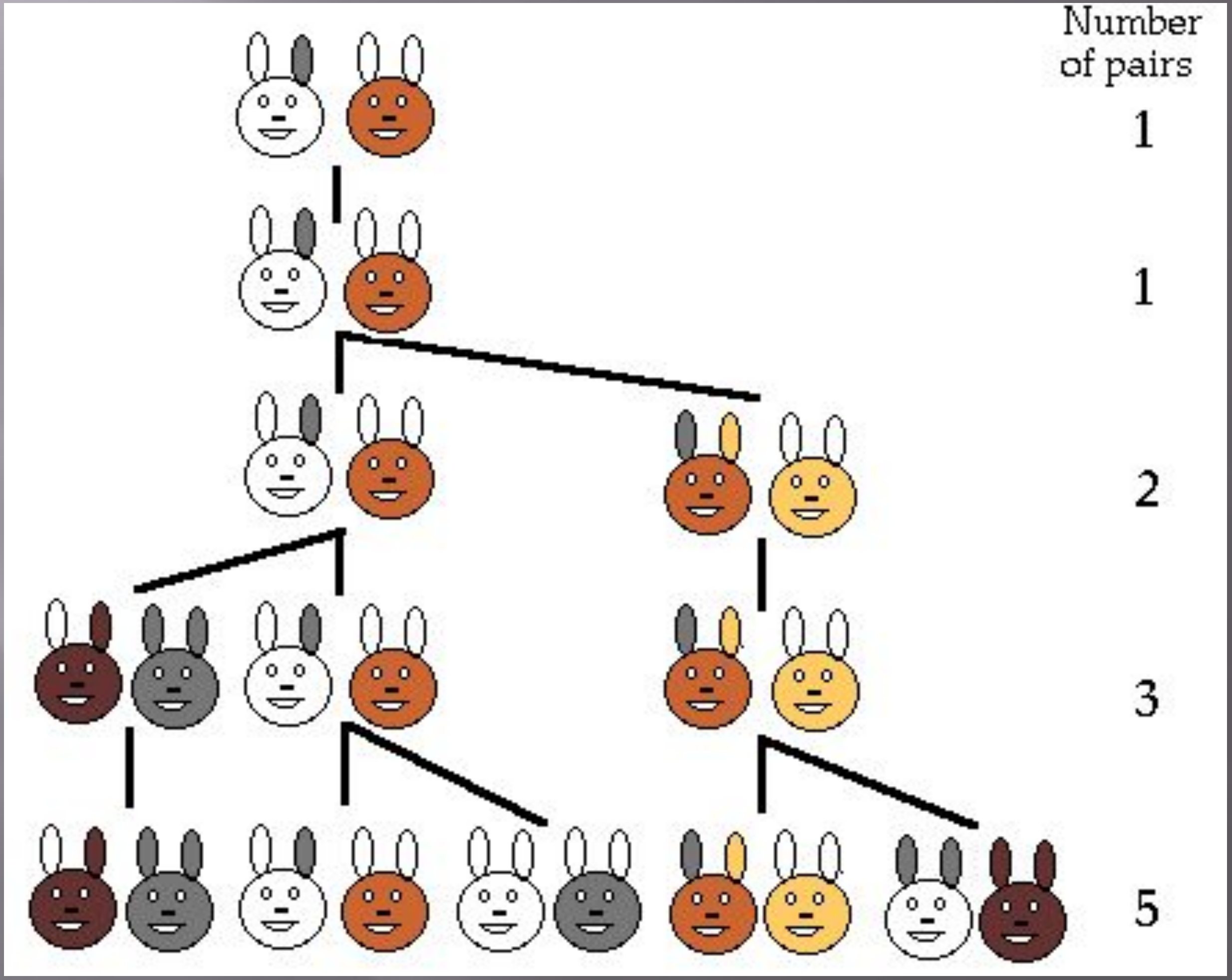
Задача.

Некто поместил пару кроликов в некоем месте, огороженном со всех сторон стеной, чтобы узнать, сколько пар кроликов родится при этом в течении года, если природа кроликов такова, что через месяц пара кроликов производит на свет др. пару, а рождают кролики со второго месяца после своего рождения.

Решение.

Ясно, что если считать первую пару кроликов новорожденными, то на второй месяц мы будем по прежнему иметь одну пару; на 3-й месяц- 1+1=2; на 4-й- 2+1=3 пары(ибо из двух имеющихся пар потомство дает лишь одна пара); на 5-й месяц- 3+2=5 пар (лишь 2 родившиеся на 3-й месяц пары дадут потомство на 5-й месяц); на 6-й месяц- 5+3=8 пар (ибо потомство дадут только те пары, которые родились на 4-м месяце) и т. д.

Графическое изображение задачи **Фибоначчи.**



Решение.

- Таким образом, если обозначить число пар кроликов, имеющихся на n-м месяце через Fk , то F1=1, F2=1, F3=2, F4=3, F5=5, F6=8, F7=13, F8=21 и т. д., причем образование этих чисел регулируется общим законом:
- **Fn=Fn-1+Fn-2**
  при всех n>2, ведь число пар кроликов на n-м месяце равно числу Fn-1 пар кроликов на предшествующем месяце плюс число вновь родившихся пар, которое совпадает с числом Fn-2 пар кроликов, родившихся на (n-2)-ом месяце (ибо лишь эти пары кроликов дают потомство).
- Числа Fn , образующие последовательность **1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, ...** называются "**числами Фибоначчи**",а сама последовательность - **последовательностью Фибоначчи.**

Связь между последовательностью Фибоначчи и «Золотым сечением»

Если какой-либо член последовательности Фибоначчи разделить на предшествующий ему (например, 13:8), результатом будет величина, колеблющаяся около иррационального значения 1.61803398875... и через раз то превосходящая, то не достигающая его. Но даже затратив на это Вечность, невозможно узнать соотношение точно, до последней десятичной цифры. Краткости ради, мы будем приводить его в виде **1.618.**

Особые названия этому соотношению начали давать еще до того, как Лука Пачиоли (средневековый математик) назвал его Божественной пропорцией. Среди его современных названий есть такие, как **Золотое сечение**, Золотое среднее и отношение вертящихся квадратов.Кеплер назвал это соотношение одним из "сокровищ геометрии". В алгебре общепринято его обозначение греческой буквой «фи»:

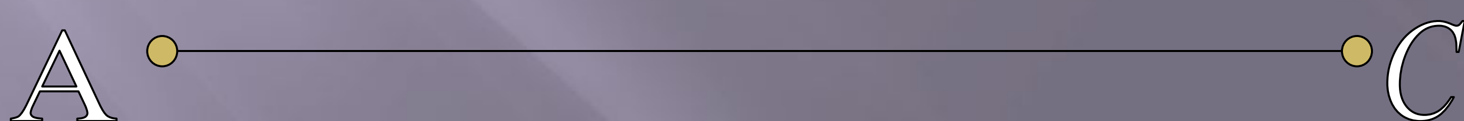
$$\varphi = 1.618$$

Так что же такое

« Золотое сечение»?

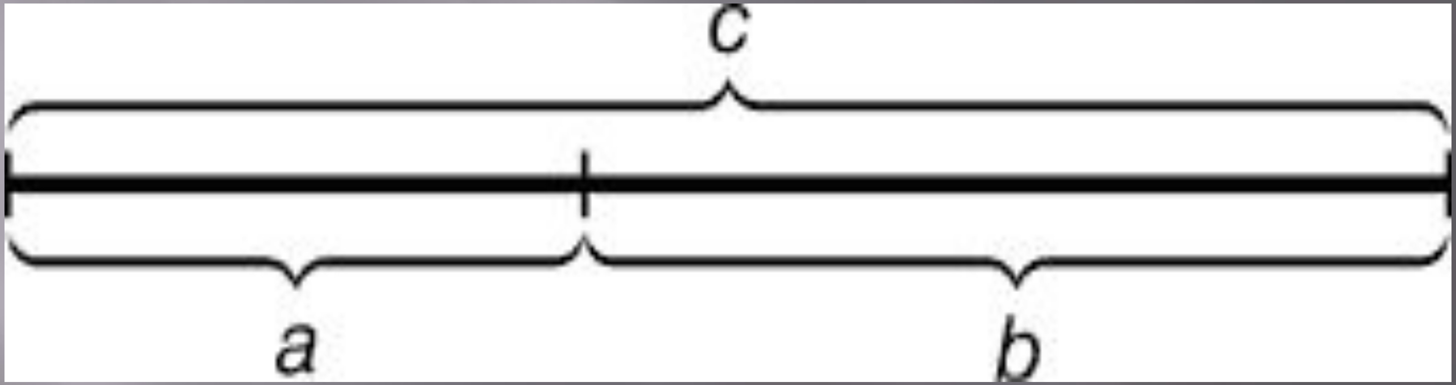
«Золотое сечение»

Золотое сечение (золотая пропорция, деление в крайнем и среднем отношении, гармоническое деление),деление отрезка АС на две части таким образом, что большая его часть АВ относиться к меньшей ВС, так как весь отрезок АС относиться к АВ (т.е. АВ:ВС= АС:АВ). Принципы золотого сечения используются в архитектуре и в изобразительных искусствах. Термин «золотое сечение» ввел Леонардо да Винчи, а в научный обиход это понятие ввел Пифагор.



- Человек различает окружающие его предметы по форме. Интерес к форме какого-либо предмета может быть продиктован жизненной необходимостью, а может быть вызван красотой формы. Форма, в основе построения которой лежат сочетание симметрии и золотого сечения, способствует наилучшему зрительному восприятию и появлению ощущения красоты и гармонии. Целое всегда состоит из частей, части разной величины находятся в определенном отношении друг к другу и к целому. Принцип золотого сечения - высшее проявление структурного и функционального совершенства целого и

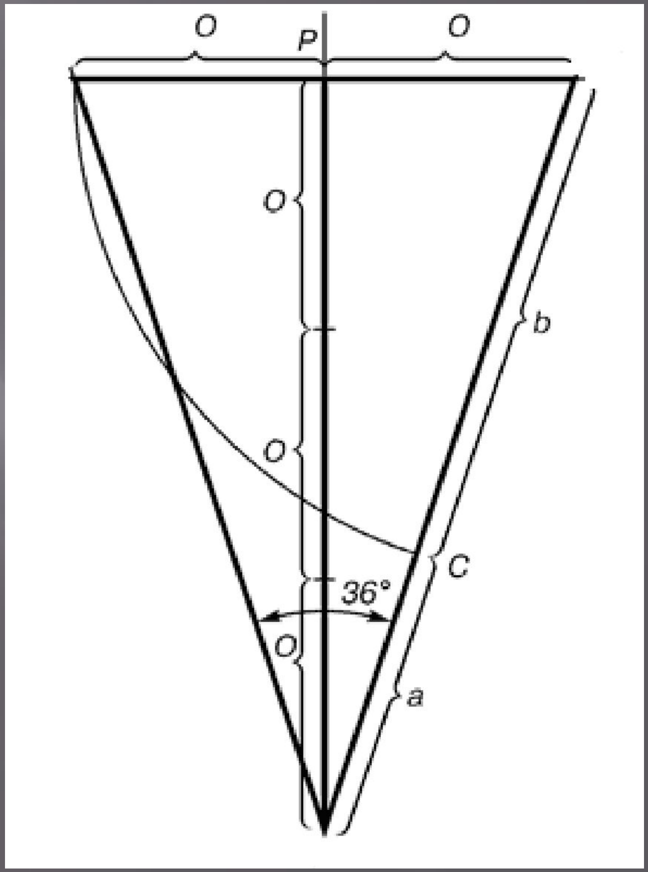
Геометрическое изображение **золотой пропорции.**



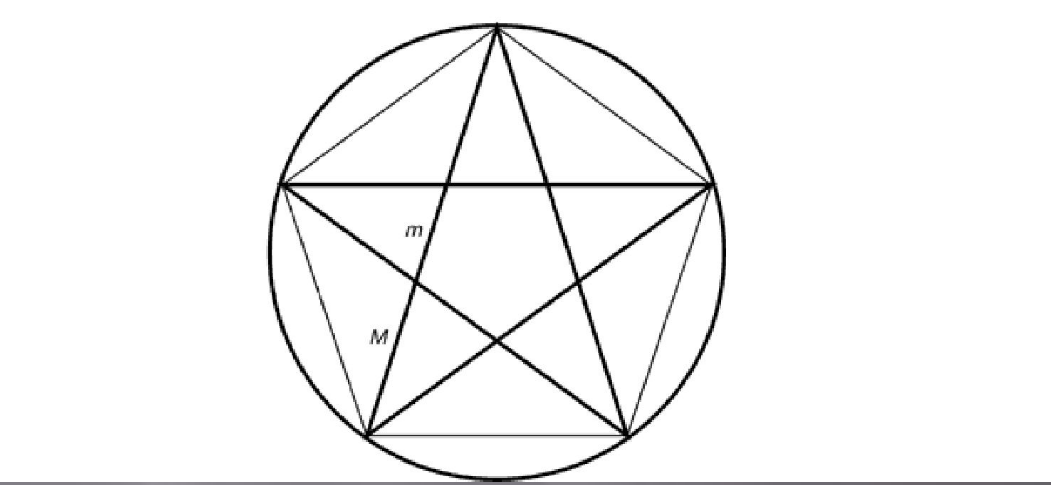
a : *b* = *b* : *c* или *c* : *b* = *b* : *a*.

Золотой треугольник.

Это равнобедренный треугольник, у которого отношение длины боковой стороны к длине основания равняется 1.618.

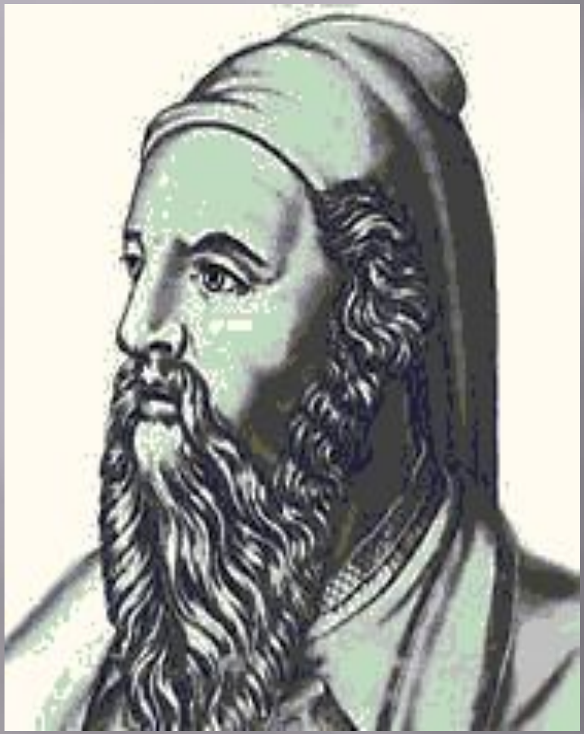


Звездчатый пятиугольник.



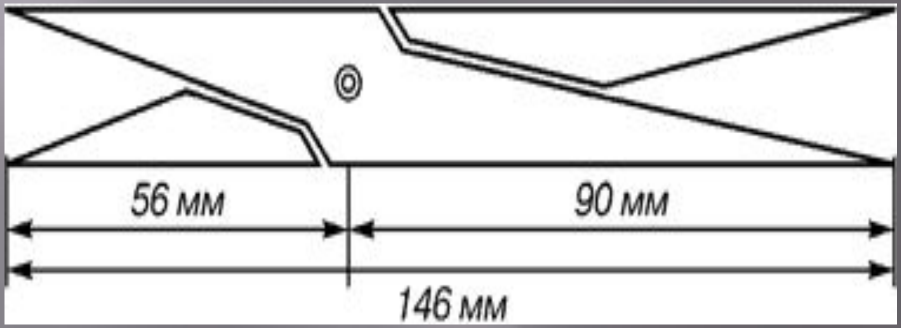
В **звездчатом пятиугольнике** каждая из пяти линий, составляющих эту фигуру, делит другую в отношении **золотого сечения, а** концы звезды являются **золотыми треугольниками.**

История « Золотого сечения».


Пифагор

Принято считать, что понятие о золотом делении ввел в научный обиход Пифагор, древнегреческий философ и математик (VI в. до н.э.). Есть предположение, что Пифагор свое знание золотого деления позаимствовал у египтян и вавилонян. И действительно, пропорции пирамиды Хеопса, храмов, барельефов, предметов быта и украшений из гробницы Тутанхамона свидетельствуют, что египетские мастера пользовались соотношениями золотого деления при их создании.

Античный циркуль « Золотого сечения»



В фасаде древнегреческого храма Парфенона присутствуют золотые пропорции. При его раскопках обнаружены циркули, которыми пользовались архитекторы и скульпторы античного мира. В Помпейском циркуле (музей в Неаполе) также заложены пропорции золотого деления.

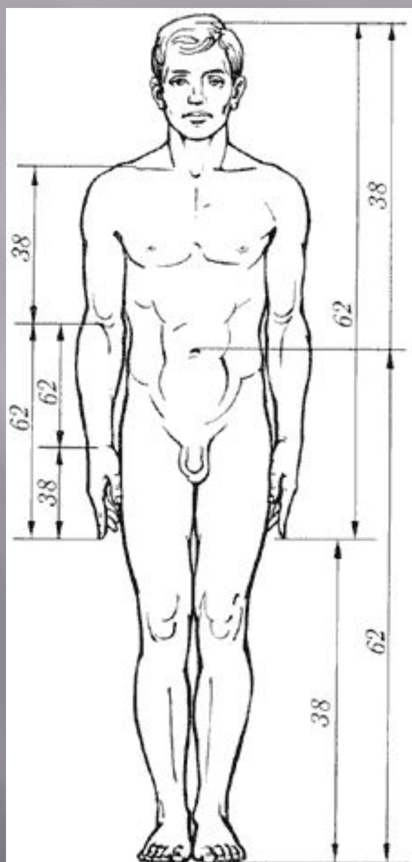
Изучение « Золотого сечения» Леонардо да Винчи

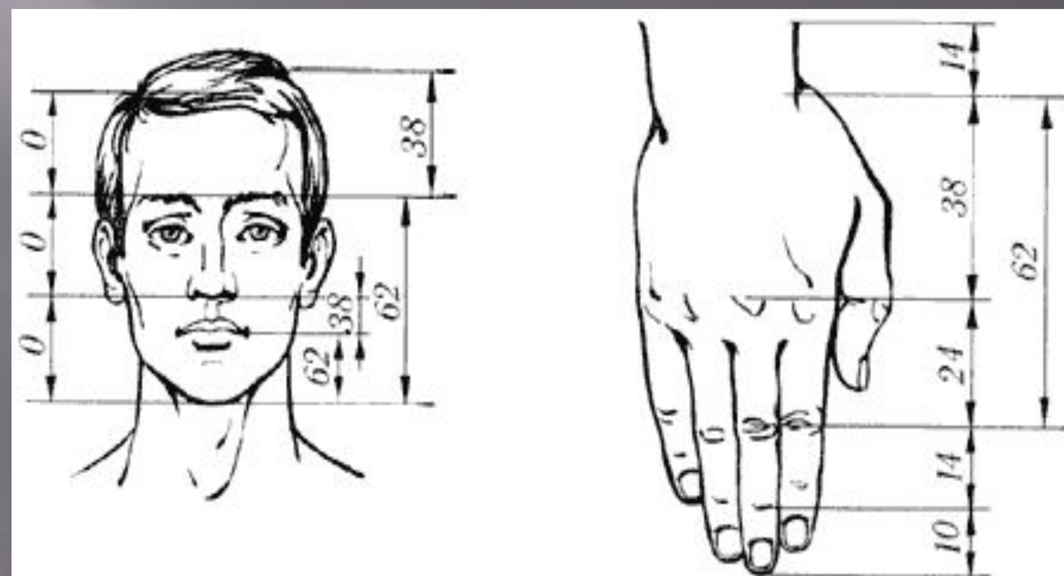
Леонардо да Винчи также много внимания уделял изучению золотого деления. Он производил сечения стереометрического тела, образованного правильными пятиугольниками, и каждый раз получал прямоугольники с отношениями сторон в золотом делении. Поэтому он дал этому делению название *золотое сечение*. Так оно и держится до сих пор как самое популярное.

Работа Цейзинга

Цейзинг проделал колоссальную работу. Он измерил около двух тысяч человеческих тел и пришел к выводу, что золотое сечение выражает средний статистический закон. Деление тела точкой пупа - важнейший показатель золотого сечения. Пропорции мужского тела колеблются в пределах среднего отношения 13 : 8 = 1,625 и несколько ближе подходят к золотому сечению, чем пропорции женского тела, в отношении которого среднее значение пропорции выражается в соотношении 8 : 5 = 1,6. У новорожденного пропорция составляет отношение 1 : 1, к 13 годам она равна 1,6, а к 21 году равняется мужской. Пропорции золотого сечения проявляются и в отношении других частей тела - длина плеча, предплечья и кисти, кисти и пальцев и т.д.

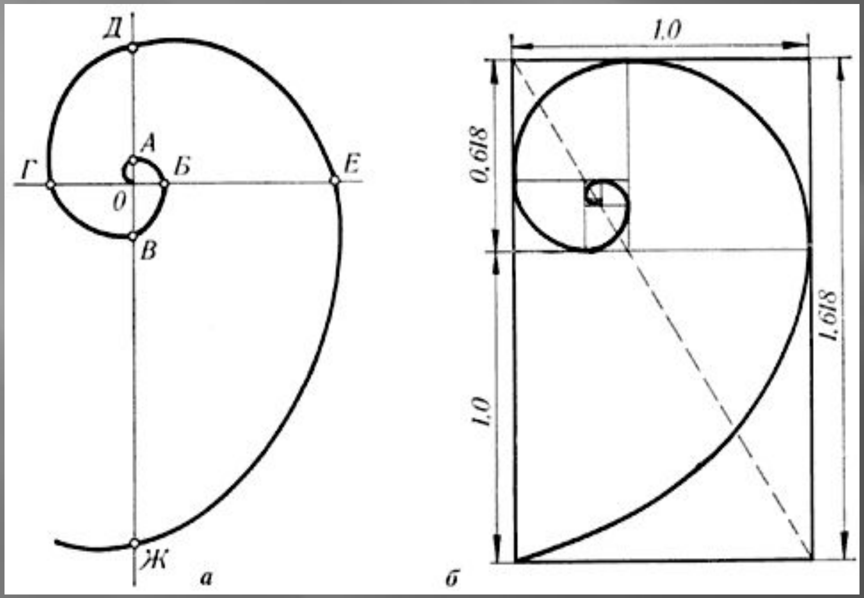
Золотые пропорции в фигуре человека.





« Золотое сечение в природе»

Раковина.

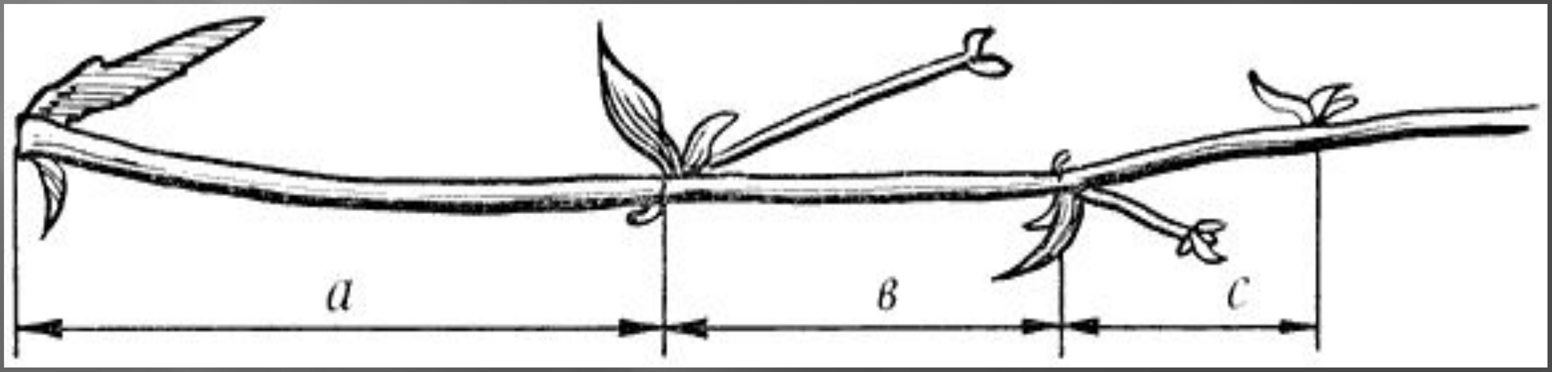


Раковина закручена по спирали. Если ее развернуть, то получается длина, немного уступающая длине змеи. Небольшая десятисантиметровая раковина имеет спираль длиной 35 см. Спирали очень распространены в природе.

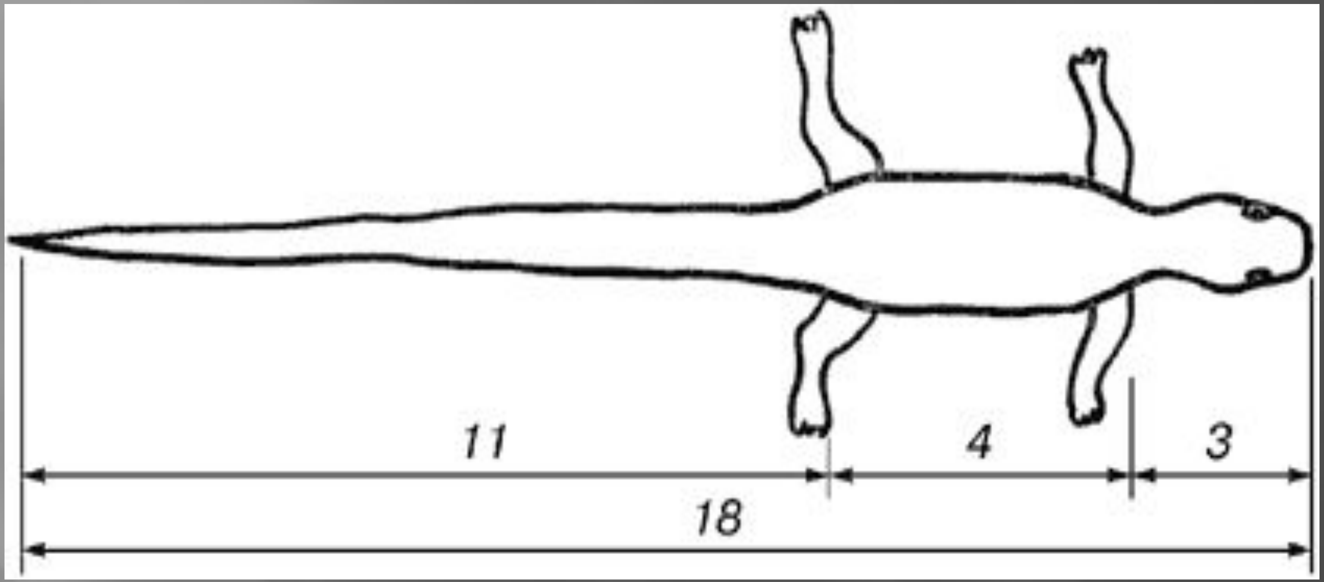
Цикорий(растение).

Среди придорожных трав растет ничем не примечательное растение - цикорий. Приглядимся к нему внимательно. От основного стебля образовался отросток. Тут же расположился первый листок.

Отросток делает сильный выброс в пространство, останавливается, выпускает листок, но уже короче первого, снова делает выброс в пространство, но уже меньшей силы, выпускает листок еще меньшего размера и снова выброс. Если первый выброс принять за 100 единиц, то второй равен 62 единицам, третий - 38, четвертый - 24 и т.д. Длина лепестков тоже подчинена золотой пропорции. В росте, завоевании пространства растение сохраняло определенные пропорции. Импульсы его роста постепенно уменьшались в пропорции золотого сечения.



Ящерица.

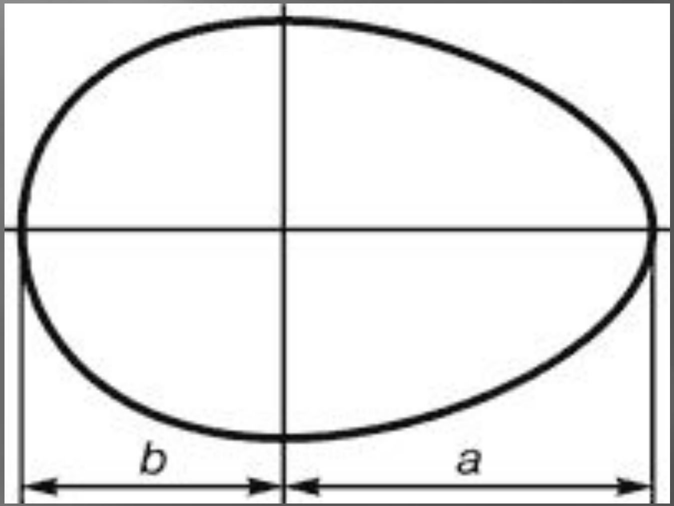


В ящерице с первого взгляда улавливаются приятные для нашего глаза пропорции - длина ее хвоста так относится к длине остального тела, как 62 к 38.

И в растительном, и в животном мире настойчиво пробивается формообразующая тенденция природы - симметрия относительно направления роста и движения. Здесь золотое сечение проявляется в пропорциях частей перпендикулярно к направлению роста.

Яйцо птицы.

Аналогичный пример с ящерицей.



Природа осуществила деление на симметричные части и золотые пропорции. В частях проявляется повторение строения целого.

Архитектурные загадки

Ключ к геометро-математическому секрету пирамиды в Гизе, так долго бывшему для человечества загадкой, в действительности был передан Геродоту храмовыми жрецами, сообщившими ему, что пирамида построена так, чтобы площадь каждой из ее граней была равна квадрату ее высоты.

Площадь треугольника

356 x 440 / 2 = 78320

Площадь квадрата

280 x 280 = 78400

Вывод.

Эти интересные наблюдения подсказывают, что конструкция пирамиды основана на пропорции Ф=1,618. Современные ученые склоняются к интерпретации, что древние египтяне построили ее с единственной целью - передать знания, которые они хотели сохранить для грядущих поколений.

Интенсивные исследования пирамиды в Гизе показали, сколь обширными были в те времена познания в математике и астрологии. Во всех внутренних и внешних пропорциях пирамиды число 1.618 играет важную роль.

«Золотое сечение»

в искусстве.

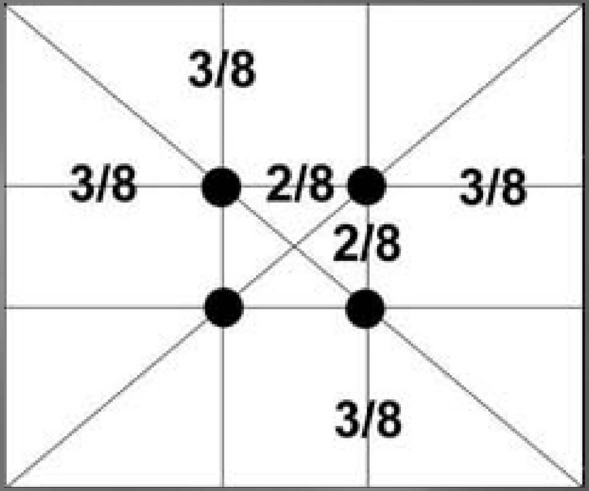
Фильм по правилам « Золотого сечения»

Начиная с Леонардо да Винчи, многие художники сознательно использовали пропорции «золотого сечения».

Так, известно, что С. Эйзенштейн искусственно построил фильм **Броненосец Потёмкин** по правилам «золотого сечения». Он разбил ленту на пять частей. В первых трёх действие разворачивается на корабле. В двух последних — в Одессе, где разворачивается восстание. Этот переход в город происходит точно в точке золотого сечения. Да и в каждой части есть свой перелом, происходящий по закону золотого сечения.

В кадре, сцене, эпизоде происходит некий скачок в развитии темы: сюжета, настроения. Эйзенштейн считал, что так как такой переход близок к точке золотого сечения, он воспринимается как наиболее закономерный и естественный

Золотое сечение и зрительные центры.



Другим примером использования правила «Золотого сечения» в киноискусстве — расположение основных компонентов кадра в особых точках — «зрительных центрах». Часто используются четыре точки, расположенные на расстоянии 3/8 и 5/8 от соответствующих краёв плоскости.

Найдите примеры **«золотого сечения»** вокруг себя, в природе, архитектуре, живописи.