

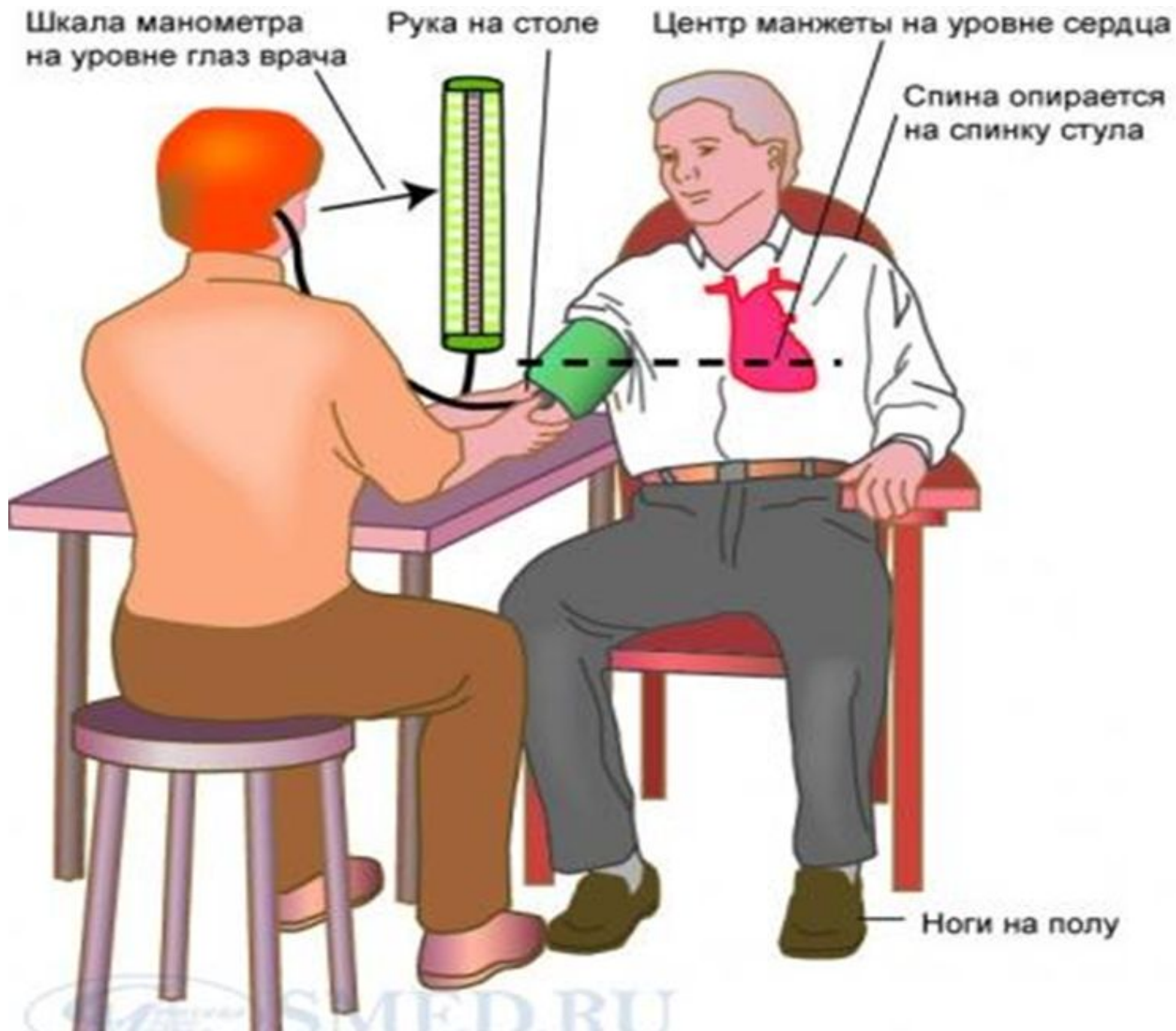
ПОГРЕШНОСТИ

План лекции:

- **Классификация погрешностей.**
- **Расчёт погрешностей прямых и косвенных измерений.**
- **Примеры расчёта погрешностей измерений медико-биологической величины.**

Обработка результатов исследования, составление методик для проведения терапевтических, профилактических процедур и их анализа, требует от современного медика владения элементарными навыками физического эксперимента и обработки полученных результатов.

Правила измерения артериального давления



Результаты эксперимента дают количественную оценку явления и по степени точности можно судить о близости полученных значений к истинному значению величины.

Получить само истинное значение измеряемой величины невозможно, т. к. всякое измерение сопровождается определённой ошибкой - погрешностью измерений.

D_{эритроцита} = **(7,2 ± 0,1)мк**



**Различают три вида
погрешностей:**

систематические

случайные

промахи

Систематические погрешности при
любых измерениях **либо**
уменьшают, либо увеличивают
результат. Они могут быть учтены
путём поправок на воздействие
внешних факторов и при
сопоставлении результатов
измерений с показаниями
эталонного прибора.

**В паспорте прибора
указаны **ПОПРАВКИ**,
которые необходимо
учесть при записи
результата измерений,
(поправки учитывают
влияние перепада
температур, влажности,
давления,
электромагнитных полей
и т.д.).**

**Систематические
погрешности возникают при
применении приближённых
уравнений и констант.**

**Систематические
погрешности выявляются и
устраняются.**

Случайные погрешности

основаны на неточностях,
которые **невольнo допускает**
экспериментатор:

(пылинка на чаше аналитических

весов, → трамвай → вибрация
→ ошибка)

Случайные погрешности

ПОДЧИНЯЮТСЯ законам
математической статистики,
- нормальному закону.

**Вычисляются и
учитываются в ответе.**

Грубые погрешности, или **промахи** возникают по **вине экспериментатора**:
неаккуратности и невнимательности. Эти ошибки выявляются при повторных измерениях и **устраняются.**

Теория погрешностей,
используя теорию
вероятностей, позволяет
уменьшить влияние величины
случайных погрешностей на
окончательный результат
измерений.

Измерения

• Прямые измерения
(по прибору).

• Косвенные измерения
(по формуле)

$$y = f(x); \rho = \frac{m}{V}$$





Погрешность непосредственных - прямых измерений.



Пусть $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$
- результаты прямых
измерений

Результат каждого
измерения обозначим x_i -
где i меняется от 1 до n ,
где n -общее число
измерений.

Каждое измеренное значение
отличается от **ИСТИННОГО**
значения на величину,
представляющую
погрешность отдельного
измерения.

План обработки данных опыта:

1. Определить среднее арифметическое значение

\bar{X}

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

2. Найти абсолютную погрешность каждого измерения:

$$\Delta X_i$$

$$\Delta X_i = |\bar{X} - X_i|$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

**3. Вычислить квадраты
абсолютных погрешностей -**

$$\Delta x_i^2$$

4. Определить
среднеквадратическую
погрешность S_x :

$$S_x = \sqrt{\frac{\Delta x_1^2 + \Delta x_2^2 + \dots + \Delta x_n^2}{n - 1}}$$

5. Найти абсолютную
погрешность **всех**
измерений

Δx

$$\Delta X = t_{\alpha, n} \frac{S_x}{\sqrt{n}},$$

α **доверительная вероятность**

$t_{\alpha, n}$ - коэффициент
Стьюдента,

- где n - число измерений.

$\alpha = 0,95$ для лабораторных работ

$t_{\alpha, n}$ коэффициент Стьюдента

$\alpha = 0,95$ или $\alpha = 95\%$

95 %, т.е. 95% результатов от общего числа учтено в представленном ответе – доверительном интервале.

КОЭФФИЦИЕНТЫ СТЬЮДЕНТА

Число измерений

Доверительная вероятность

| | 0,1 | ... | 0.9 | 0.95 | 0.99 |
|-----|-----|-----|-------|--------|--------|
| 1 | | | 6.314 | 12.706 | 63.619 |
| 3 | | | 2.353 | 3.182 | 5.841 |
| ... | | | | | |
| 5 | | | 2.015 | 2.571 | 4.032 |
| 10 | | | 1.812 | 2.228 | 3.169 |

Коэффициент Стьюдента необходим для определения абсолютной погрешности всех измерений:

$$\Delta X = t_{\alpha, n} \frac{S_x}{\sqrt{n}}, \text{ что}$$

позволяет найти доверительный интервал $(\bar{X} \pm \Delta X$

6.

Записать результаты измерения в виде:

$$X_{\text{ИЗМ}} = \overline{X} \pm \Delta X, \alpha = 0,95$$

доверительный интервал

**7. ВЫЧИСЛИТЬ ОТНОСИТЕЛЬНУЮ
ПОГРЕШНОСТЬ ИЗМЕРЕНИЙ**

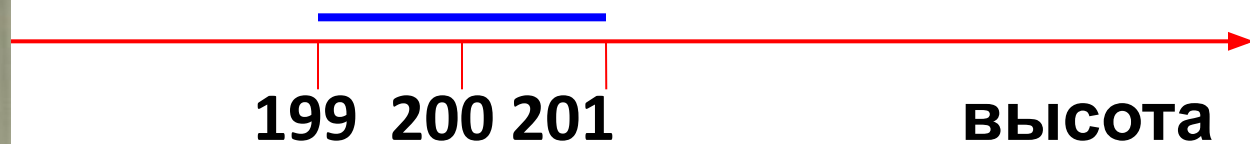
$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{x} 100\%$$

**Для лабораторных
исследований**

$$\epsilon \leq 5\%$$

$$H = (200 \pm 10) \text{ см}$$

$$H = (200 \pm 1) \text{ см}$$



$$H = (200 \pm 10) \text{ cm}$$



$$H = (200 \pm 1) \text{ cm}$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta H}{H} 100\%$$

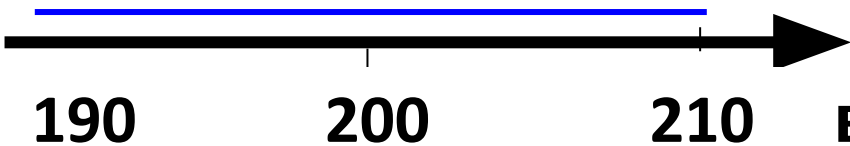
$$\varepsilon = (10/200) \times 100\% = 5\%$$

$$\varepsilon = (1/200) \times 100\% = 0,5\%$$

Чем **точнее** выполнены измерения, тем **меньше** абсолютная погрешность, тем **меньше** разброс значений (S_x), тем **острее** вершина кривой Гаусса.

$$H = (200 \pm 10) \text{ см}$$

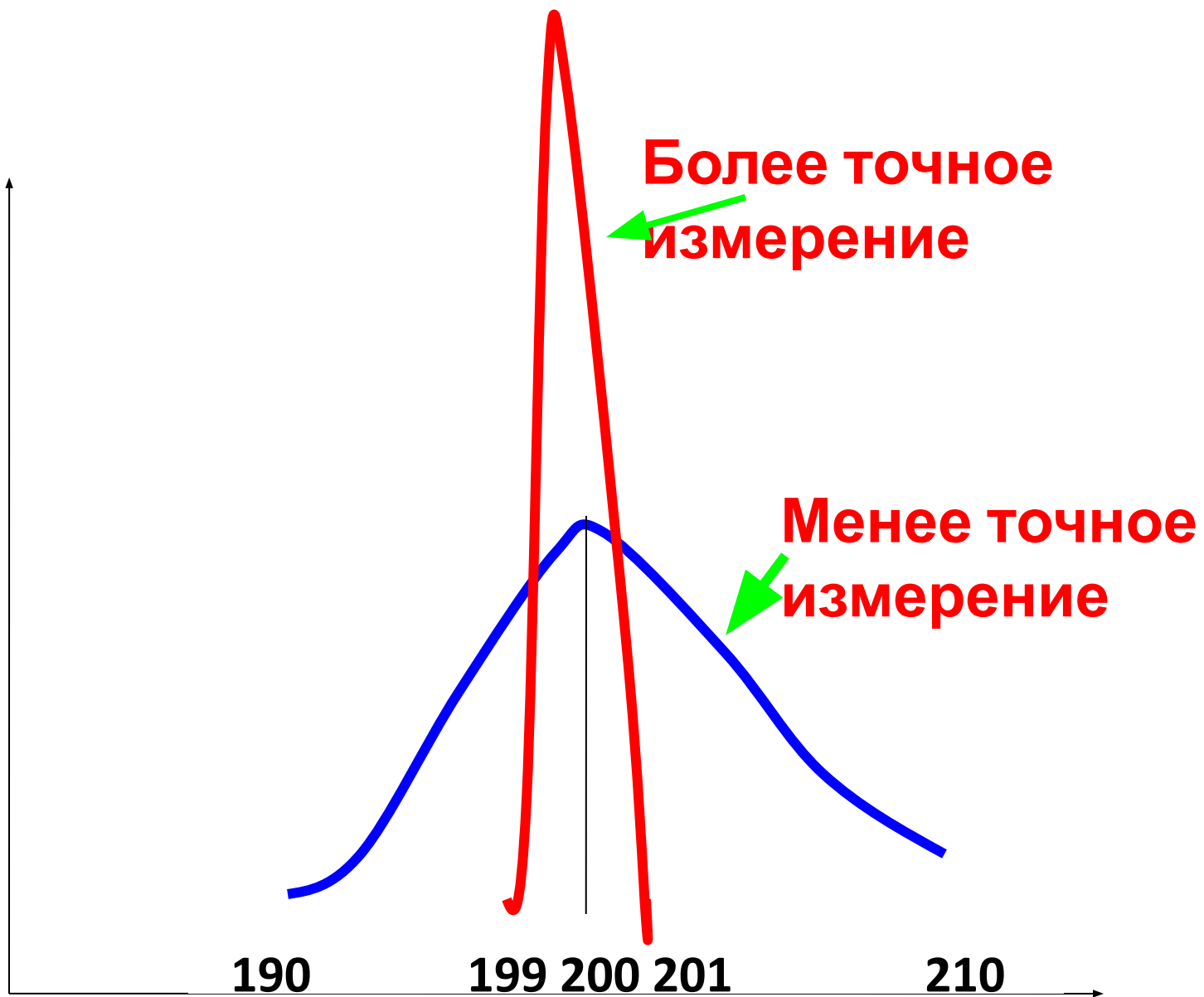
$$H = (200 \pm 1) \text{ см}$$



высота



высота



ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ КОСВЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

$$y = f(x)$$

Пусть $y = f(x_1, x_2, \dots)$
ь

- функциональная
зависимость.

$$y = f(x); \rho = \frac{m}{V}$$



1. Для оценки погрешностей необходимо:
Определить **среднее арифметическое**
этой функции \bar{y}

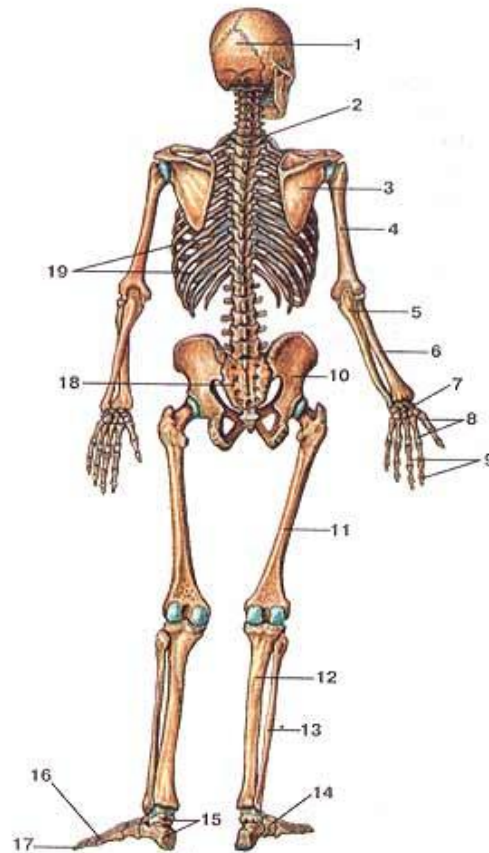
используя средние значения

$$\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots$$

$$\bar{y} = f(\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots)$$

$$F = ma$$

$$\bar{F} = \bar{m} \cdot \bar{a}$$



$$\bar{\rho} = \frac{\bar{m}}{\bar{V}}$$

2. Вычислить

среднеквадратическую

погрешность косвенной

величины S_y :

$$S_y = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2 S_{x_1}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2 S_{x_2}^2 + \dots}$$

где $\left(\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}_i} \right)$

- **частные** производные функции,

S_{x_i} **среднеквадратические** погрешности прямых измерений.

3. Найти **абсолютную погрешность** косвенно определяемой величины Δy

$$\Delta y = t_{\alpha, n} \frac{S_y}{\sqrt{n}}$$

$t_{\alpha, n}$ — коэффициент Стьюдента.
Определяют по таблице.

4. Записать результат косвенных измерений в виде:

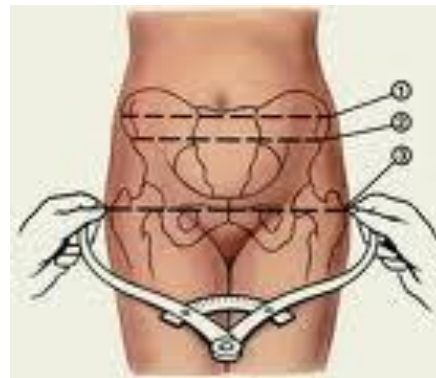
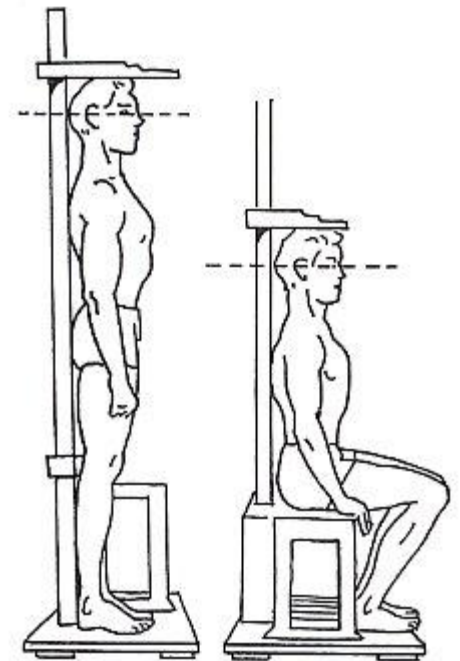
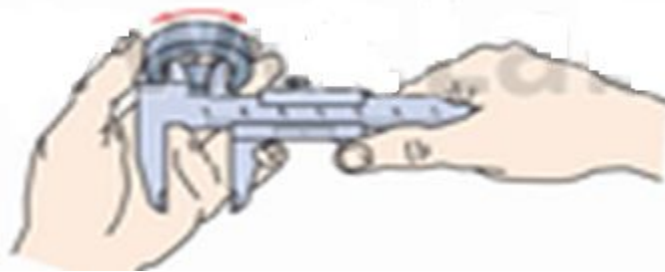
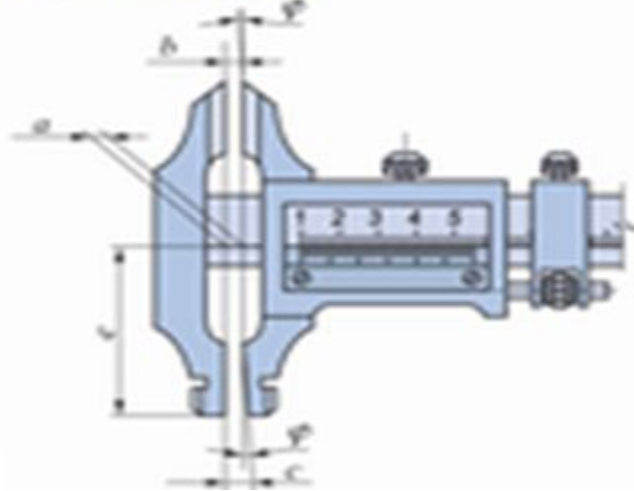
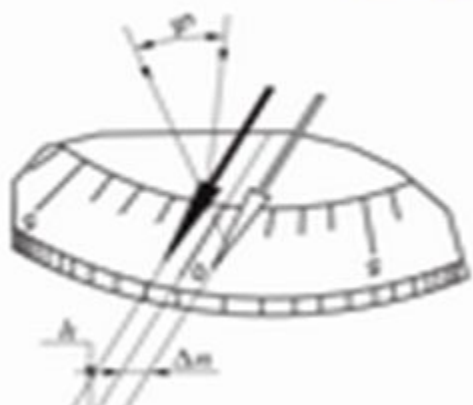
$$U_{\text{ИЗМ}} = \bar{y} \pm \Delta y; \alpha = 0,95$$

доверительный интервал

Указать относительную погрешность

$$\varepsilon = \frac{\Delta y}{y} 100\%$$

ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ



ПРИБОРНАЯ ПОГРЕШНОСТЬ

При однократных измерениях по электроизмерительному прибору необходимо учитывать **класс точности прибора.**

амперметры, вольтметры, термометры. манометры и др.



Электроизмерительные приборы по степени точности делятся на 8 классов:



0,05;

0,1;

0,2;

0,5;

1;

1,5;

2,5;

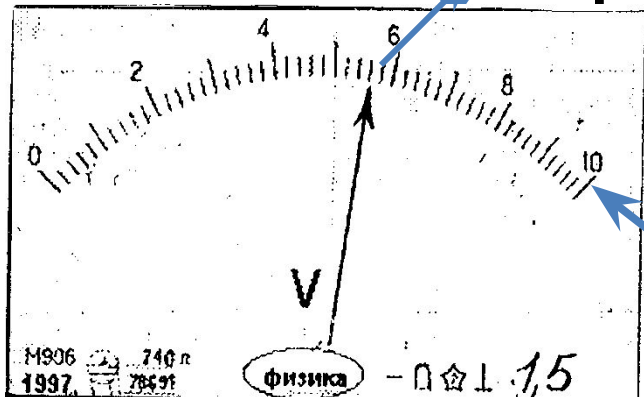
4.



**Число, указывающее класс
точности прибора,
обозначает его
относительную
погрешность, выраженную в
процентах.**

**Класс точности прибора
обозначается: γ**

Показание
прибора



X
пред

Верхний предел
шкалы прибора

γ

Класс точности

**Зная класс точности
прибора γ и верхний предел
шкалы прибора**

(номинальное значение) X_n

**или $(X_{\text{пред}})$ можно найти
абсолютную погрешность
прибора.**

$$\Delta x = \gamma \frac{x_{\text{пред}}}{100\%}$$

Абсолютная погрешность прибора

Относительная погрешность
отдельного измерения равна
произведению **класса**
точности прибора на
отношение номинальной
величины x_n ($x_{пред.}$) к
измеренной x .

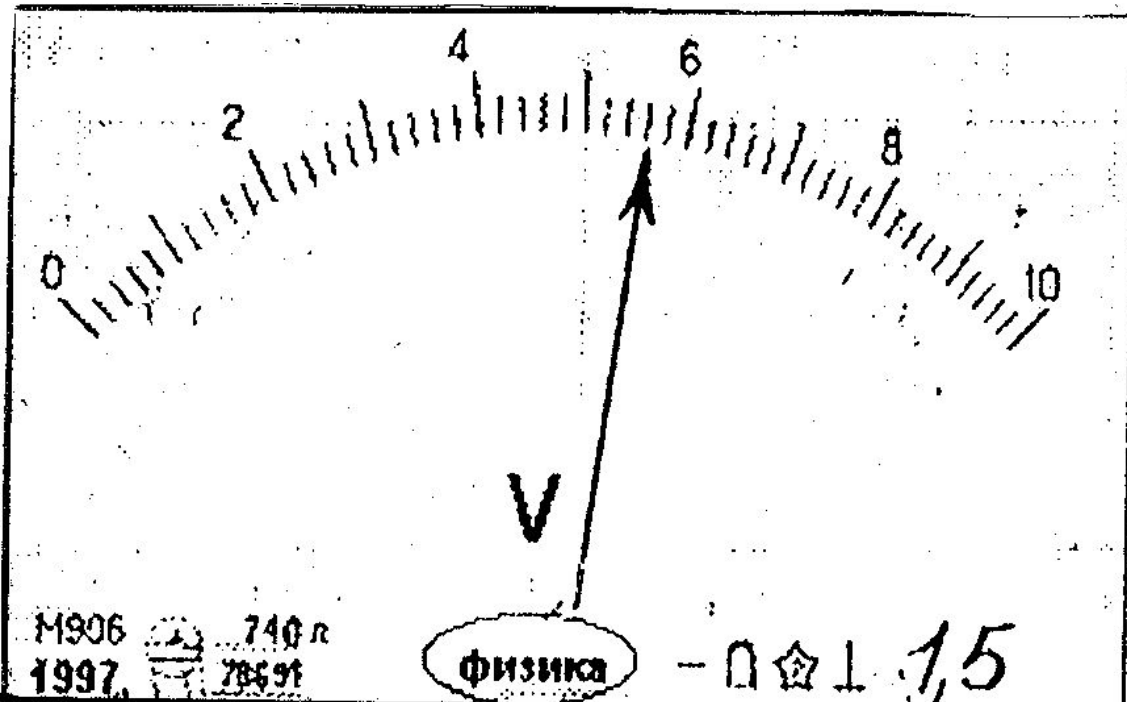
$$\varepsilon = \gamma \frac{x_{пред}}{x}$$

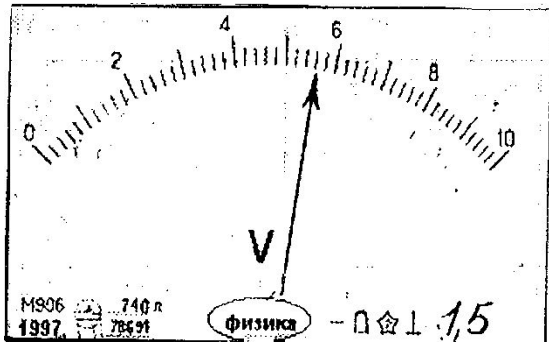
по прибору на
рисунке мы
можем
записать:

$$\gamma = 1,5\%$$

$$U_{\text{пред.}} = 10 \text{ В,}$$

$$U = 5,6 \text{ В}$$





$$\Delta x = \gamma \frac{x_{\text{пред}}}{100\%}$$

$$\Delta U = \frac{1,5\% \cdot 10 \text{ В}}{100\%} = 0,15 \text{ В} = 0,2 \text{ В}$$

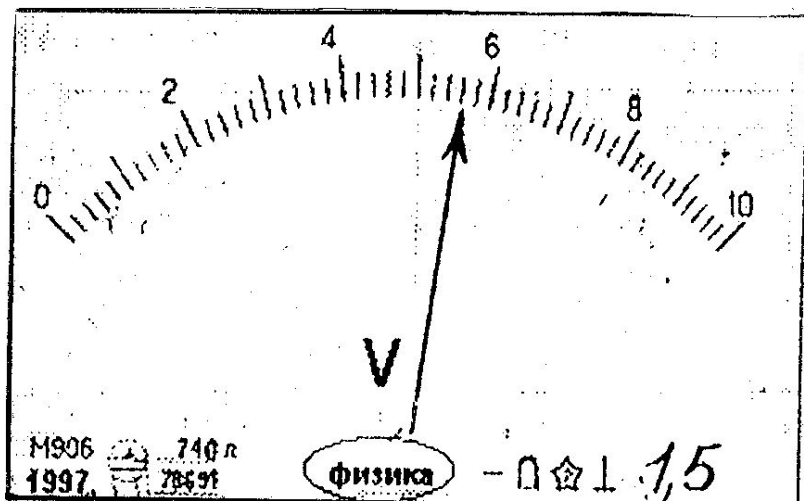
$$U_{\text{измер.}} = (5,6 \pm 0,2) \text{ В}$$

$$\varepsilon = \frac{0,2 \text{ В}}{5,6 \text{ В}} 100\% = 3,6\%$$

результат соответствует
пределу допустимой
погрешности:

$\leq 5\%$

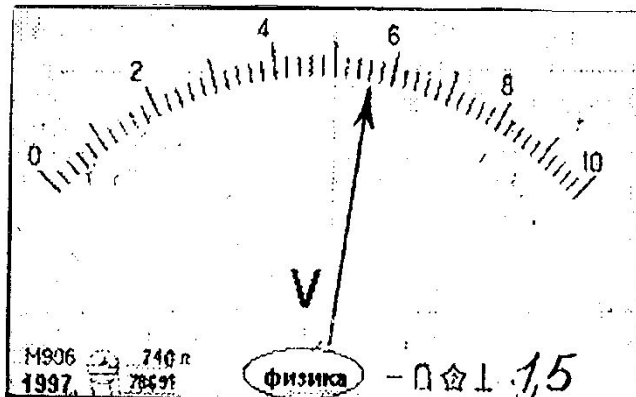
ПОЧЕМУ прибор с классом
точности 1,5% даёт
погрешность 3,6 %?



$$\varepsilon = \gamma \frac{x_{пред}}{x}$$

$X \rightarrow X_{\text{пред}}$

$\varepsilon \rightarrow \gamma$



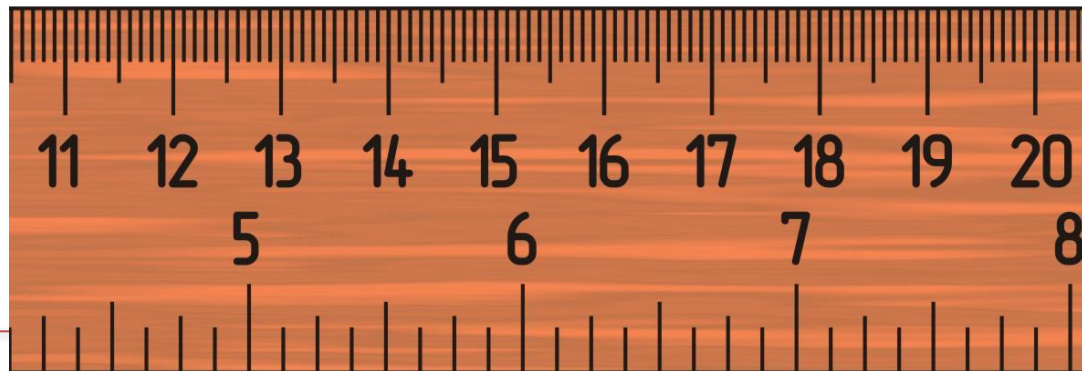
т.е. относительная

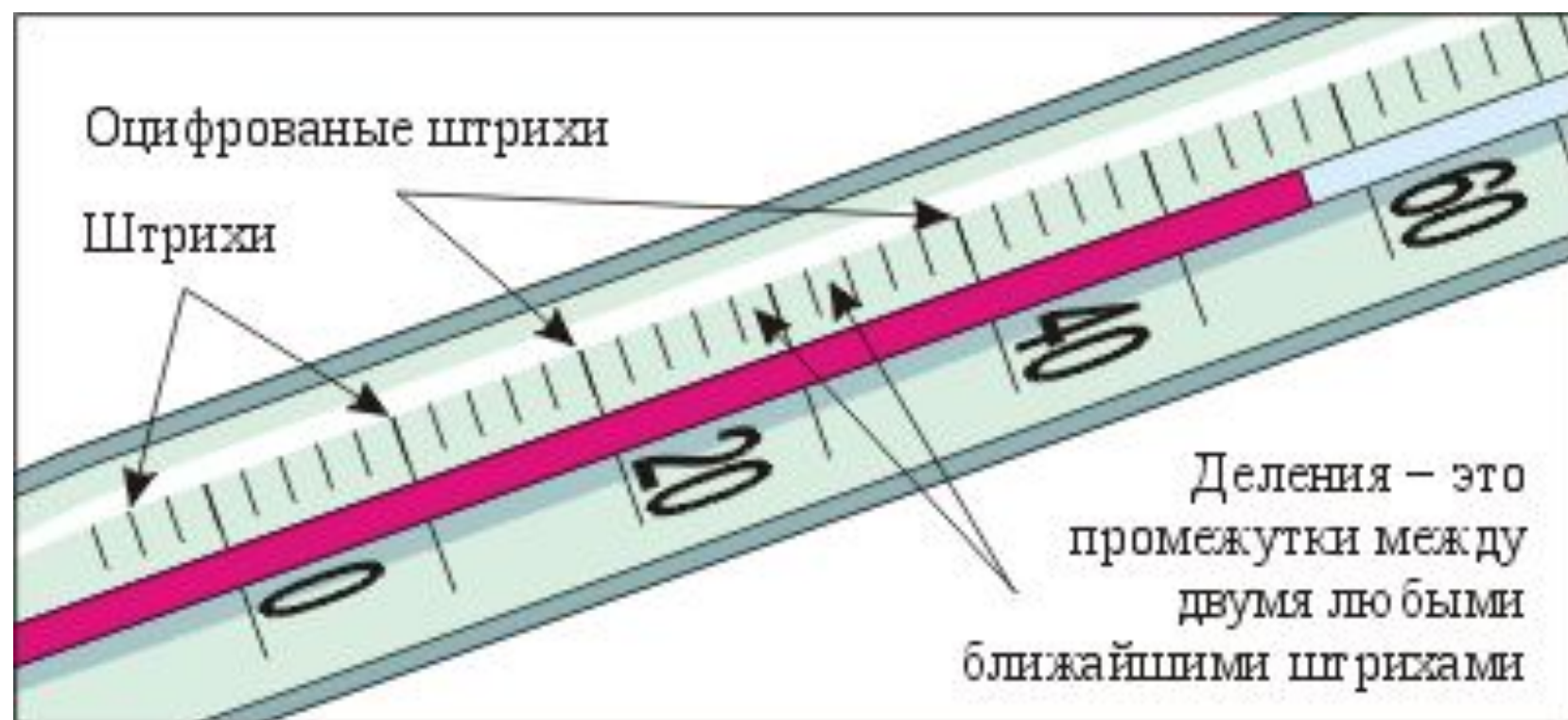
погрешность измерений
уменьшается.

измерений

Минимальное значение $\varepsilon = \gamma$

В тех случаях, когда нет класса точности, абсолютная погрешность принимается равной цене деления прибора или половине цены наименьшего деления.







Например, при измерении

температуры термометром, наименьшее деление которого $0,1^{\circ}\text{C}$, допускается ошибка

$0,05^{\circ}\text{C}$, при измерении линейкой, наименьшее деление которой 1 мм ,

допускается ошибка **$0,5\text{ мм}$** .



Цифровые приборы
АБСОЛЮТНАЯ погрешность
равна **наименьшему разряду**



$$\Delta t^{\circ} = 0,01^{\circ}\text{C}$$

Цифровой амперметр





В автоматических приборах измерение погрешности обычно производится **сравнением показателей автоматического тонометра с результатами прослушивания тонов Короткова.**

Одновременно измеряется верхнее и нижнее **Кровяное давление механическим способом** и автоматическим.

Полученные результаты сравниваются. Сравнения производятся многократно.



Глюкометр Richtest GM-300
применяют для измерение



Многофункциональный измеритель электрических
параметров METREL MI 3102

**Какая информация
представлена в данном
доверительном интервале?**

$$X_{\text{изм}} = 25,6\text{кг} \pm 0,4\%$$

$$X_{\text{ИЗМ}} = 25,6 \text{ кг} \pm 0,4\%$$

$$\Delta x = 0,1 \text{ кг}$$

$$\varepsilon = 0,1/25,6 \cdot 100\% = 0,4\%$$