

ПОГРЕШНОСТИ

План лекции:

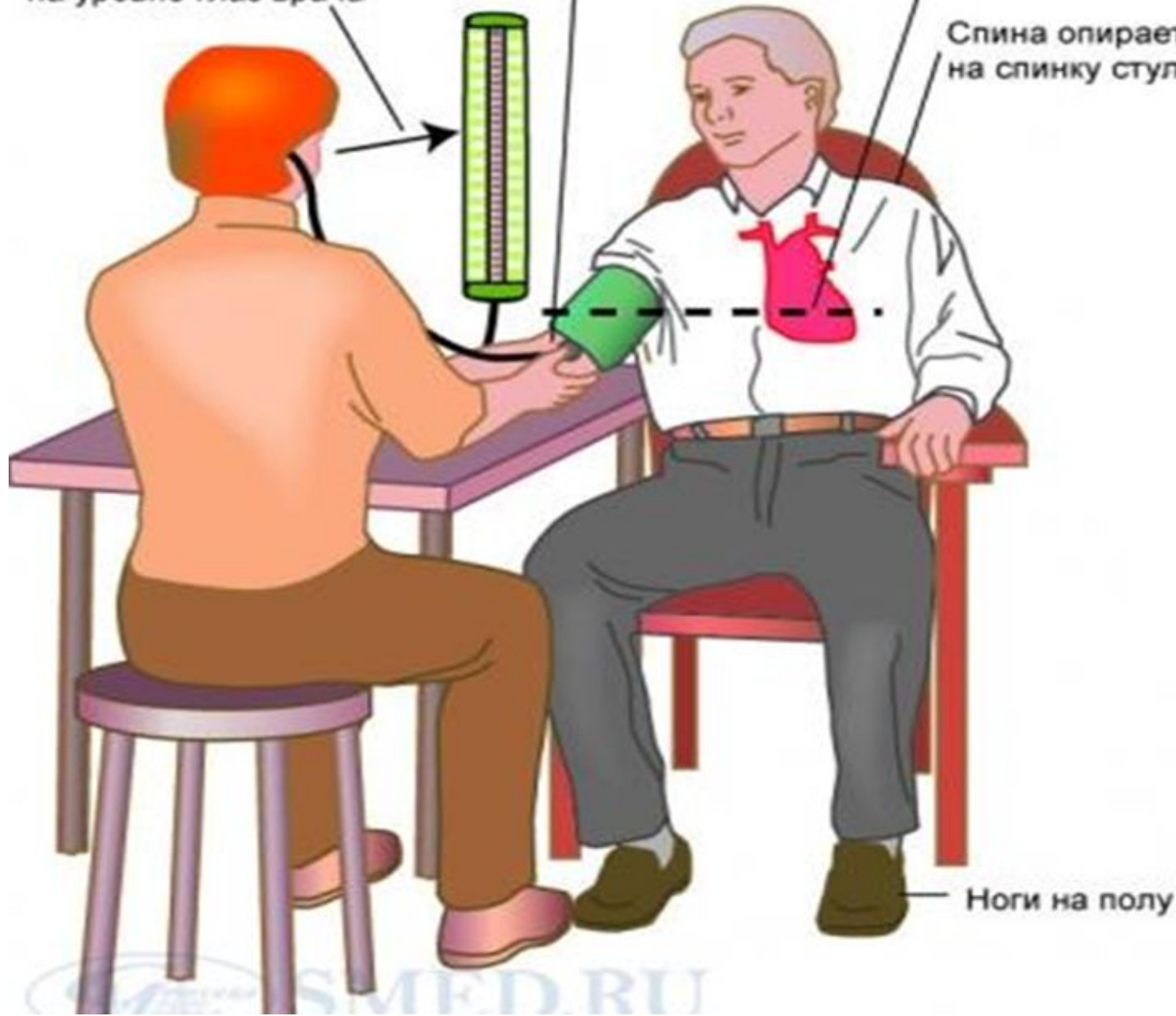
- **Классификация погрешностей.**
- **Расчёт погрешностей прямых и косвенных измерений.**
- **Примеры расчёта погрешностей измерений медико-биологической величины.**

Обработка результатов исследования, составление методик для проведения терапевтических, профилактических процедур и их анализа, требует от современного медика владения элементарными навыками физического эксперимента и обработки полученных результатов.

Правила измерения артериального давления

Шкала манометра на уровне глаз врача Рука на столе Центр манжеты на уровне сердца

Спина опирается на спинку стула



Результаты эксперимента дают количественную оценку явления и по степени точности можно судить о близости полученных значений к истинному значению величины.

Получить само истинное значение измеряемой величины невозможно, т. к. всякое измерение сопровождается определённой ошибкой - погрешностью измерений.

D_{эритроцита} = **(7,2 ± 0,1)мк**



**Различают три вида
погрешностей:**

систематические

случайные

промахи

Систематические погрешности при любых измерениях **либо уменьшают, либо увеличивают** результат. Они могут быть учтены путём поправок на воздействие внешних факторов и при сопоставлении результатов измерений с показаниями **эталонного прибора.**

**В паспорте прибора
указаны **ПОПРАВКИ**,
которые необходимо
учесть при записи
результата измерений,
(поправки учитывают
влияние перепада
температур, влажности,
давления,
электромагнитных полей
и т.д.).**

**Систематические
погрешности возникают при
применении приближённых
уравнений и констант.**

**Систематические
погрешности выявляются и
устраняются.**

Случайные погрешности

основаны на неточностях,

которые **невольнo допускает экспериментатор:**

(пылинка на чаше аналитических

весов, → трамвай → вибрация
----- → **ошибка**)

Случайные погрешности

ПОДЧИНЯЮТСЯ законам
математической статистики,
- нормальному закону.

**Вычисляются и
учитываются в ответе.**

Грубые погрешности, или **промахи** возникают по **вине экспериментатора**:
неаккуратности и невнимательности. Эти ошибки выявляются при повторных измерениях и **устраняются.**

Теория погрешностей,
используя теорию
вероятностей, позволяет
уменьшить влияние величины
случайных погрешностей на
окончательный результат
измерений.

Измерения

• Прямые измерения
(по прибору).

• Косвенные измерения
(по формуле)

$$y = f(x); \rho = \frac{m}{V}$$





Погрешность непосредственных - прямых измерений.



Пусть $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$
- результаты прямых
измерений

Результат каждого
измерения обозначим x_i -
где i меняется от 1 до n ,
где n -общее число
измерений.

Каждое измеренное значение
отличается от **ИСТИННОГО**
значения на величину,
представляющую
погрешность отдельного
измерения.

План обработки данных опыта:

1. Определить среднее арифметическое значение

\bar{X}

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

2. Найти абсолютную погрешность каждого измерения:

$$\Delta X_i$$

$$\Delta X_i = |\bar{X} - X_i|$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

**3. Вычислить квадраты
абсолютных погрешностей -**

$$\Delta x_i^2$$

4. Определить
среднеквадратическую
погрешность S_x :

$$S_x = \sqrt{\frac{\Delta x_1^2 + \Delta x_2^2 + \dots + \Delta x_n^2}{n - 1}}$$

5. Найти абсолютную
погрешность **всех**
измерений

Δx

$$\Delta X = t_{\alpha, n} \frac{S_x}{\sqrt{n}},$$

α **доверительная вероятность**

$t_{\alpha, n}$ - коэффициент
Стьюдента,

- где n - число измерений.

$\alpha = 0,95$ для лабораторных работ

$t_{\alpha, n}$ коэффициент Стьюдента

$\alpha = 0,95$ или $\alpha = 95\%$

95 %, т.е. 95% результатов от общего числа учтено в представленном ответе – доверительном интервале.

КОЭФФИЦИЕНТЫ СТЬЮДЕНТА

Число измерений	Доверительная вероятность				
	0,1	...	0.9	0.95	0.99
1			6.314	12.706	63.619
3			2.353	3.182	5.841
...					
5			2.015	2.571	4.032
10			1.812	2.228	3.169

Коэффициент Стьюдента необходим для определения абсолютной погрешности всех измерений:

$$\Delta X = t_{\alpha, n} \frac{S_x}{\sqrt{n}}, \text{ что}$$

позволяет найти доверительный интервал $(\bar{X} \pm \Delta X$

6.

Записать результаты измерения в виде:

$$X_{\text{ИЗМ}} = \overline{X} \pm \Delta X, \quad \alpha = 0,95$$

доверительный интервал

7. ВЫЧИСЛИТЬ **ОТНОСИТЕЛЬНУЮ** **ПОГРЕШНОСТЬ ИЗМЕРЕНИЙ**

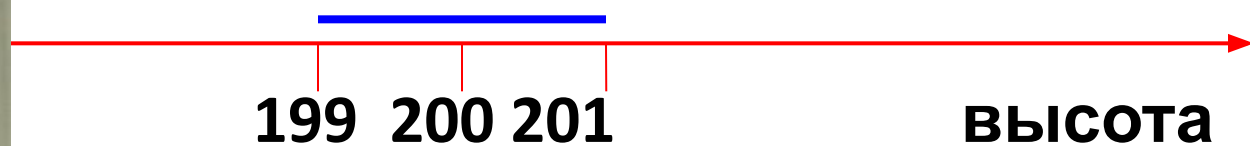
$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{x} 100\%$$

**Для лабораторных
исследований**

$$\epsilon \leq 5\%$$

$$H = (200 \pm 10) \text{ см}$$

$$H = (200 \pm 1) \text{ см}$$



$$H = (200 \pm 10) \text{ cm}$$

$$H = (200 \pm 1) \text{ cm}$$



$$\varepsilon = \frac{\Delta H}{H} 100\%$$

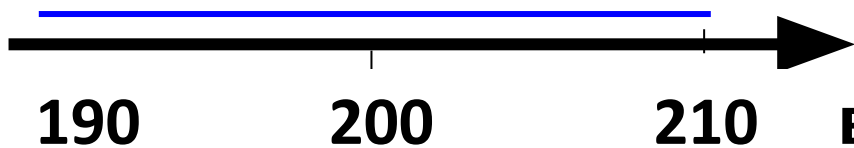
$$\varepsilon = (10/200) \times 100\% = 5\%$$

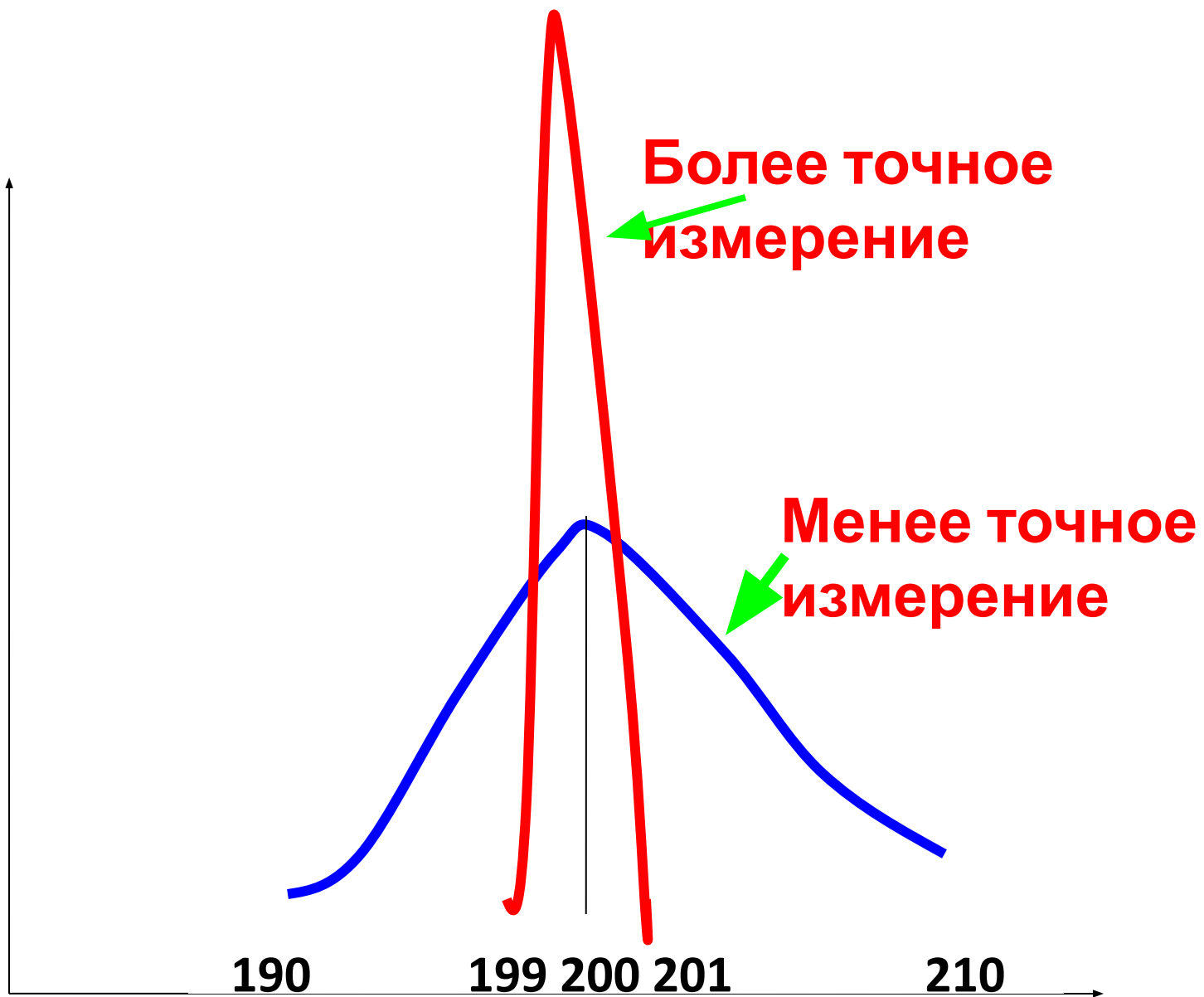
$$\varepsilon = (1/200) \times 100\% = 0,5\%$$

Чем **точнее** выполнены измерения, тем **меньше** абсолютная погрешность, тем **меньше** разброс значений (S_x), тем **острее** вершина кривой Гаусса.

$$H = (200 \pm 10) \text{ см}$$

$$H = (200 \pm 1) \text{ см}$$





ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ КОСВЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

$$y = f(x)$$

Пусть $y = f(x_1, x_2, \dots)$
ь

- функциональная
зависимость.

$$y = f(x); \rho = \frac{m}{V}$$



1. Для оценки погрешностей необходимо:
Определить **среднее арифметическое**
этой функции \bar{y}

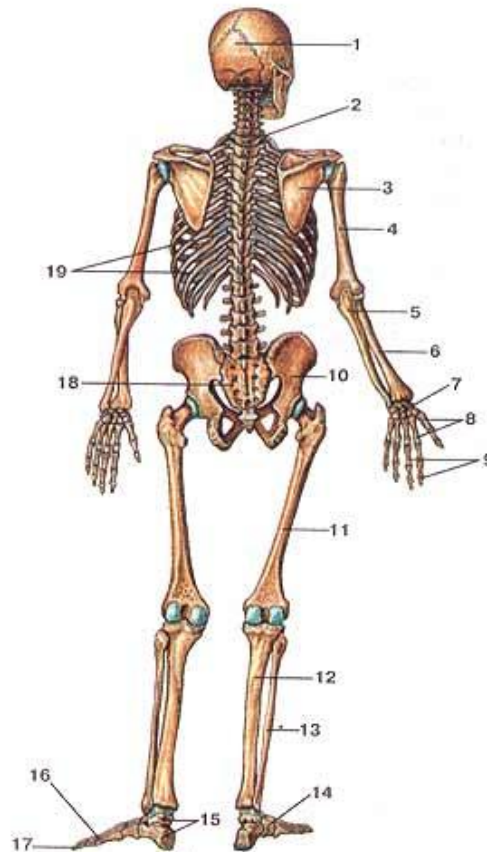
используя средние значения

$$\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots$$

$$\bar{y} = f(\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots)$$

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

$$\bar{\mathbf{F}} = \bar{m} \cdot \bar{\mathbf{a}}$$



$$\bar{\rho} = \frac{\bar{m}}{\bar{V}}$$

2. Вычислить

среднеквадратическую

погрешность косвенной

величины S_y :

$$S_y = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2 S_{x_1}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2 S_{x_2}^2 + \dots}$$

где $\left(\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}_i} \right)$

- **частные** производные функции,

S_{x_i} **среднеквадратические** погрешности прямых измерений.

3. Найти **абсолютную погрешность** косвенно определяемой величины Δy

$$\Delta y = t_{\alpha, n} \frac{S_y}{\sqrt{n}}$$

$t_{\alpha, n}$ — коэффициент Стьюдента.
Определяют по таблице.

4. Записать результат косвенных измерений в виде:

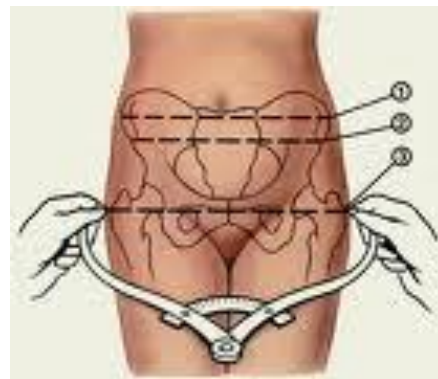
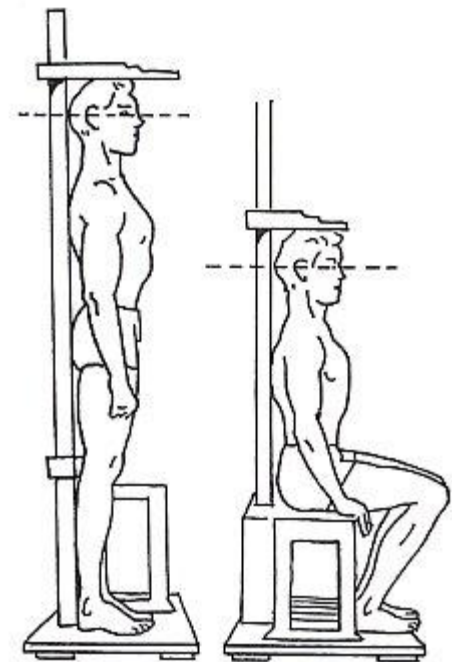
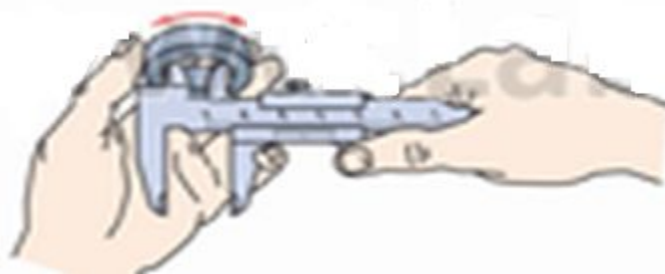
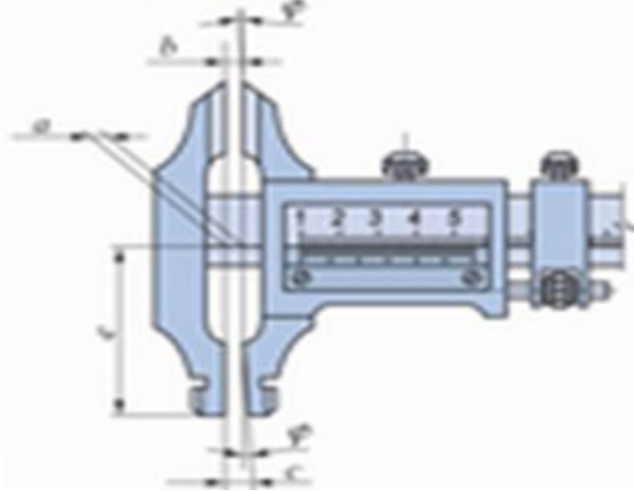
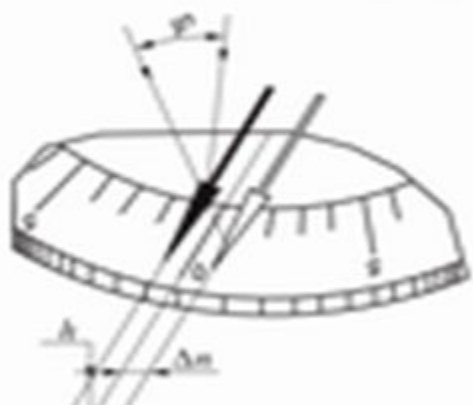
$$U_{\text{ИЗМ}} = \bar{y} \pm \Delta y; \alpha = 0,95$$

доверительный интервал

Указать относительную погрешность

$$\varepsilon = \frac{\Delta y}{y} 100\%$$

ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ



ПРИБОРНАЯ ПОГРЕШНОСТЬ

При однократных измерениях по электроизмерительному прибору необходимо учитывать **класс точности прибора.**

амперметры, вольтметры, термометры, манометры и др.



Электроизмерительные приборы по степени точности делятся на 8 классов:



0,05;

0,1;

0,2;

0,5;

1;

1,5;

2,5;

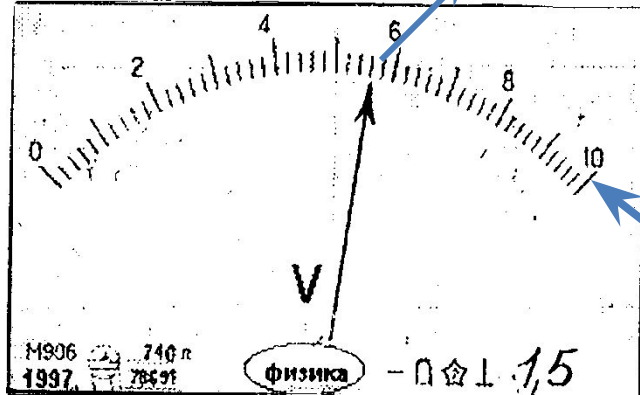
4.



Число, указывающее **класс
точности прибора,
обозначает его
относительную
погрешность, выраженную в
процентах.**

**Класс точности прибора
обозначается: γ**

Показание
прибора



X пред

Верхний предел
шкалы прибора

γ

Класс точности

**Зная класс точности
прибора γ и верхний предел
шкалы прибора**

(номинальное значение) X_n

**или $(X_{\text{пред}})$ можно найти
абсолютную погрешность
прибора.**

$$\Delta x = \gamma \frac{x_{\text{пред}}}{100\%}$$

Абсолютная погрешность прибора

Относительная погрешность
отдельного измерения равна
произведению **класса**
точности прибора на
отношение номинальной
величины x_n ($x_{пред.}$) к
измеренной x .

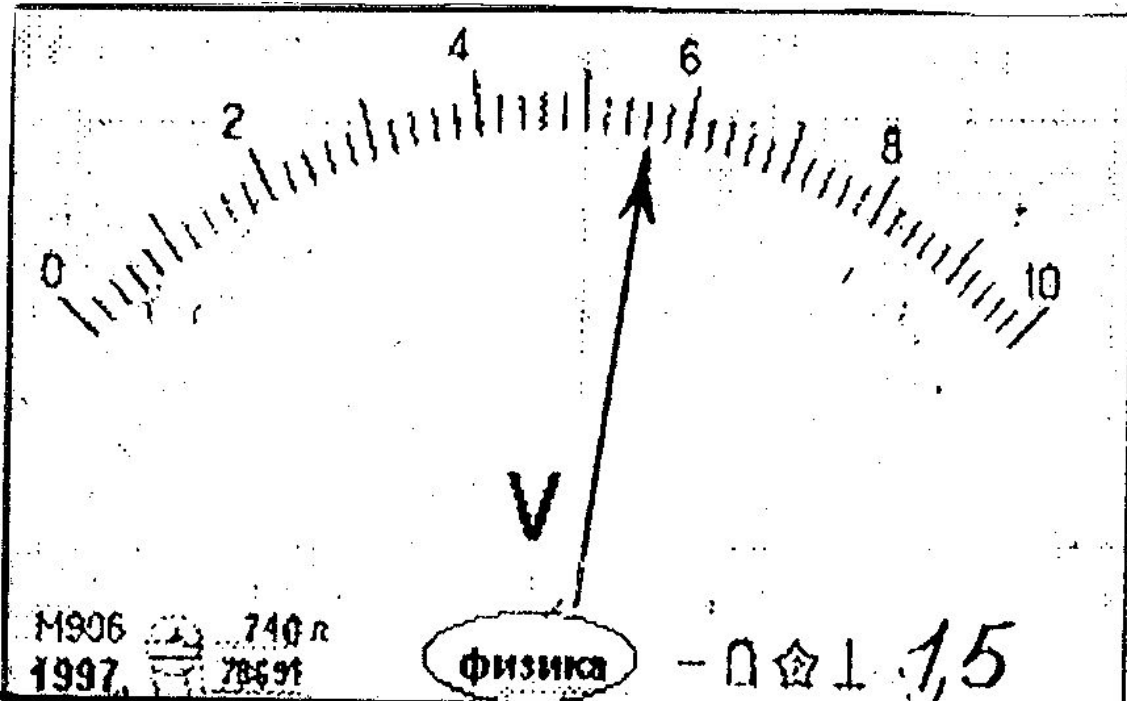
$$\varepsilon = \gamma \frac{x_{пред}}{x}$$

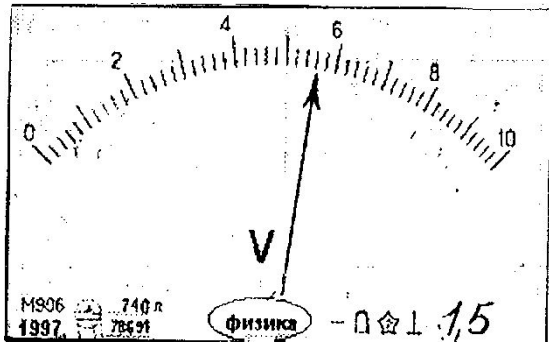
по прибору на
рисунке мы
можем
записать:

$$\gamma = 1,5\%$$

$$U_{\text{пред.}} = 10 \text{ В,}$$

$$U = 5,6 \text{ В}$$





$$\Delta x = \gamma \frac{x_{пред}}{100\%}$$

$$\Delta U = \frac{1,5\% \cdot 10 \text{ В}}{100\%} = 0,15 \text{ В} = 0,2 \text{ В}$$

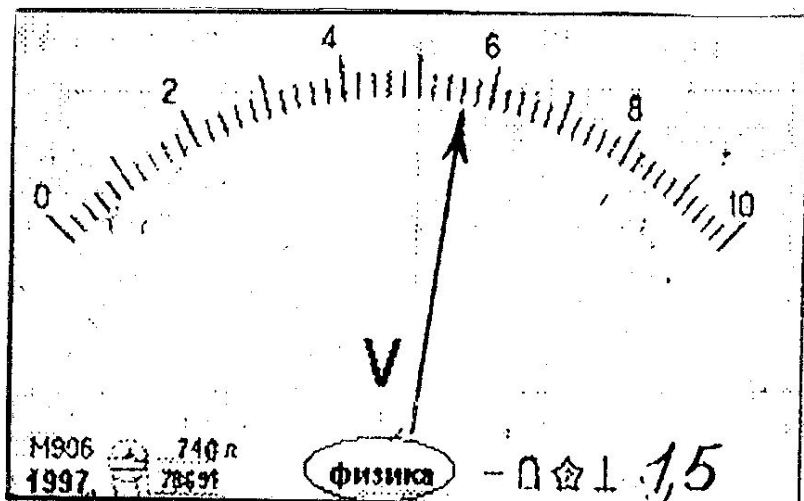
$$U_{\text{измер.}} = (5,6 \pm 0,2) \text{ В}$$

$$\varepsilon = \frac{0,2 \text{ В}}{5,6 \text{ В}} 100\% = 3,6\%$$

результат соответствует
пределу допустимой
погрешности:

$\leq 5\%$

ПОЧЕМУ прибор с классом
точности 1,5% даёт
погрешность 3,6 %?

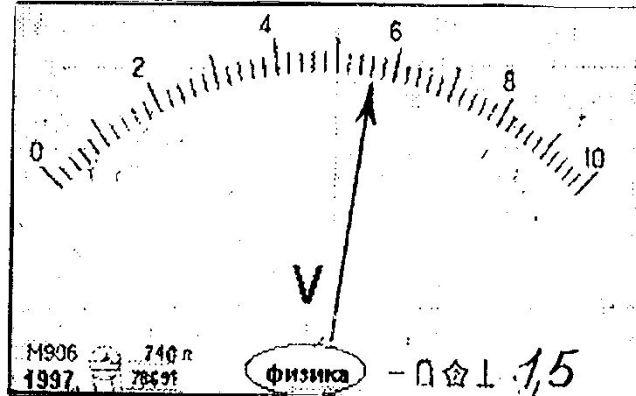


$$\varepsilon = \gamma \frac{x_{пред}}{x}$$

Следует подчеркнуть, что при

$$X \rightarrow X_{\text{пред}}$$

$$\varepsilon \rightarrow \gamma$$



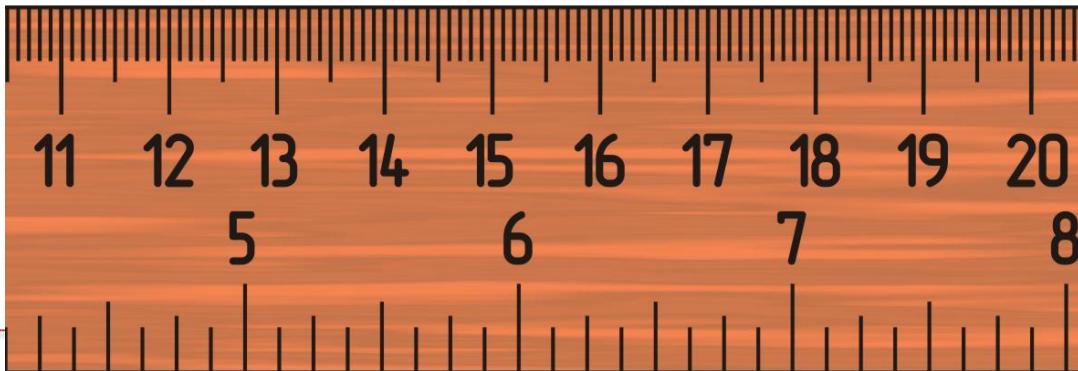
т.е. относительная

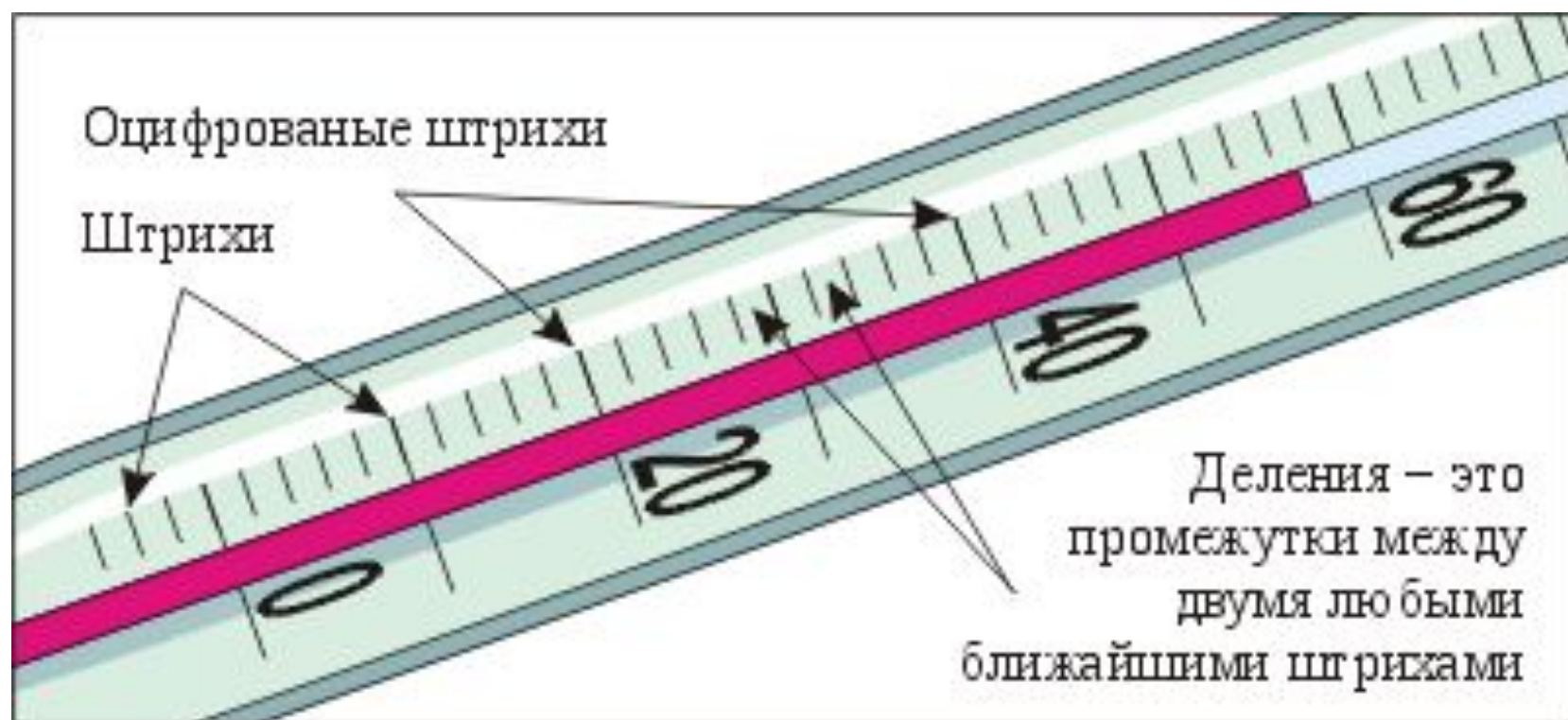
погрешность измерений

уменьшается.

Минимальное значение $\varepsilon = \gamma$

В тех случаях, когда нет класса точности, абсолютная погрешность принимается равной цене деления прибора или половине цены наименьшего деления.







Например, при измерении

температуры термометром, наименьшее деление которого $0,1^{\circ}\text{C}$, допускается ошибка

$0,05^{\circ}\text{C}$, при измерении линейкой, наименьшее деление которой 1 мм ,

допускается ошибка **$0,5\text{ мм}$** .



Цифровые приборы
АБСОЛЮТНАЯ погрешность
равна **наименьшему разряду**



$$\Delta t^{\circ} = 0,01^{\circ}\text{C}$$

Цифровой амперметр





В автоматических приборах измерение погрешности обычно производится сравнением показателей автоматического тонометра с результатами прослушивания тонов Короткова.

Одновременно измеряется верхнее и нижнее **Кровяное давление механическим способом и автоматическим.**

Полученные результаты сравниваются. Сравнения производятся многократно.



Глюкометр Richtest GM-300
применяют для измерение



Многофункциональный измеритель электрических
параметров METREL MI 3102

**Какая информация
представлена в данном
доверительном интервале?**

$$X_{\text{изм}} = 25,6 \text{ кг} \pm 0,4\%$$

$$X_{\text{ИЗМ}} = 25,6 \text{ кг} \pm 0,4\%$$

$$\Delta x = 0,1 \text{ кг}$$

$$\varepsilon = 0,1/25,6 \cdot 100\% = 0,4\%$$