

# Иоганн Себастьян Бах

---

Токката и фуга ре минор

# Токката (фантазия)

---

- Хроматическая фантазия написана в размере 4/4, имеет 79 тактов, т. е.  $79 \cdot 4 = 316$  четвертных долей.
  - состоит из двух ясно различимых по характеру частей, отделенных друг от друга паузой
-

$$a_1 = a\varphi = 0,316 \cdot 0,618 = 195,3.$$

---

- первая часть фактически заканчивается на 3-й четверти 49-го такта, т. е. на 195-й  $(48 \cdot 4 + 3)$  четверти  $a_1 = 195$ .

$$\frac{316}{195} = \frac{195}{121}, \quad 195 + 121 = 316.$$

- Хроматическая фантазия разделена на первую и вторую части в золотой пропорции:
-

# Число Фибоначчи

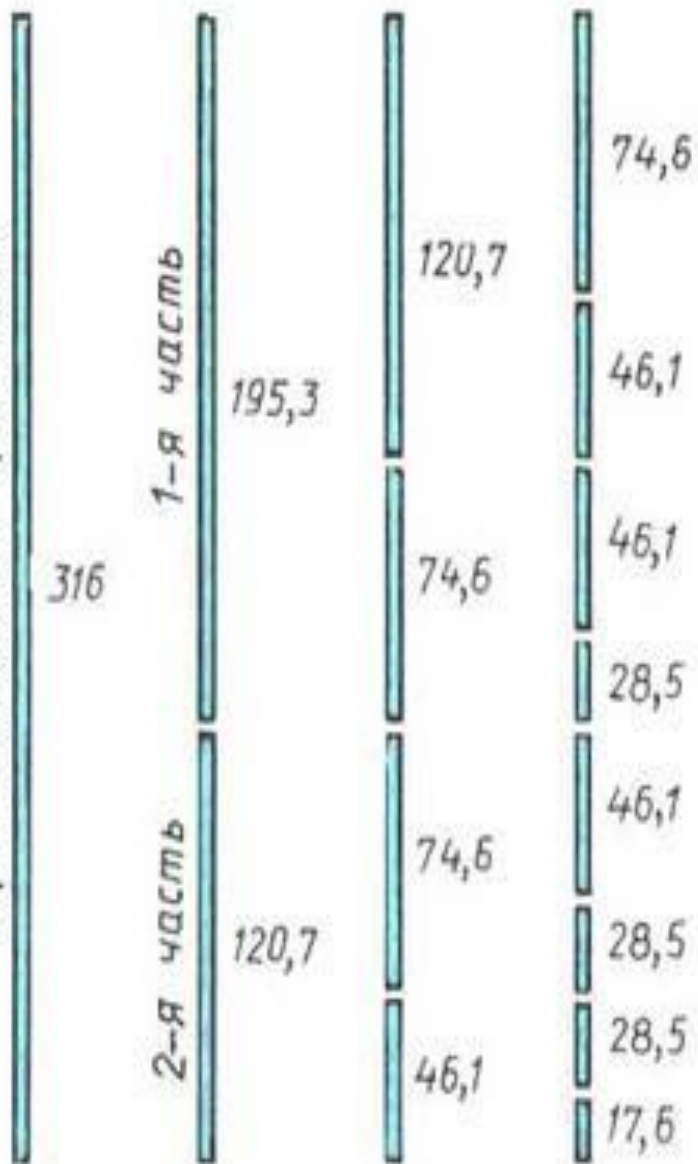
---

- Но на этом чудеса гениального творения Баха только начинаются. Построив ряд золотого сечения при  $a=316$ , имеем

316    195,3    120,7    74,6    46,1    28,5    17,6.

---

Хроматическая фантазия



- Остановка, к которой стремились все предыдущие ходы
- Кульминация первой части
- Остановка, прерывающая арпеджированные фигурации
- Конец первой части
- Прерванная каденция
- Кульминация второй части
- Начало романтических речитативов
- Конец второй части

# Русский советский музыковед Э. К. Розенов (1861-1935)

---

Вывод: Хроматическая фантазия, произведение свободного по форме жанра, буквально соткано из **ЗОЛОТЫХ пропорций**. Пожалуй, эстетическое впечатление от математического анализа Хроматической фантазии имеет не меньшую силу, чем прослушивание бессмертного творения Баха. А взятые вместе - чувственное впечатление и рациональный анализ, безусловно, позволяют еще на один шаг приблизиться к сокровенным тайникам гения.

---

# Фуга

---

- *Фуга* (от лат. *fuga* - бег) является наиболее совершенной формой многоголосной музыки (полифонии).
  - Фуга строится на многократных проведениях основной музыкальной темы в разных голосах.
  - Проведения основной темы обычно перемежаются в фуге с промежуточными вставками, *интермедиями*
  - Фуга в отличие от фантазии имеет четко определенный закон построения
  - Но тем не менее точность "математического" построения фуги *ре минор* просто поражает!
-

$$123 \cdot \varphi = 76,01 \quad \frac{123}{76} = \frac{76}{47} \quad 76 + 47 = 123$$

$$123 \cdot \varphi^2 = 46,97$$

$$55 \cdot \varphi = 33,99 \quad \frac{55}{34} = \frac{34}{21} \quad 34 + 21 = 55$$

$$55 \cdot \varphi^2 = 21,00$$

$$91 \cdot \varphi = 56,23 \quad \frac{91}{55} = \frac{55}{36} \quad 55 + 36 = 91$$

$$91 \cdot \varphi^2 = 34,75$$

$$52 \cdot \varphi = 32,13 \quad \frac{52}{32} = \frac{32}{20} \quad 32 + 20 = 52$$

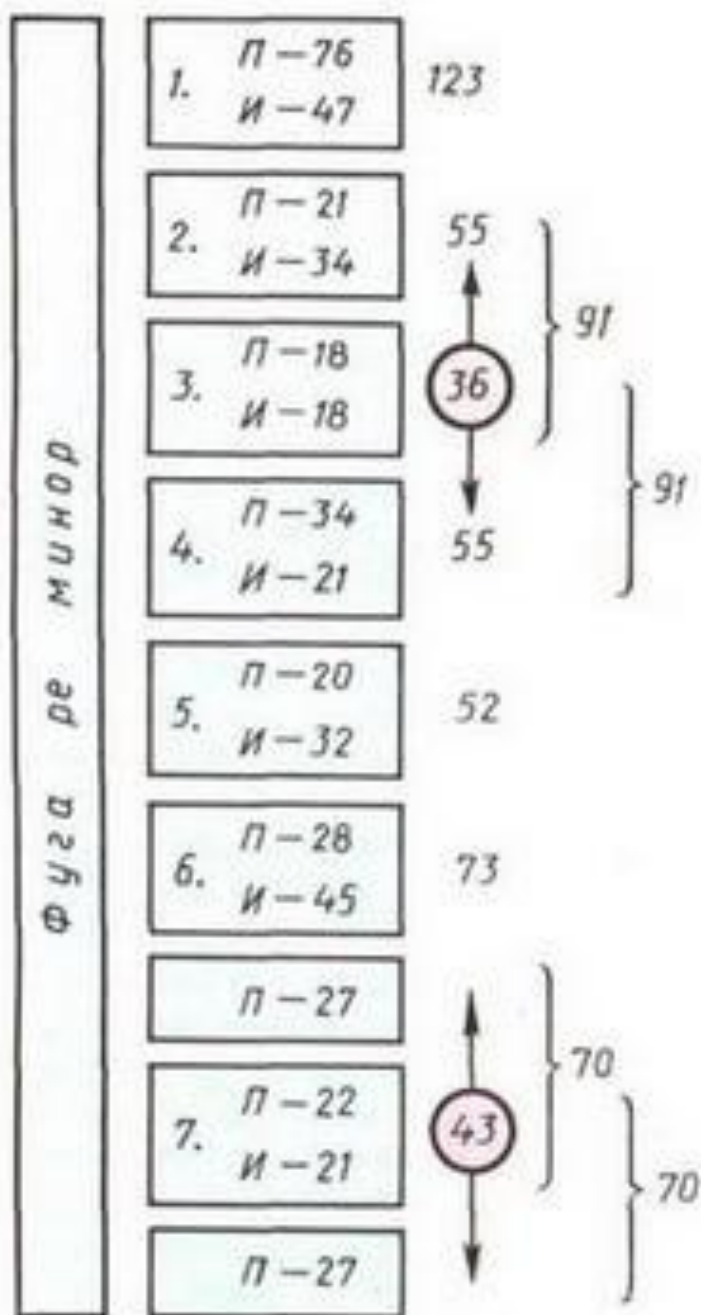
$$52 \cdot \varphi^2 = 19,85$$

$$73 \cdot \varphi = 45,11 \quad \frac{73}{45} = \frac{45}{28} \quad 45 + 28 = 73$$

$$73 \cdot \varphi^2 = 27,87$$

$$70 \cdot \varphi = 43,26 \quad \frac{70}{43} = \frac{43}{27} \quad 43 + 27 = 70$$

$$70 \cdot \varphi^2 = 26,73$$





7 пар "проведение-интермедия" пять пар строго подчиняются закону золотого сечения.

---

Строение фуги ре минор И. С. Баха:

**Целые числа** указывают число четвертей в фуге

**Дробные** - теоретическое значение золотых сечений

Золотые пропорции в более крупных частях фуги отмечены **фигурными скобками**

Центры симметрии – **кружками**

**П** – проведение

**И** - интермедия.

---

# Вывод:

---

Простой математический анализ, не выходящий за рамки арифметики, позволяет совершенно иными глазами взглянуть на музыкальное произведение, увидеть его скрытую внутреннюю красоту, которую мы только ощущаем, слушая произведение, и которую мы "видим", проводя его математический анализ.

---