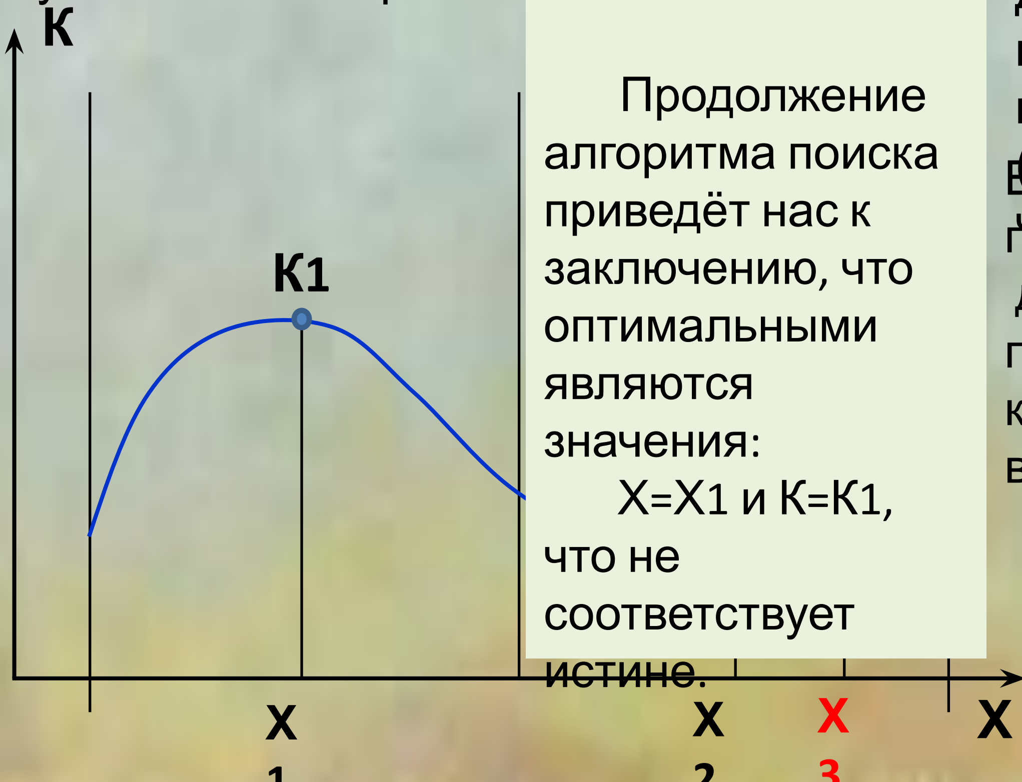
ОСНОВЫ ТЕОРИИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

Занятие 4

4.7 Критический анализ рассмотренных методов однофакторной оптимизации

В предыдущей презентации утверждалось, *что недостатком* методов, предусматривающих быстрое сокращение диапазона поиска экстремального значения критерия (половинного деления и Фибоначчи) является возможность сбоя при наличии в зоне поиска нескольких минимумов (или максимумов) критерия. В этом случае методы не гарантируют выход на самый меньший из минимумов (или самый больший из максимумов). Давайте посмотрим, как может получиться такой промах.



Продолжение алгоритма поиска приведёт нас к заключению, что оптимальными являются значения:

Х=Х1 и К=К1, что не соответствует истине.

Допустим, зависимость К= f(Х) имеет вид, показанный на рисунке (понятно, что это нам априори не известно).

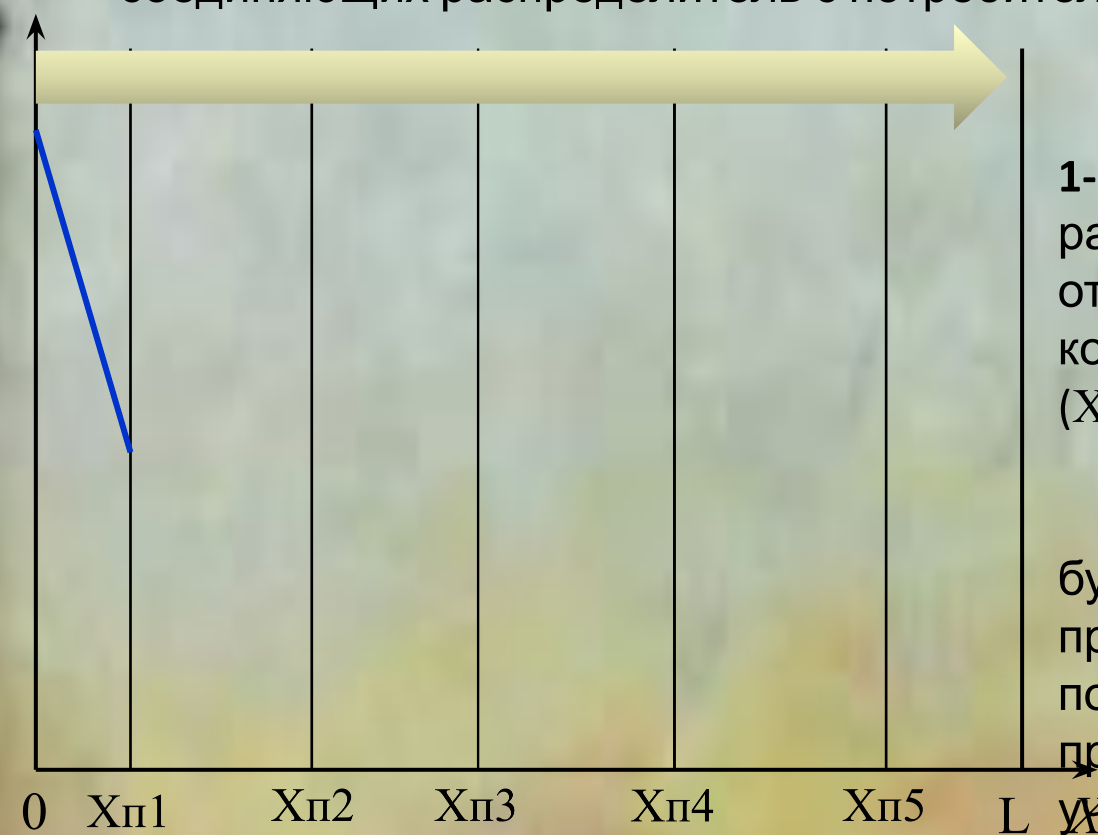
В соответствие с методом половинного деления разделим весь диапазон пополам и найдём значения критерия в середине каждой половины.

Поскольку К2<К1 (а мы ищем координату максимума), правую половину придётся отбросить. А вместе с ней и оптимальное значение параметра Х3.

Для защиты от подобных промахов полезно предварительно оценить характер функции К = f(Х). Попробуем сделать это применительно к рассматриваемому примеру
с оптимизацией расположения распределителя в помещении длиной L.

Допустим, нашу трёхмерную задачу мы разделили на три одномерные, и ищем оптимальное значения продольной координаты распределителя, двигая его от одной стенки помещения, где расположены потр стенке, попутно вычисляя сумму длин всех продольных уч й, соединяющих распределитель с потребителями:

$$K_{1X} = \sum_{i=1}^{N} \left[abs\left(X_i - X_p \right) \right]$$



Как будет выглядеть графическое отображение этой функции?

1-й этап: перемещение распределителя
от стенки (Хр=0) до продольной координаты 1-го потребителя (Хр=Хп1)

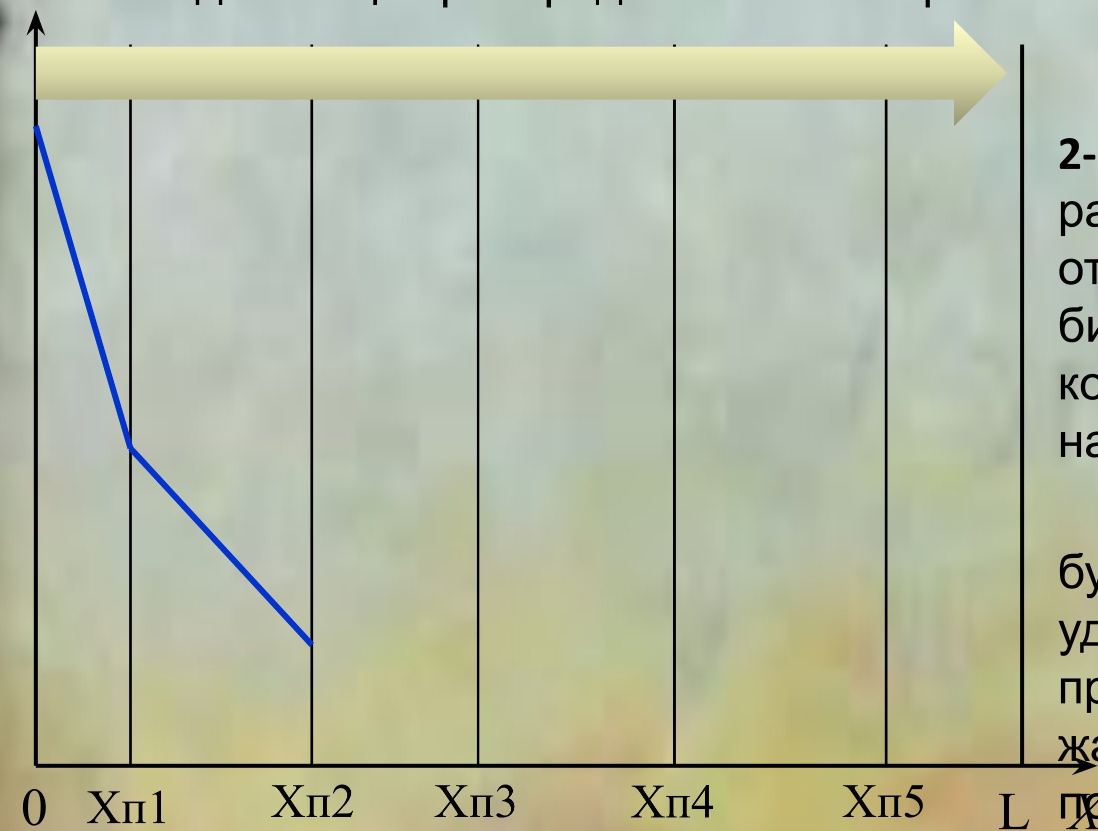
На этом этапе распределитель будет
приближаться ко всем потребителям, поэтому сумма длин всех продольных
участков магистралей, соединяющих распределитель с потребителями,

Для защиты от подобных промахов полезно предварительно оценить характер функции К = f(X). Попробуем сделать это применительно к рассматриваемому примеру
с оптимизацией расположения распределителя в помещении длиной L.

Допустим, нашу трёхмерную задачу мы разделили на три одномерные, и ищем оптимальное значения продольной координаты распределителя, двигая его от одной стенки помещения, где расположены потр... стенке, попутно вычисляя сумму длин всех продольных уч...й, соединяющих распределитель с потребителями:

$$K_{1X} = \sum_{i=1}^{N}\left[abs\left(X_i - X_p\right)\right]$$

Как будет выглядеть графическое отображение этой функции?



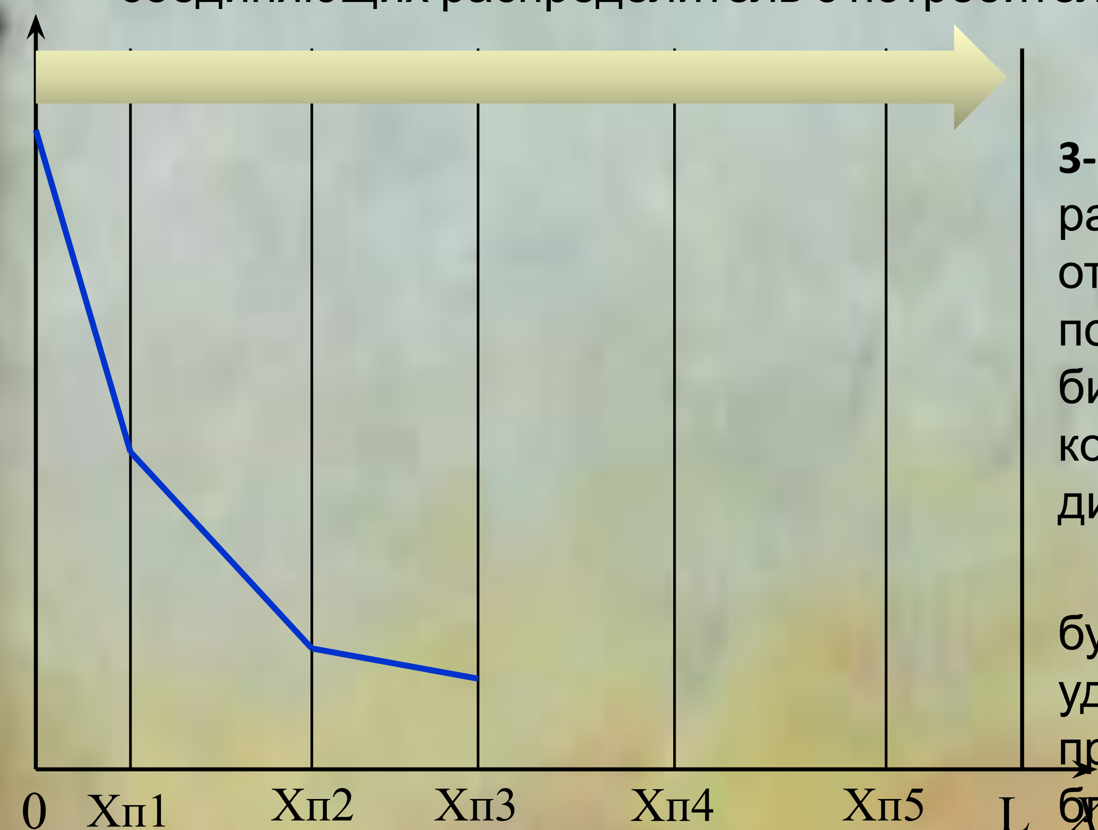
2-й этап: перемещение распределителя
от продольной координаты 1-го потре-
бителя (Xр=Xп1) до продольной коорди-
наты 2-го потребителя (Xр=Xп2)

На этом этапе распределитель будет
удаляться от потребителя 1, но прибли-
жаться ко всем остальным потребителям,
поэтому сумма длин всех продольных

Для защиты от подобных промахов полезно предварительно оценить характер функции К = f(X). Попробуем сделать это применительно к рассматриваемому примеру
с оптимизацией расположения распределителя в помещении длиной L.

Допустим, нашу трёхмерную задачу мы разделили на три одномерные, и ищем оптимальное значения продольной координаты распределителя, двигая его от одной стенки помещения, где расположены потр стенке, попутно вычисляя сумму длин всех продольных уч й, соединяющих распределитель с потребителями:

$$K_{1X} = \sum_{i=1}^{N}\left[abs\left(X_i - X_p\right)\right]$$



Как будет выглядеть графическое отображение этой функции?

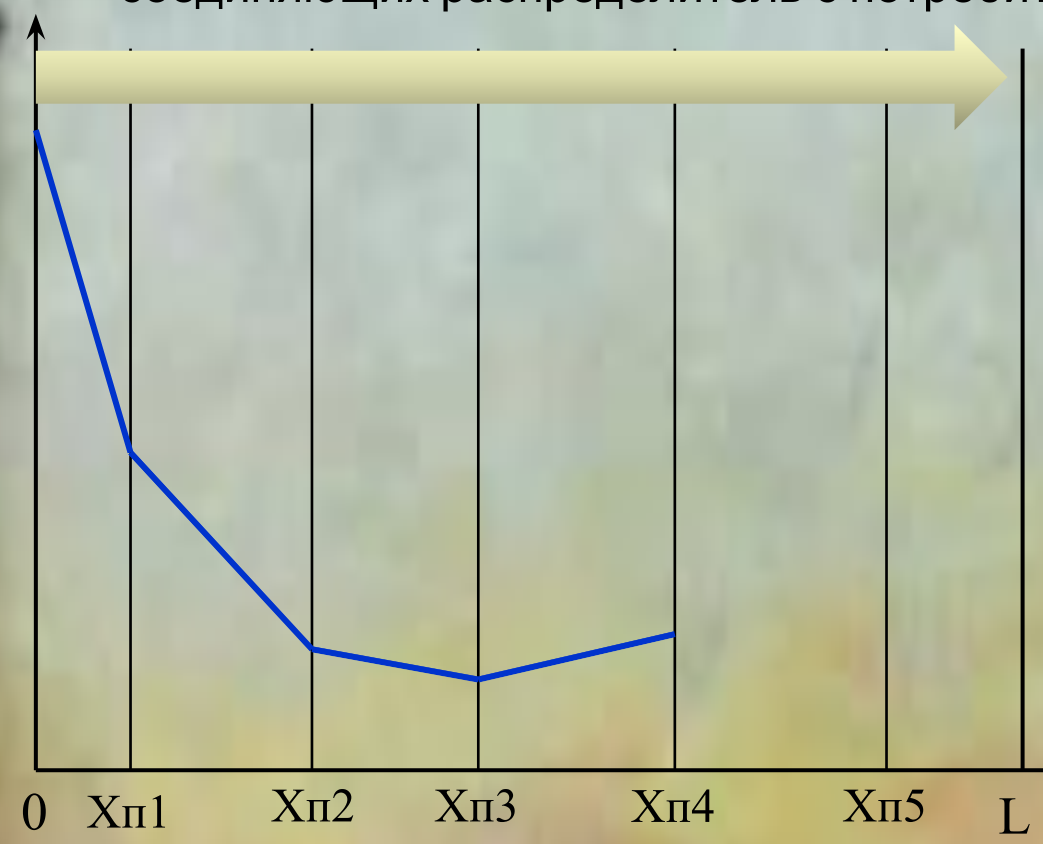
3-й этап: перемещение распределителя
от продольной координаты 2-го потре-
бителя (Xp=Xп2) до продольной коор-
динаты 3-го потребителя (Xp=Xп3)

На этом этапе распределитель будет
удаляться от двух потребителей, но при-
ближаться к трём, поэтому сумма длин

Для защиты от подобных промахов полезно предварительно оценить характер функции К = f(X). Попробуем сделать это применительно к рассматриваемому примеру
с оптимизацией расположения распределителя в помещении длиной L.

Допустим, нашу трёхмерную задачу мы разделили на три одномерные, и ищем оптимальное значения продольной координаты распределителя, двигая его от одной стенки помещения, где расположены потр... стенке, попутно вычисляя сумму длин всех продольных уч... й, соединяющих распределитель с потребителями;

$$K_{1X} = \sum_{i=1}^{N} \left[abs\left(X_i - X_p \right) \right]$$



Как будет выглядеть графическое отображение этой функции?

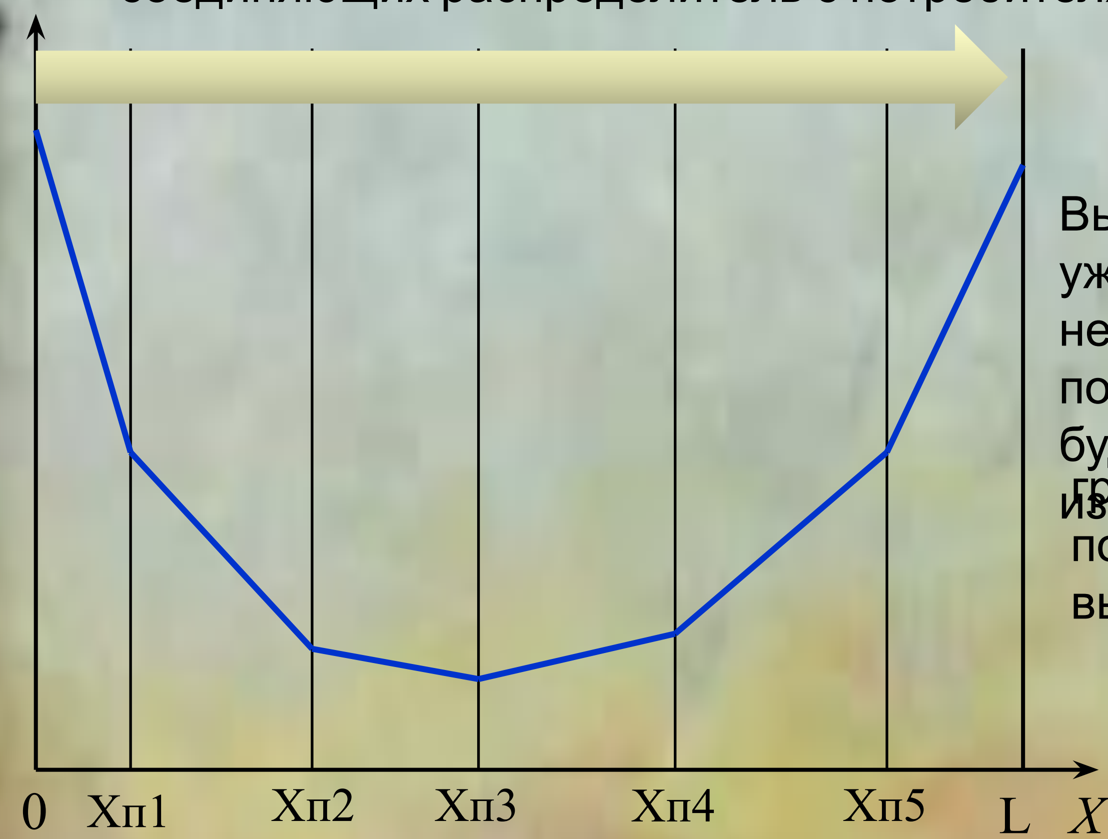
4-й этап: перемещение распределителя
от продольной координаты 3-го потре-бителя (Xр=Xп3) до продольной коор-динаты 4-го потребителя (Xр=Xп4)

На этом этапе распределитель будет
удаляться от трёх потребителей, а при-
ближаться к двум, поэтому сумма длин
всех продольных участков магистралей

Для защиты от подобных промахов полезно предварительно оценить характер функции К = f(X). Попробуем сделать это применительно к рассматриваемому примеру
с оптимизацией расположения распределителя в помещении длиной L.

Допустим, нашу трёхмерную задачу мы разделили на три одномерные, и ищем оптимальное значения продольной координаты распределителя, двигая его от одной стенки помещения, где расположены потр… стенке, попутно вычисляя сумму длин всех продольных уч… й, соединяющих распределитель с потребителями;

$$K_{1X} = \sum_{i=1}^{N} \left[abs\left(X_i - X_p \right) \right]$$



Как будет выглядеть графическое отображение этой функции?

Я полагаю, суть происходящего Вы уже поняли, поэтому нет необходимости подробно объяснять, как дальше будет изменяться наш критерий.

Созерцание полученного графика позволяет сделать ряд полезных выводов

ВЫВОД 1:
Зависимость суммы длин продольных участков магистралей от продольной координаты
распределителя является кусочно-линейной функцией, имеющей перегибы в точках,
соответствующих продольным координатам потребителей.

ВЫВОД 2:
Из вывода 1 следует, что минимум критерия может располагаться только в точках
перегиба. Значит, в алгоритме поиска достаточно распределителю задать продольные
координаты потребителей, вычислить соответствующие значения критерия и выбрать
ту координату, которая даст наилучшее значения критерия.

ВЫВОД 3:
Достаточно очевидно, что эти соображения справедливы и для других
координат (поперечной и вертикальной). Значит, количество шагов N для
решения трёхмерной оптимизационной задачи определяется формулой:

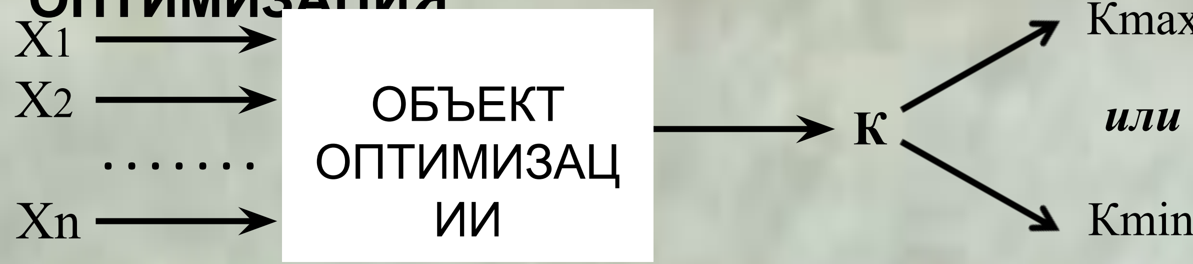
$N = 3n$ где n − количество потребителей

Обратившись к результатам, полученным в Презентации-3, можем констатировать,
что проведённое исследование свойств объекта оптимизации позволило гарантировать
... естве

ВЫВОД 4: Получив задание построить мост, полезно предварительно подумать,
как следует его строить: вдоль реки или поперёк!

Разобравшись с однопараметрическим прогнозированием, двигаемся дальше

5. МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ



$$\{X_1^*, X_2^*, \ldots X_n^*\} = ?$$

5.1 Аналитическая оптимизация в многомерном пространстве

Отличается от одномерной только тем, что для поиска экстремума используется система уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{dК}{dX_1} = 0 \\ \dfrac{dК}{dX_2} = 0 \\ \ldots\ldots \\ \dfrac{dК}{dX_n} = 0 \end{cases}$$

Некоторая тонкость заключается в том, что решение может оказаться за пределами области, ограниченной диапазонами возможных изменений параметров Xi (т.е. внутри области экстремума нет). В таком случае оптимум надо искать на границе области. На какой? На той, которая даст наилучший результат.

Условие применимости метода те же: все функции К=f(Xi) должны быть дифференцируемы на всём диапазоне возможных изменений Xi. Если условие не соблюдается – надо переходить к дискретным методам оптимизации (спускаться ниже в средней колонке классификации).

Прежде всего, уточним, что мы будем в дальнейшем понимать под термином

«многопараметрический»

Папуасы Новой Гвинеи, культуру и быт которых исследовал русский этнограф, антрополог, биолог и путешественник Николай Николаевич Миклухо-Маклай,
различали четыре количественных меры: один, два, три и много.

Специалисты в области теории принятия решений смотрят на вещи несколько проще:
всё, что больше одного, они называют «много». Следуя в этом русле, и мы с Вами ограничимся рассмотрением особенностей оптимизации объекта, имеющего только
2 изменяемых параметра (фактора). На сути методов это не сказывается, но зато

Поскольку мы с Вами живём в трёхмерном пространстве (если не принимать во внимание время и утверждения некоторых физиков
о наличии 11 измерений), у нас есть возможность наглядно пред-ставить функцию $K = f(X_1, X_2)$ в виде некоторой поверхности в прямо-угольной системе координат (спасибо Рене Декарту!)

Если речь идёт о поиске максимума,
эта поверхность будет иметь вид «горы»,
координаты вершины которой и дадут искомую комбинацию значений варьи-руемых параметров X_1 и X_2.

В аксонометрии это может выглядеть
примерно так.

Понятно, что при поиске минимума
придётся спускаться на дно «горного ущелья».

Работать с аксонометрией не очень удобно, поэтому воспользуемся тем приёмом,
который применяют картографы для изображения рельефа местности на плоских
картах: они наносят на план местности линии равного уровня.

Предположим, что план нашей «горы», на вершину которой нам надо подняться,
выглядит примерно таким образом (разумеется, нам он априори не известен).

Зато известна начальная точка А с координатами X_{1A}, X_{2A} и начальное значение критерия К =45%, которое хотелось бы улучши

И мы его улучшим, но уже при следующей встрече!

Относи-тельные значения критерия оптимизаци и
на линиях равного уровня