

# « Золотое сечение »

Связь между последовательностью  
Фибоначчи и «Золотым сечением».

# Последовательность Фибоначчи.

Наибольший интерес представляет для нас сочинение "Книга абака". Эта книга представляет собой объемный труд, содержащий почти все арифметические и алгебраические сведения того времени и сыгравший значительную роль в развитии математики в Западной Европе в течение нескольких следующих столетий. В частности, именно по этой книге европейцы познакомились с индусскими (арабскими) цифрами.

Сообщаемый в "Книге абака" материал поясняется на примерах задач, составляющих значительную часть этого тракта.

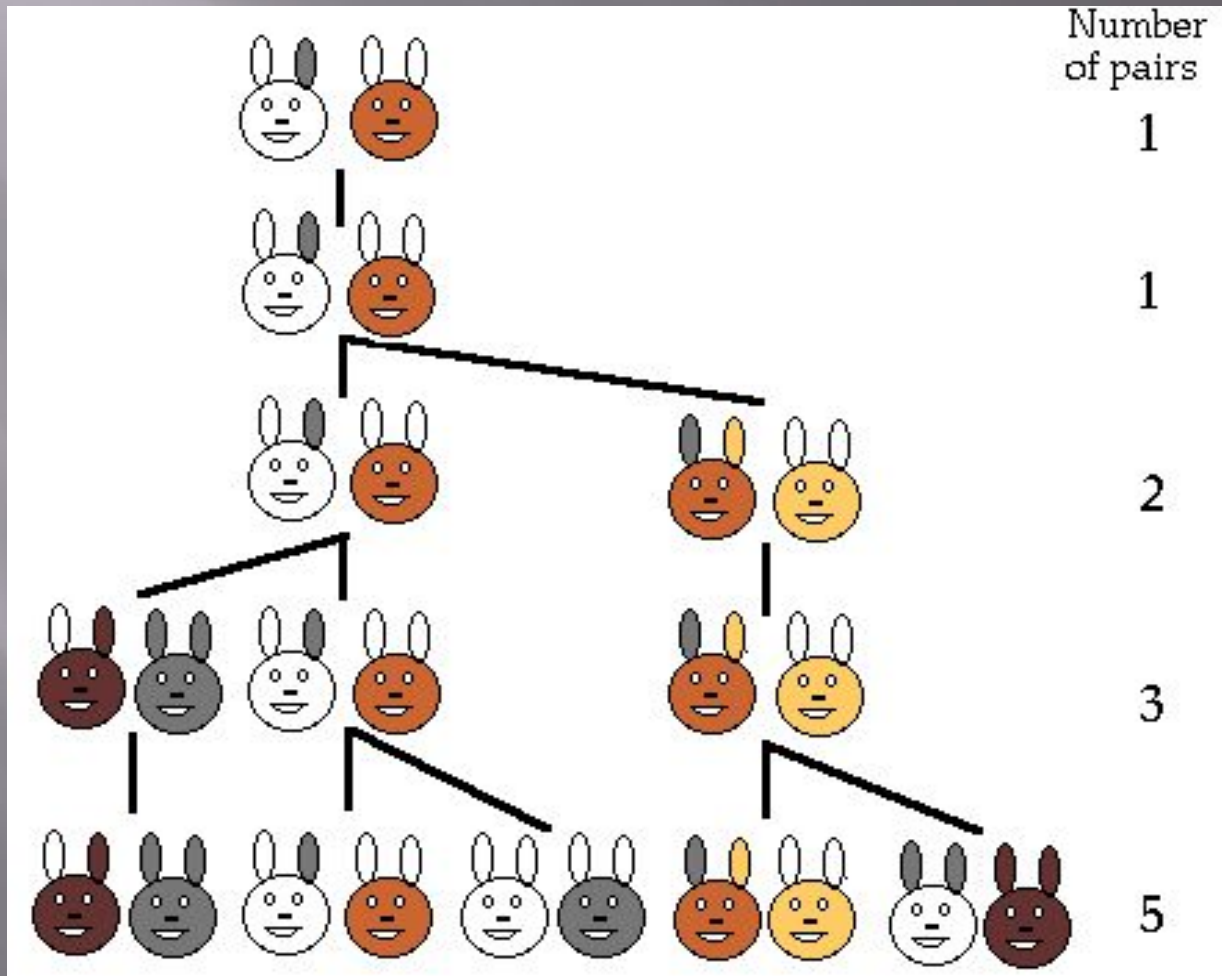
# Задача.

*Некто поместил пару кроликов в некоем месте, огороженном со всех сторон стеной, чтобы узнать, сколько пар кроликов родится при этом в течении года, если природа кроликов такова, что через месяц пара кроликов производит на свет др. пару, а рожают кролики со второго месяца после своего рождения.*

## Решение.

Ясно, что если считать первую пару кроликов новорожденными, то на второй месяц мы будем по прежнему иметь одну пару; на 3-й месяц-  $1+1=2$ ; на 4-й-  $2+1=3$  пары ( ибо из двух имеющихся пар потомство дает лишь одна пара); на 5-й месяц-  $3+2=5$  пар (лишь 2 родившиеся на 3-й месяц пары дадут потомство на 5-й месяц); на 6-й месяц-  $5+3=8$  пар (ибо потомство дадут только те пары, которые родились на 4-м месяце) и т. д.

# Графическое изображение задачи Фибоначчи.



# Решение.

- Таким образом, если обозначить число пар кроликов, имеющих на  $n$ -м месяце через  $F_n$ , то  $F_1=1, F_2=1, F_3=2, F_4=3, F_5=5, F_6=8, F_7=13, F_8=21$  и т. д., причем образование этих чисел регулируется общим законом:
- $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$   
при всех  $n > 2$ , ведь число пар кроликов на  $n$ -м месяце равно числу  $F_{n-1}$  пар кроликов на предшествующем месяце плюс число вновь родившихся пар, которое совпадает с числом  $F_{n-2}$  пар кроликов, родившихся на  $(n-2)$ -ом месяце (ибо лишь эти пары кроликов дают потомство).
- Числа  $F_n$ , образующие последовательность  $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, \dots$  называются "числами Фибоначчи", а сама последовательность - последовательностью Фибоначчи.

## Связь между последовательностью Фибоначчи и «Золотым сечением»

*Если какой-либо член последовательности Фибоначчи разделить на предшествующий ему (например, 13:8), результатом будет величина, колеблющаяся около иррационального значения 1.61803398875... и через раз то превосходящая, то не достигающая его. Но даже затратив на это Вечность, невозможно узнать соотношение точно, до последней десятичной цифры. Краткости ради, мы будем приводить его в виде 1.618.*

Особые названия этому соотношению начали давать еще до того, как Лука Пачиоли (средневековый математик) назвал его Божественной пропорцией. Среди его современных названий есть такие, как **Золотое сечение**, Золотое среднее и отношение вертящихся квадратов. Кеплер назвал это соотношение одним из "сокровищ геометрии". В алгебре общепринято его обозначение греческой буквой «фи»:

$$\varphi = 1.618$$



Так что же такое  
**« Золотое сечение »?**

# «Золотое сечение»

Золотое сечение (золотая пропорция, деление в крайнем и среднем отношении, гармоническое деление), деление отрезка AC на две части таким образом, что большая его часть AB относиться к меньшей BC, так как весь отрезок AC относиться к AB (т.е.  $AB:BC = AC:AB$ ). Принципы золотого сечения используются в архитектуре и в изобразительных искусствах. Термин «золотое сечение» ввел Леонардо да Винчи, а в научный обиход это понятие ввел Пифагор.

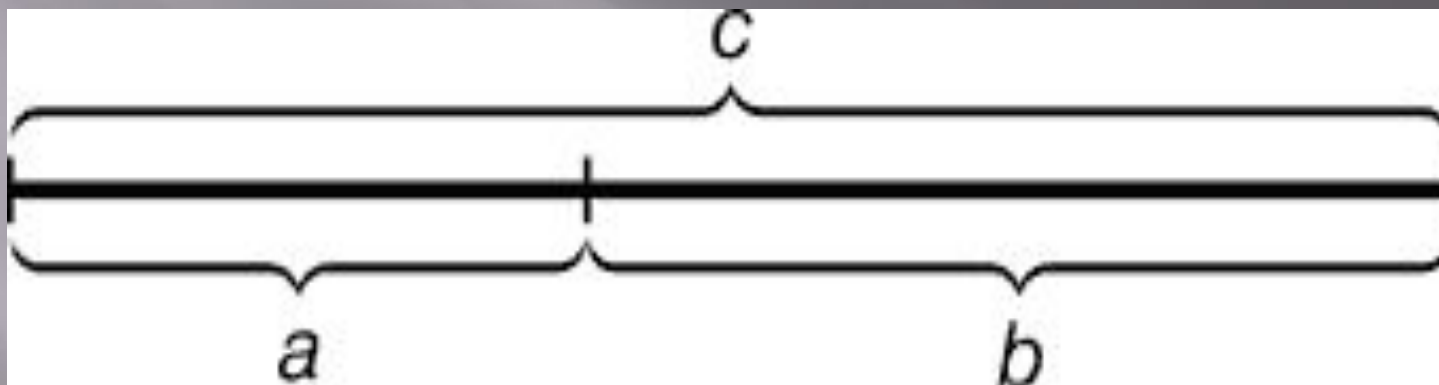
A



C

- Человек различает окружающие его предметы по форме. Интерес к форме какого-либо предмета может быть продиктован жизненной необходимостью, а может быть вызван красотой формы. Форма, в основе построения которой лежат сочетание симметрии и золотого сечения, способствует наилучшему зрительному восприятию и появлению ощущения красоты и гармонии. Целое всегда состоит из частей, части разной величины находятся в определенном отношении друг к другу и к целому. Принцип золотого сечения - высшее проявление структурного и функционального совершенства целого и

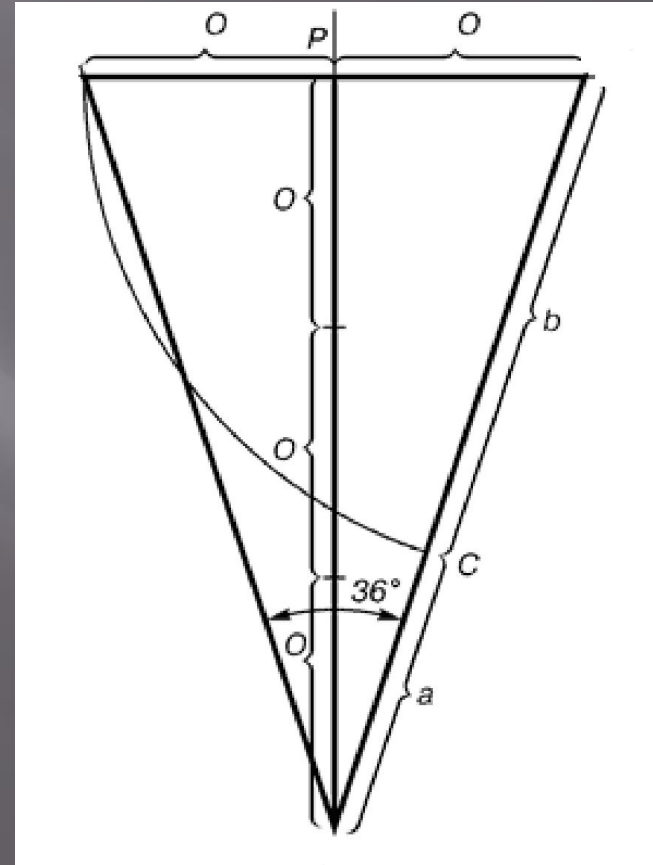
# Геометрическое изображение золотой пропорции.



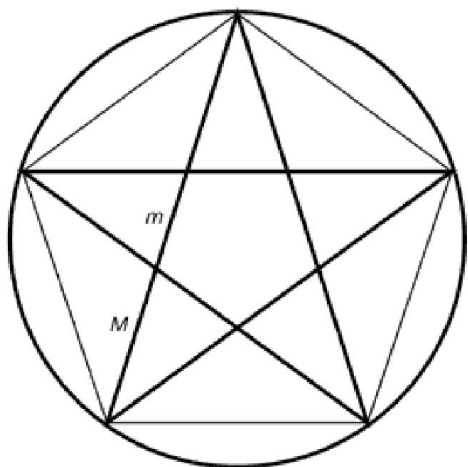
$$a : b = b : c \text{ или } c : b = b : a.$$

# Золотой треугольник.

Это равнобедренный треугольник, у которого отношение длины боковой стороны к длине основания равняется 1.618.

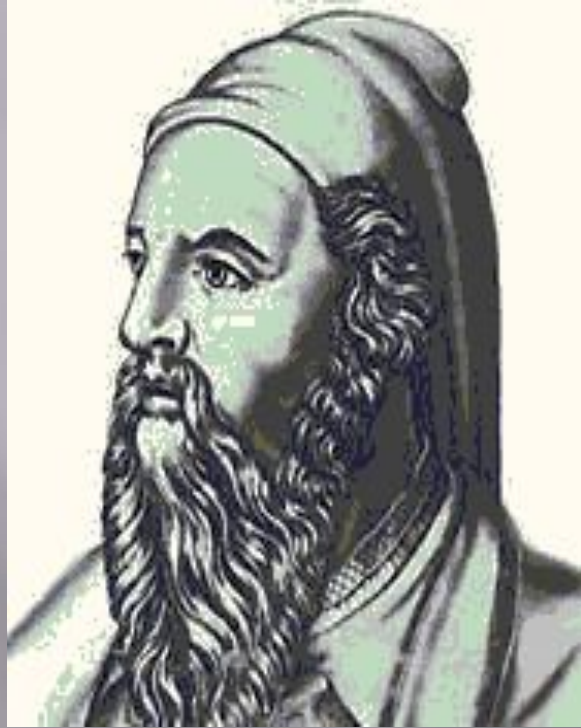


# Звездчатый пятиугольник.



В звездчатом пятиугольнике каждая из пяти линий, составляющих эту фигуру, делит другую в отношении золотого сечения, а концы звезды являются золотыми треугольниками.

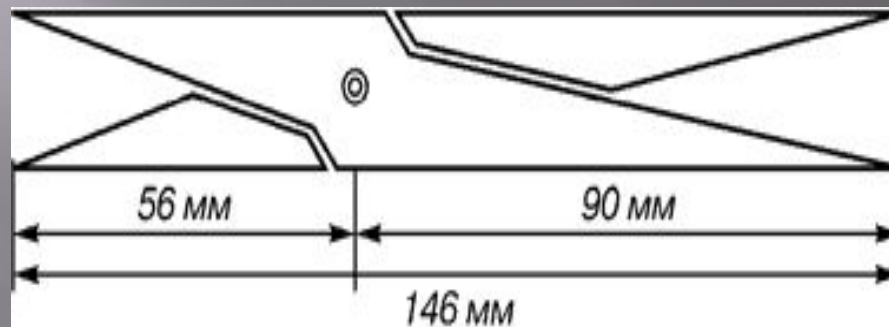
# История «Золотого сечения».



Пифагор

Принято считать, что понятие о золотом делении ввел в научный обиход Пифагор, древнегреческий философ и математик (VI в. до н.э.). Есть предположение, что Пифагор свое знание золотого деления позаимствовал у египтян и вавилонян. И действительно, пропорции пирамиды Хеопса, храмов, барельефов, предметов быта и украшений из гробницы Тутанхамона свидетельствуют, что египетские мастера пользовались соотношениями золотого деления при их создании.

## Античный циркуль «Золотого сечения»



В фасаде древнегреческого храма Парфенона присутствуют золотые пропорции. При его раскопках обнаружены циркули, которыми пользовались архитекторы и скульпторы античного мира. В Помпейском циркуле (музей в Неаполе) также заложены пропорции золотого деления.



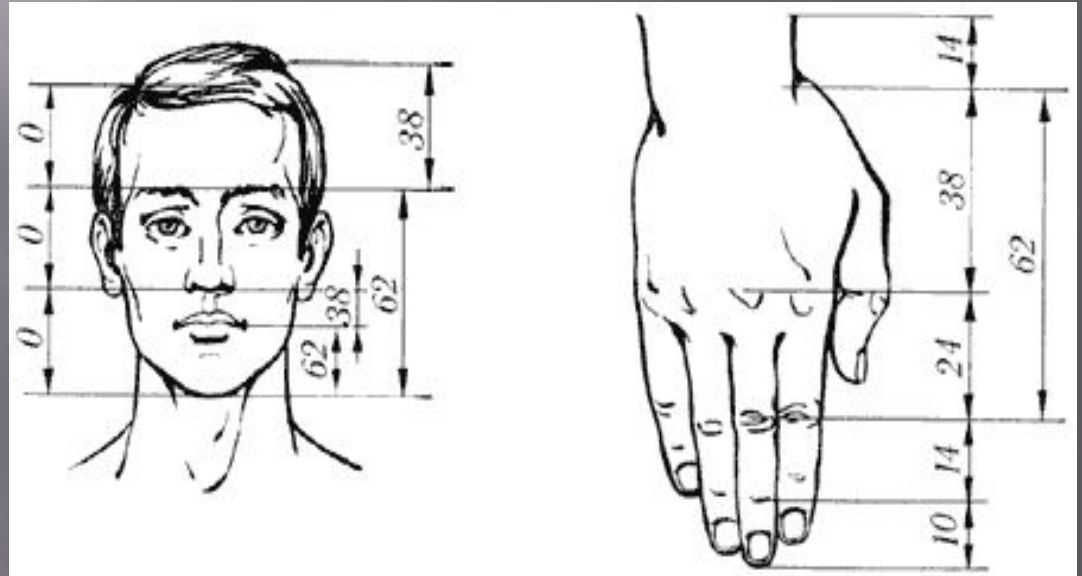
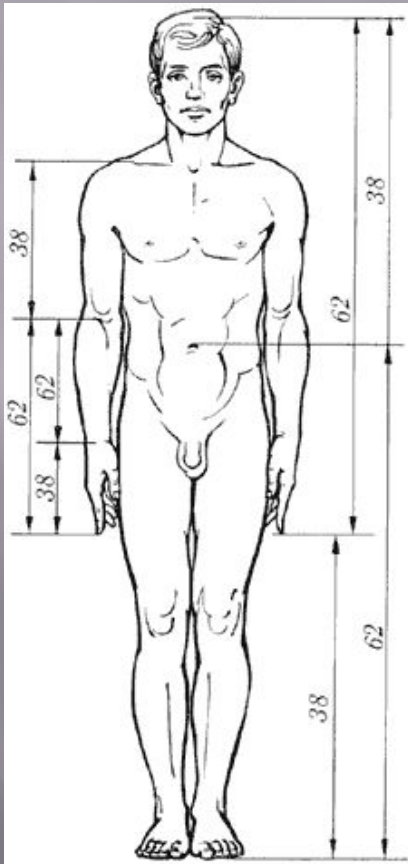
# Изучение «Золотого сечения» Леонардо да Винчи

Леонардо да Винчи также много внимания уделял изучению золотого деления. Он производил сечения стереометрического тела, образованного правильными пятиугольниками, и каждый раз получал прямоугольники с отношениями сторон в золотом делении. Поэтому он дал этому делению название *золотое сечение*. Так оно и держится до сих пор как самое популярное.

# Работа Цейзинга

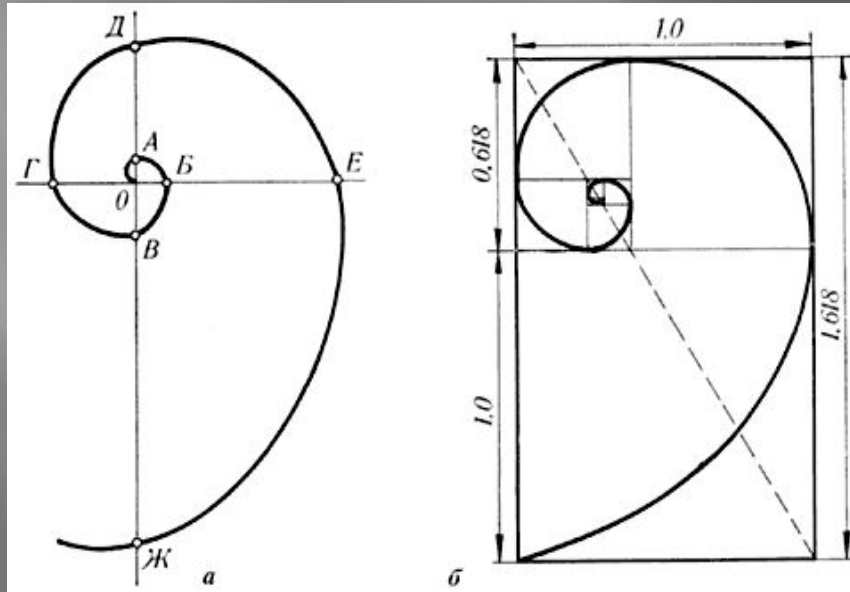
Цейзинг проделал колоссальную работу. Он измерил около двух тысяч человеческих тел и пришел к выводу, что золотое сечение выражает средний статистический закон. Деление тела точкой пупа - важнейший показатель золотого сечения. Пропорции мужского тела колеблются в пределах среднего отношения  $13 : 8 = 1,625$  и несколько ближе подходят к золотому сечению, чем пропорции женского тела, в отношении которого среднее значение пропорции выражается в соотношении  $8 : 5 = 1,6$ . У новорожденного пропорция составляет отношение  $1 : 1$ , к 13 годам она равна  $1,6$ , а к 21 году равняется мужской. Пропорции золотого сечения проявляются и в отношении других частей тела - длина плеча, предплечья и кисти, кисти и пальцев и т.д.

# Золотые пропорции в фигуре человека.



« Золотое сечение в природе»

# Раковина.

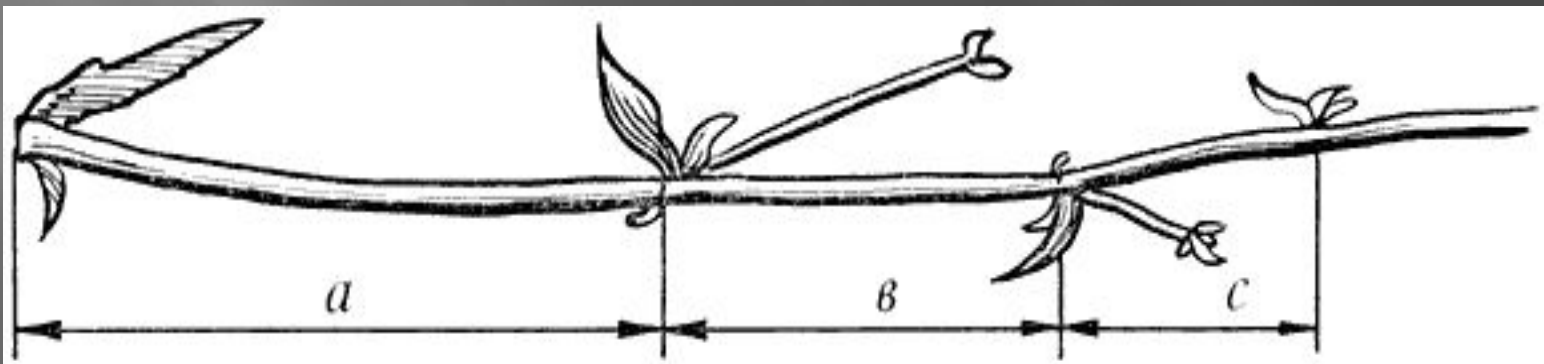


Раковина закручена по спирали. Если ее развернуть, то получается длина, немного уступающая длине змеи. Небольшая десятисантиметровая раковина имеет спираль длиной 35 см. Спирали очень распространены в природе.

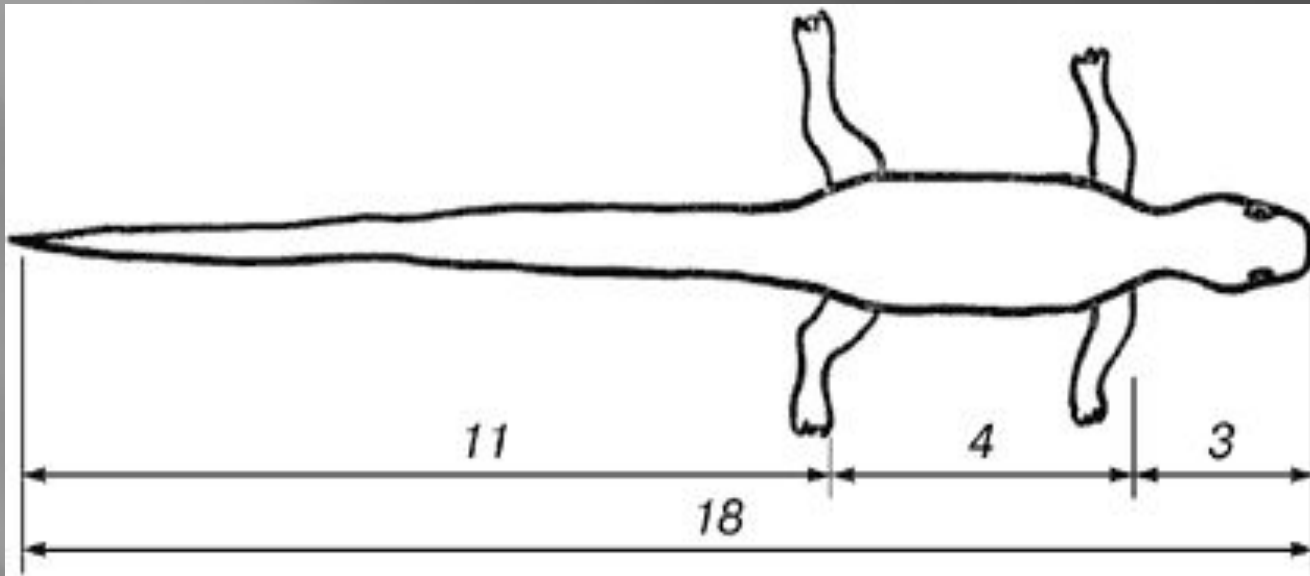
# Цикорий(растение).

Среди придорожных трав растет ничем не примечательное растение - цикорий. Приглядимся к нему внимательно. От основного стебля образовался отросток. Тут же расположился первый листок.

Отросток делает сильный выброс в пространство, останавливается, выпускает листок, но уже короче первого, снова делает выброс в пространство, но уже меньшей силы, выпускает листок еще меньшего размера и снова выброс. Если первый выброс принять за 100 единиц, то второй равен 62 единицам, третий - 38, четвертый - 24 и т.д. Длина лепестков тоже подчинена золотой пропорции. В росте, завоевании пространства растение сохраняло определенные пропорции. Импульсы его роста постепенно уменьшались в пропорции золотого сечения.



# Ящерица.

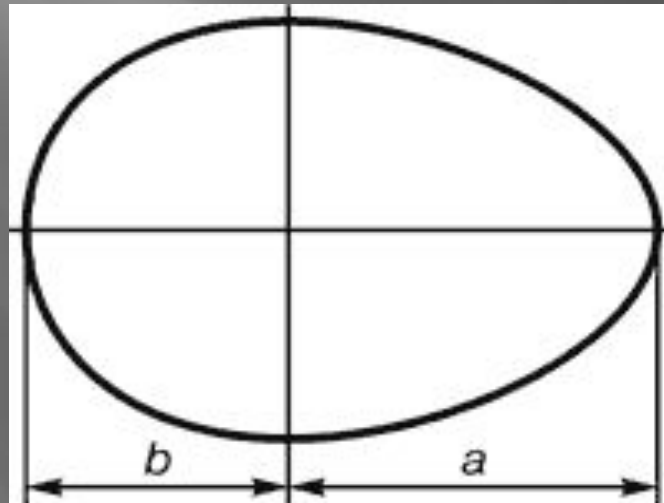


В ящерице с первого взгляда улавливаются приятные для нашего глаза пропорции - длина ее хвоста так относится к длине остального тела, как 62 к 38.

И в растительном, и в животном мире настойчиво пробивается формообразующая тенденция природы - симметрия относительно направления роста и движения. Здесь золотое сечение проявляется в пропорциях частей перпендикулярно к направлению роста.

# Яйцо птицы.

Аналогичный пример с ящерицей.



Природа осуществила деление на симметричные части и золотые пропорции. В частях проявляется повторение строения целого.



# Архитектурные загадки

Ключ к геометро-математическому секрету пирамиды в Гизе, так долго бывшему для человечества загадкой, в действительности был передан Геродоту храмовыми жрецами, сообщившими ему, что пирамида построена так, чтобы площадь каждой из ее граней была равна квадрату ее высоты.

Площадь треугольника

$$356 \times 440 / 2 = 78320$$

Площадь квадрата

$$280 \times 280 = 78400$$



# Вывод.

Эти интересные наблюдения подсказывают, что конструкция пирамиды основана на пропорции  $\Phi=1,618$ . Современные ученые склоняются к интерпретации, что древние египтяне построили ее с единственной целью - передать знания, которые они хотели сохранить для грядущих поколений.

Интенсивные исследования пирамиды в Гизе показали, сколь обширными были в те времена познания в математике и астрологии. Во всех внутренних и внешних пропорциях пирамиды число 1.618 играет важную роль.

**«Золотое сечение»**

В ИСКУССТВЕ.

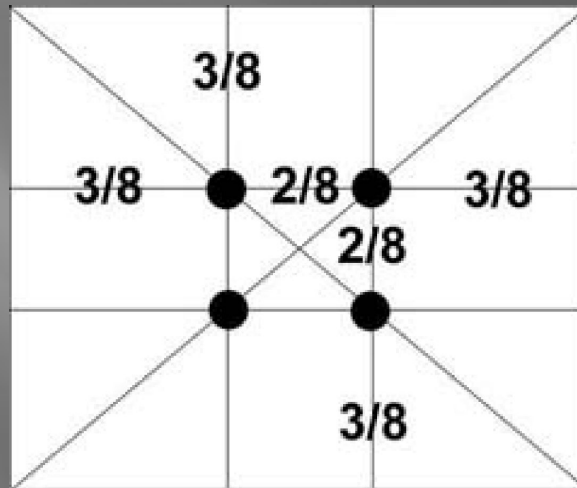
# Фильм по правилам «Золотого сечения»

Начиная с Леонардо да Винчи, многие художники сознательно использовали пропорции «золотого сечения».

Так, известно, что С. Эйзенштейн искусственно построил фильм Броненосец Потёмкин по правилам «золотого сечения». Он разбил ленту на пять частей. В первых трёх действие разворачивается на корабле. В двух последних — в Одессе, где разворачивается восстание. Этот переход в город происходит точно в точке золотого сечения. Да и в каждой части есть свой перелом, происходящий по закону золотого сечения.

В кадре, сцене, эпизоде происходит некий скачок в развитии темы: сюжета, настроения. Эйзенштейн считал, что так как такой переход близок к точке золотого сечения, он воспринимается как наиболее закономерный и естественный

# Золотое сечение и зрительные центры.



Другим примером использования правила «Золотого сечения» в киноискусстве — расположение основных компонентов кадра в особых точках — «зрительных центрах». Часто используются четыре точки, расположенные на расстоянии  $3/8$  и  $5/8$  от соответствующих краёв плоскости.

Найдите примеры  
**«ЗОЛОТОГО СЕЧЕНИЯ»**  
вокруг себя, в природе,  
архитектуре, живописи.