

Міністерство освіти і науки України  
Департамент науки і освіти  
Харківської обласної державної адміністрації  
Харківське територіальне відділення МАН України

## ЗВ'ЯЗОК ОРІГАМІ ТА МАТЕМАТИКИ



**Роботу виконала:**

Костенко Тетяна Сергіївна,  
учениця 9 класу  
Вільшанської загальноосвітньої  
школи I-III ступенів

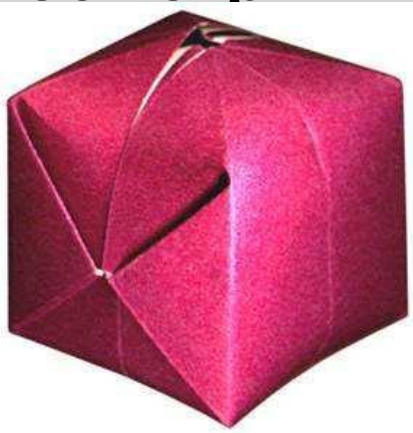
**Науковий керівник:**

Лазоренко Тетяна Іванівна,  
вчитель математики  
Вільшанської загальноосвітньої  
школи I-III ступенів,  
вчитель –методист

**Рецензент:**

Сідлецький Олег Цезарович,  
Кандидат фіз.-мат. наук,  
В.о. зав. відділом інституту  
Сцинтиляційних матеріалів  
НАН України

- Актуальність дослідження полягає в тому, що в останній час учні все більше не бажають вчитися, особливо вивчати математику. Своєю роботою ми хотіли показати, що математика цікава, творча наука і за допомогою орігамі з аркуша звичайного паперу можна не тільки створювати незвичайні речі, але й виконувати різні геометричні побудови без циркуля.



# ОБ'ЄКТ, ПРЕДМЕТ ТА МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Об'єкт дослідження – зв'язок орігамі та математики.

Предмет дослідження – математичні задачі, які розв'язуються за допомогою орігамі.

## МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ:

- пошук інформації і різних джерел;
- практична робота

**ГІПОТЕЗА:** мистецтво орігамі тісно пов'язане з математикою

# МЕТА ТА ЗАВДАННЯ РОБОТИ

**МЕТА:** встановити зв'язок орігамі та математики на прикладі основних елементів азбуки орігамі, розв'язках математичних задач.

## **ЗАВДАННЯ:**

- вивчити літературу та джерела інформації по даному питанню;
- вивчити історію орігамі, основні етапи розвитку орігамі;
- розглянути базові форми та техніки орігамі;
- дослідити зв'язок математики та орігамі;
- дослідити можливості техніки орігамі для створення правильних багатокутників та многогранників.

## ВИДИ ТА ТЕХНІКИ ОРІГАМІ



- Класичний вид являє собою складання фігур з одного аркуша паперу без використання ножиць та клею, природно;
- Модульне орігамі, в якому ціла фігура збирається з багатьох однакових частин (модулів). Кожен модуль складається за правилами класичного орігамі з одного аркуша паперу, а потім модулі з'єднуються шляхом вкладання їх один в одного;
- Мокре складування, яке допускає можливість використання змоченого паперу для створення плавних ліній. Мокре складування - вид орігамі в якому виготовляють різні паперові вироби, які можуть літати;
- Нано-орігамі – техніка виготовлення фігурок орігамі надзвичайно маленьких розмірів.

*Можна умовно поділити техніки орігамі на прості та складні*

# АЗБУКА ОРІГАМІ

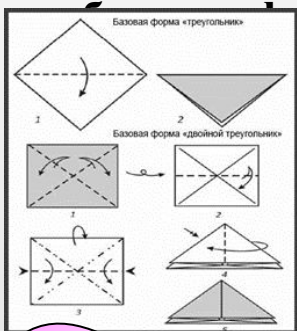
Лінії та стрілки		
	Лінія перегину «долиною», «на себе»	
	Стрілка перегину "долиною", "на себе"	
	Лінія перегину "гіркою", "від себе"	
	Стрілка перегину "гіркою", "від себе"	
	Зігнути і розігнути	
	Існуюча лінія, слід перегину	
	Невидима, закрита лінія	
Уточнюючі знаки		
	Сумістити відмічені точки	
	Розсунути шари паперу	
Рівні кути; рівні відрізки; прямий кут		
Маніпуляції з усією фігурою		
	Повернути фігуру	
	Перевернути фігуру	
Комбіновані операції		
	Згин "гармошкою"	
	Повторити показану операцію декілька разів	
	Згорнути	

Опанування мистецтвом орігамі починається з азбуки орігамі. Азбука орігамі – це розв'язок геометричних задач, отже це перша ланка зв'язку орігамі з математикою.

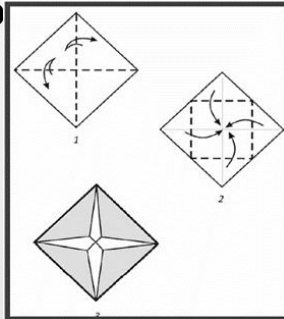
	Згорнути	
	Скласти кілька разів	
	Витягнути, відкрити, вивернути, розгорнути	
	Натиснути, заштовхнути	
Знаки оформлення		
	Порядковий номер етапу	
	Кольорова і не кольорова сторони паперу	
	Збільшення масштабу	
	Схема продовжується на наступній сторінці	
Інші знаки		
	Зробити надріз, розрізати	
	Дути, надути	

# БАЗОВІ ФОРМИ ОРІГАМІ

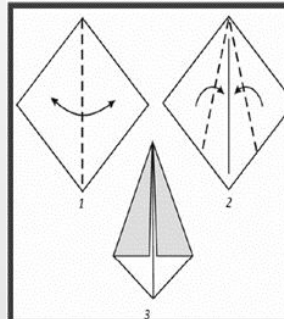
Друга ланка, яка ще трішки наблизилася нас до зв'язку мистецтва орігамі та математики – це базові форми орігамі. Сьогодні в світі існує 11 основних



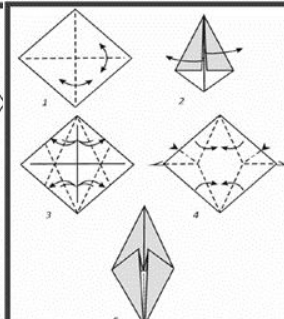
Трикутник  
Подвійний  
трикутник



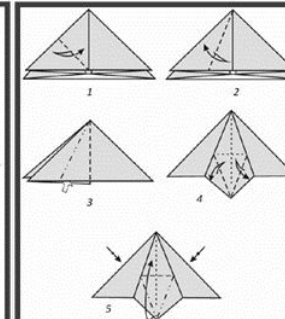
Млинець



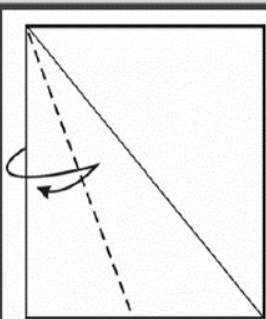
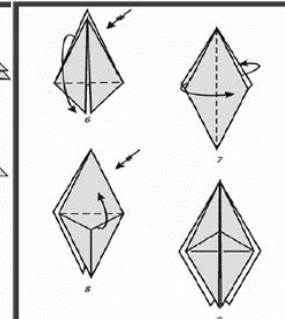
Повітряний  
Змій



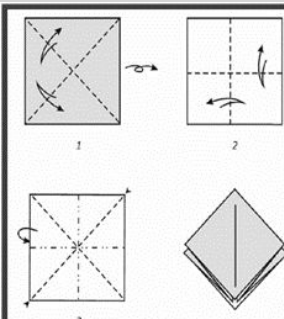
Риба



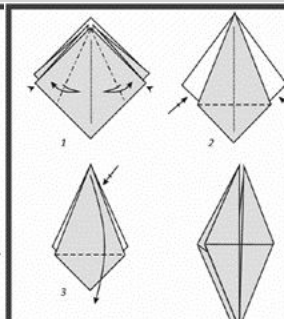
Жаба



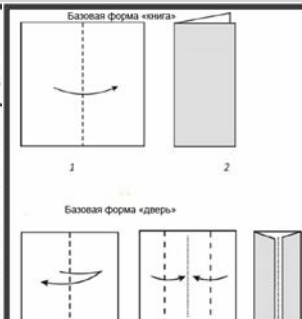
Квадрат



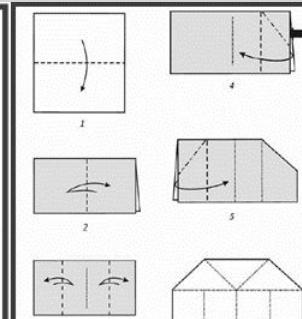
Подвійний  
квадрат



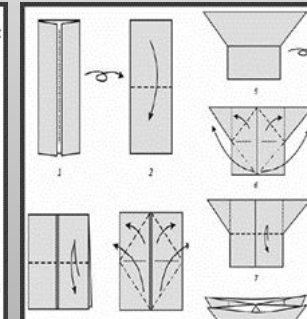
Птах



Книга та  
двері



Будинок



Катамаран

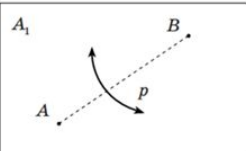
# ОРИГАМІ В МАТЕМАТИЦІ

**Згідно класичному оригамі, об'єктом складання є нерозмічений квадратний аркуш паперу без розрізів. З точки зору математики під процесом складування квадратного аркуша паперу розуміють послідовність точно виконаних дій за наступними правилами:**

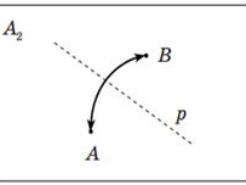
- Лінія визначається або краєм аркушу, або лінією перегину аркуша.**
- Точки визначаються перетином прямих.**
- Всі перегини визначаються єдиним шляхом суміщення різних елементів аркушу — прямих або точок.**
- Перегин формується єдиним складанням, причому в результаті складування фігура залишається плоскою.**



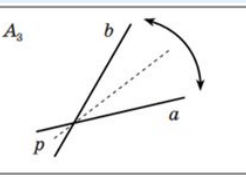
**Аксиома 1 . Існує єдиний перегин, що проходить через дві дані точки**



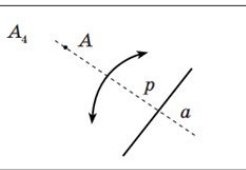
**Аксиома 2. Існує єдиний перегин, що суміщає дві дані точки**



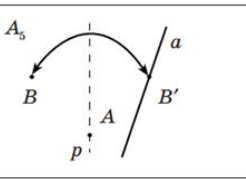
**Аксиома 3. Існує перегин, що суміщає дві дані прямі**



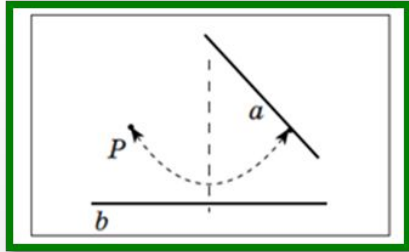
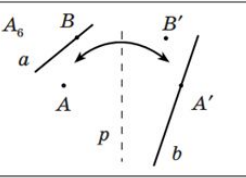
**Аксиома 4. Існує єдиний перегин, що проходить через дану точку і перпендикулярний даній прямій**



**Аксиома 5. Існує перегин, що проходить через дану точку і зміщує іншу дану точку на дану пряму**



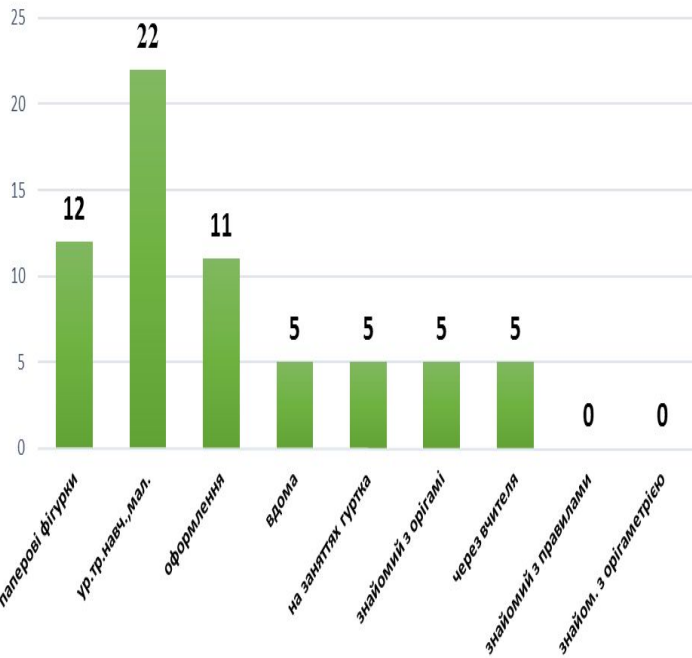
**Аксиома 6. Існує перегин, що зміщує кожную з двох даних точок на одну з двох даних прямих, що перетинаються**



**Аксиома 7. Існує перегин, який зміщує дану точку на пряму і є перпендикулярним до іншої прямої**

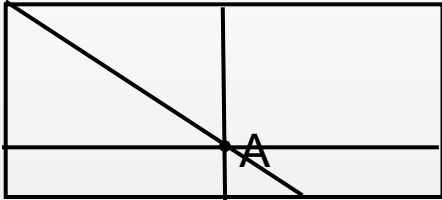
# Розв'язування математичних задач в шкільному курсі методом орігамі

РЕЗУЛЬТАТИ ОПИТУВАННЯ УЧНІВ 4 - 5 КЛАСІВ НА ПРЕДМЕТ ВІЯВЛЕННЯ РІВНЯ АКТИВНОСТІ ЗАНЯТЬ ОРІГАМІ



Програма, підручник	Клас, розділ	Тема	Рекомендації, номери завдань
	5		
	Натуральні числа	Відрізок. Площина. Пряма. Промінь. Кут	Розглянути поняття прямої та відрізка за допомогою перетинів. За допомогою складання аркуша паперу показати, як з розгорнутого кута можна отримати прямий.
	Прямокутний паралелепіпед		Скласти моделі прямокутного паралелепіпеді і куба, розглянути елементи цих геометричних тіл та означення площі поверхні та об'єму, використовуючи моделі.
	Дробові числа і дії з ними	Звичайні дроби	Поділ квадрата та прямокутника на рівні частини за допомогою складування
	6		
	Відношення і пропорції	Відношення	Відношення сторін аркуша А4 (1 сторона – сторона квадрата, 2 сторона – сторона, що дорівнює діагоналі цього квадрата). Скласти листівку з прямокутника з відношенням сторін 1:2 (1:3; 1:4). Дослідити, яку роль грає відношення сторін прямокутника при складуванні визначеної фігури.
Геометрія підручник для 7 класу (нова програма) Бевз Г. П., Бевз В. Г., Владімірова Н. Г., 2015	7	Точки і прямі	9,11,12,16
	Взаємне розташування прямих на площині	Відрізки і їх довжини Кути і їх міри	38,41 67,69,71, 90
		Суміжні і вертикальні кути	100,107,110,126
		Паралельні і перпендикулярні прямі	137, 140
	Ознаки паралельності прямих	164,168,189 та доведення теореми про рівність внутрішніх різносторонніх кутів	
Трикутники	Сума кутів трикутника	194,202 Доведення теореми	
	8		
Єршов А.П. та ін. Геометрія 8 клас	Чотирикутники	Види паралелограмів	104,105
		Середня лінія трикутника	174,176,177

# ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ДЕЯКИХ ЗАДАЧ ОРІГАМНИМ МЕТОДОМ.

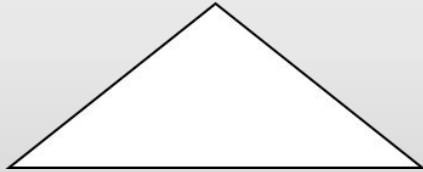


Геометрія підручник для 7 класу (нова програма). Бевз Г. П., Бевз В. Г., Владімірова Н. Г., 2015.

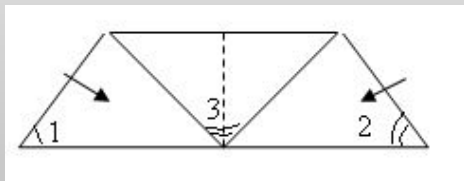
**Задача 9.** Дано точку А. Проведіть через неї три прямі. Чи можна провести через точку А десять прямих?

**Розв'язання:** Виконуємо перегини паперу вздовж ліній через точку А. Робимо висновок, що можна провести безліч прямих через задану точку.

- **Теорема:** Сума кутів трикутника дорівнює 180 градусів.



*Доведення*



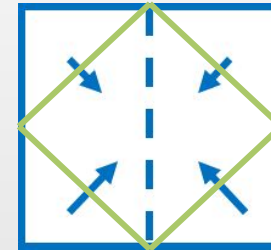
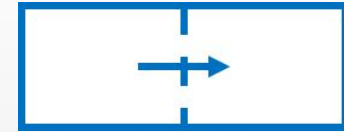
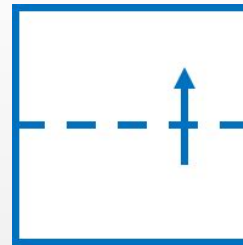
1. Взяти аркуш паперу, що має форму довільного трикутника.
2. Проведемо перегин через одну з вершин трикутника, перпендикулярно протилежній стороні ( висоту трикутника ).
3. Сумістимо вершини трикутника з точкою біля основи висоти трикутника.
4. Отримаємо, що кути 1, 2, 3 трикутника збіглися при накладанні з розгорнутим кутом. Отже, сума кутів дорівнює

180 градусів

# ЗАДАЧА: Побудувати правильний чотирикутник (квадрат).

Побудова:

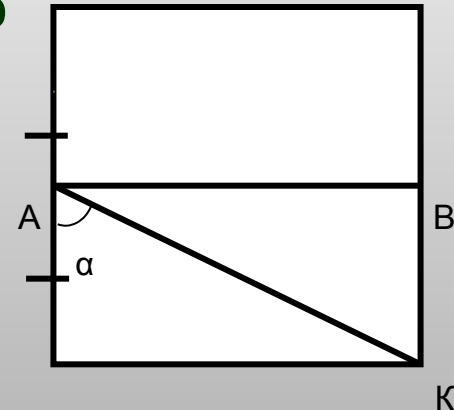
1. Перегнути навпіл аркуш паперу квадратної форми (див. рис.2.2.7 а)
  2. Перегнути ще раз аркуш навпіл (див. рис.2.2.7 б).
  3. Перегнути кожен куток паперу по діагоналі.
- Отримаємо правильний чотирикутник



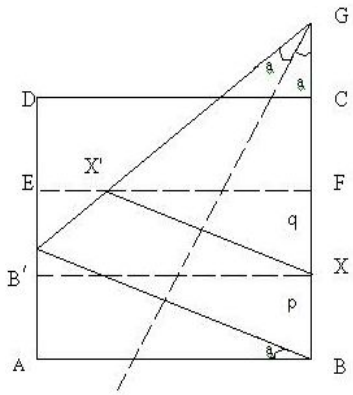
Задача. Побудувати кут, тангенс якого дорівнює 2.

Розв'язання:

1. Виконати перегин по лінії АВ.
2. Виконати перегин по лінії АК.



# розв'язуються за допомогою циркуля та лінійки.



1. Спочатку побудувати квадрат  $ABCD$ , який поділений на 3 рівні частини за допомогою перегинів  $p$  і  $q$ .

2. Скласти аркуш паперу таким чином, щоб точка  $B$  потрапила в точку  $B'$  на стороні  $AD$ , а точка  $X$  в точку  $X'$  на відрізьку  $EF$ .

3. Тоді  $\frac{DB'}{AB'} = \sqrt[3]{2}$ .

*Доведення:* Нехай  $\angle B'BA = \alpha$ , а  $BX = 1$ . Тоді (оскільки)  $\angle AB'B = \frac{\pi}{2} - \alpha$   $\angle EB'X' = 2\alpha$ . Так як  $q \parallel p$ , а  $X'X \parallel B'B$ , то  $\angle XX'F = \alpha$ . Тому  $EX' = \sin 2\alpha$   $FX' = \text{ctg } \alpha$ . Звідси бачимо, що  $\sin 2\alpha + \text{ctg } \alpha = EF = 3$ .

Нехай  $t = \text{ctg } \alpha$ . Тоді  $\sin 2\alpha = \frac{2t}{1+t^2}$ , і ми отримуємо рівняння відносно  $t$ :

$$\frac{2t}{1+t^2} t = 3, \text{ звідки } t^3 - 3t^2 + 3t - 3 = 0, (t-1)^3 = 2, t = \sqrt[3]{2} + 1.$$

Далі,  $AB' = 3 \text{tg } \alpha$ ,  $DB' = 3 - 3 \text{tg } \alpha$ , і  $\frac{DB'}{AB'} = \frac{3 - 3 \text{tg } \alpha}{3 \text{tg } \alpha} = \text{ctg } \alpha - 1 = \sqrt[3]{2}$ .

# ВИСНОВОК

- Під час дослідницької діяльності ми переконались, що всю роботу треба виконувати поетапно, вивчаючи літературу різного виду, проводячи самостійно опитування, спостереження, анкетування. Результати свого дослідження ми представили в різних формах.
- На основі всіх даних дослідження ми зробили висновок, що гіпотеза підтвердилась: мистецтво орігамі тісно пов'язане з математикою. Орігамі та математика, як дві сестри, які не терплять неточності та поспішності. Саме орігамі дає політ фантазії, а математика цю фантазію одягає в сукню науки.
- Ми набули безцінного досвіду по роботі з перегином аркуша для розв'язування деяких геометричних задач, по роботі з іншими видами орігамі, які виходили за рамки нашого дослідження, в результаті чого ми стали творити чудеса, нехай поки що по зразках, зате своїми руками.



Кусудамі «Астры»



Кусудамі «Сабуро Казе»



Кусудамі «Роза Ветров»



Кусудамі «Уральская распадия»



**ДЯКУЮ ЗА УВАГУ!**