

# Проект.

- **Тема: «Математика в спорте и музыке»**
- **Автор: Кривогузова Юлиана**
- **[Начать!](#)**

# Ссылки.

- Смотреть по порядку
- Типы математики
- О Монохорде.
- Смотреть законы
- О колебаниях
- Появление обертонов
- Итог
- Температура
- Ритм
- Такт. Размер.
- Математические ритмы
- Упорядочивание
- Текущее заключение
- Список литературы





# Законы...

В основу пифагорейской теории музыки легли два закона:

1. Две струны дают консонанс, если их длины относятся как целые числа, составляющие треугольное число  $10=1+2+3+4$ , т.е. как  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{3}{4}$ .
2. Высота тона определяется частотой колебания струны  $\omega$ , которая обратно пропорциональна длине струны  $l$ :

$$\omega = \alpha / l$$



# Колебания.

Частота колебаний определяет высоту звука.

1. 16 - 16000 Гц - воспринимает чел. ухо.

2. 16 - 5000 Гц - в музыке.

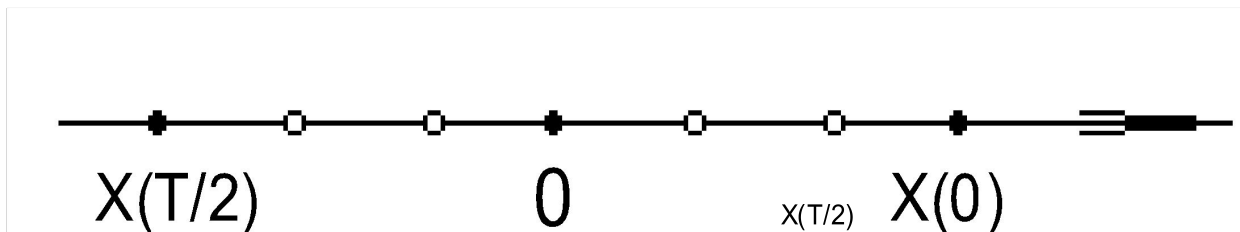
$96/64 = 768/512 = 3/2$  - КВИНТА.

Расстояние м/д нотами - интервал.

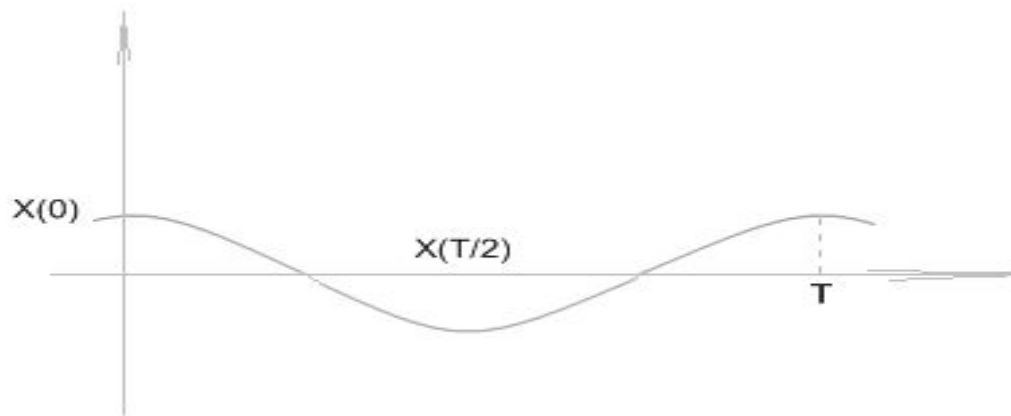
- *Обертоны* - призвуки, которыми сопровождается основной звук.
- Они слышны слабее и не мешают восприятию основного тона, но придают ему *тембровую окраску*.

# Описание.

- Струна не колеблется:



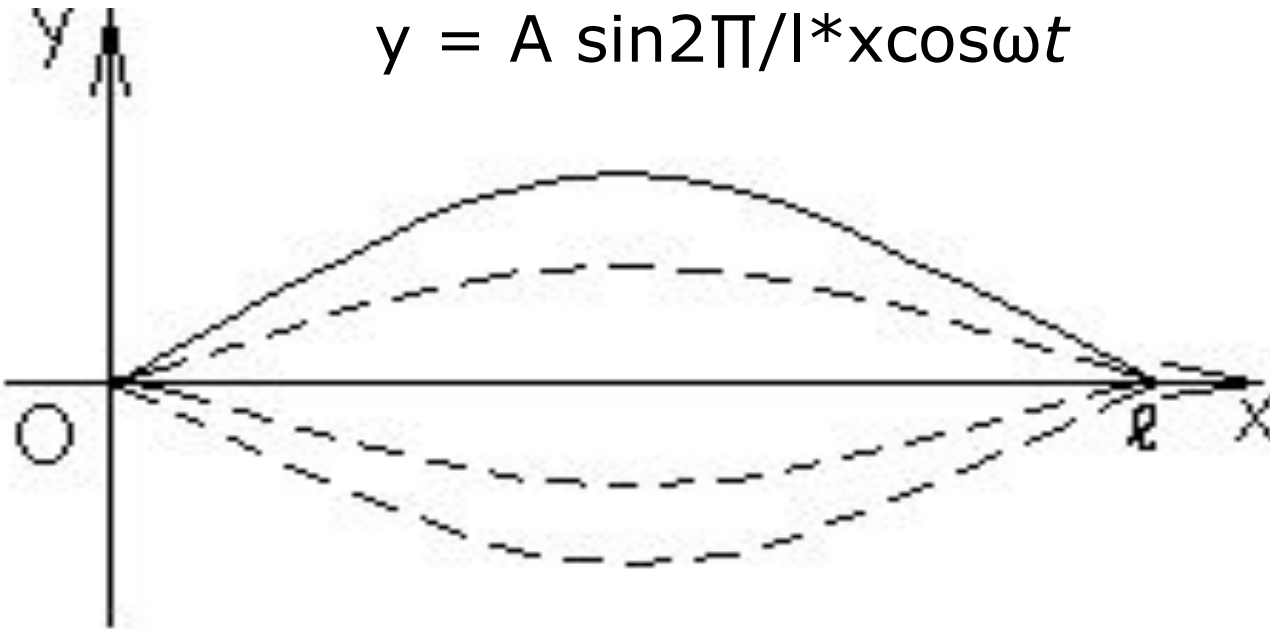
- Струна колеблется:



# Колебания струны.

Если колеблется протяженное тело (струна), то нужно описать колебание каждой точки этого тела, т.е. функция, описывающая отклонение тела, имеет два аргумента: координату точки струны и время. Функция выглядит так:

$$y = A \sin 2\pi/l * x \cos \omega t$$



# Таким образом...

Длина струны	Частота колебаний	Отношение частот	Название
$L_1=1$	$f_1=1$	1	Основа
$L_2=3/4$	$f_2=4/3$	4:3	Кварта
$L_3=2/3$	$f_3=3/2$	3:2	Квинта
$L_4=1/2$	$f_4=2$	2	Октава

Итак, (по Пифагору) если первую струну принять за основу, то у второй струны частота колебаний относится к числу колебаний первой струны как 4:3 – это назвали квартой основного тона; число колебаний третьей струны по отношению к основному тону равно 3:2 – это квинта основного тона; четвертая струна – октава, число колебаний у нее в два раза больше, чем у основы, т.е. зависимость: **ОКТАВА=КВАРТА\*КВИНТА**

$$L_2 : L_3 = L_4 : L_1$$



# ***Темперация.***

- Около 1700 года А. Веркмайстер осуществил гениальное решение: отказался от совершенных и несовершенных консонансов пифагорейской гаммы... Сохранив октаву, он разделил её на 12 равных частей. С введением этого строя в музыке восторжествовала ***темперация*** (от лат. ***соразмерность***).



# Продолжение.

Для построения гаммы используются логарифмы соответствующих частот:  $\log_2 w_0, \log_2 w_1, \dots, \log_2 w_m$ . Октава  $(w_0, 2w_0)$  при этом перейдет в промежуток  $\log_2 w_0$  до  $\log_2 w_0 + 1$ , т.е. в промежуток длиной 1.

Геометрическая прогрессия  $w^0, w^1, \dots, w_m$  будет соответствовать арифметической  $\log_2 w_0, \dots$

Музыкальная шкала разделена на 12 частей.

# РИТМ

- РИТМ – основа музыкального движения, порядок сочетания во времени всех элементов музыкальной речи: мелодии, гармонии и т.д.
- В музыке – тактовый (акцентный) ритм, основанный на чередовании сильных и слабых долей.



# Такт, размер.

- |Во поле бе|рѐза сто|яла|  
|Во поле куд|рявая сто|яла|

Ударный слог –  
сильная доля  
Безударная –  
слабая

Промежуток между сильными долями  
называется тактом

Простые (двух-,  
трѐхдольные)

Сложные (4-, 6-,  
9, 12-дольные)

Смешанные  
(например,  
5-дольные)

Размер такта  
обозначается  
дробью.  
Соответственно

**2/4,**  
 **$\frac{3}{4} = 1/4 + 1/4 + 1/4$**   
За основу берется  
нота длительностью  
1/4

**4/4,**  
 **$\frac{6}{8} = 1/8 + \dots 1/8$**   
За основу берется  
нота длительностью  
1/8

Эти размеры получают  
при сложении простых.  
См. пример.



# Примеры составных размеров.

**Пример 1:**

**Партитура Второго концерта для скрипки С.Прокофьева. В третьей части встречаются размеры:**

$$5/4 = 2/4 + 3/4 \text{ и}$$

$$7/4 = 3/4 + 2/4 + 2/4$$

**Пример 2:**

**Опера «Снегурочка» Н.Римского-Корсакова. Встречается размер:**

$$11/2$$



# Полиритмия, полиметрия

- Полиритмия - в музыке — одновременное сочетание двух или нескольких ритмических рисунков
- Полиметрия - одновременное сочетание 2 или 3 метров, при котором не совпадают метрические акценты в разных голосах. Одна из форм организации полиритмии.
- Пример 3: М.Глинка, опера «Иван Сусанин». (Сцена «Иван Сусанин и поляки», 3 действие): Иван Сусанин поет в размере  $2/4$ , а поляки —  $3/4$ .



# Ритм в математике.

- В математику ритм проникает как синоним слову закономерность. Например, разложим число  $1/81$  в десятичную дробь:

$$1/81=0,01234567912345679\dots, \text{ т.е.}:$$

$1/81=0,0(12345679)$ . Закономерность – периодичность повторения (12345679).

$$1/3=0,(3)$$

$$1/7=0,(142857)$$

Примеры выявления числовых ритмов.



# Выявление МАТЕМАТИЧЕСКИХ РИТМОВ

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

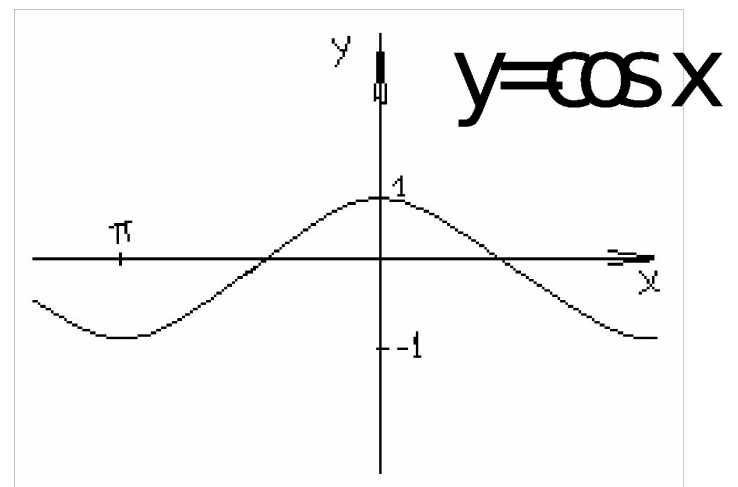
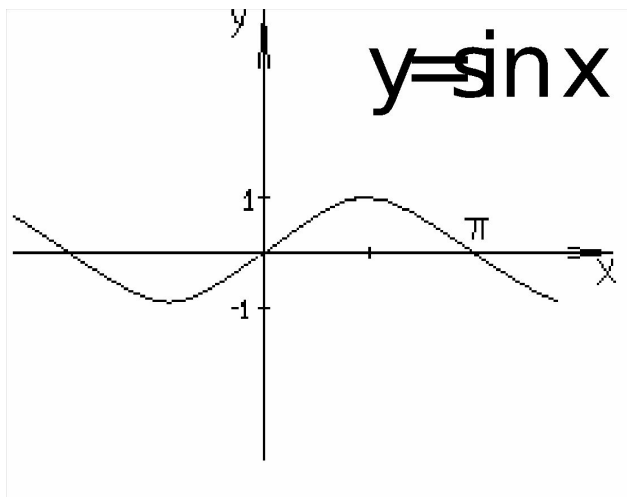
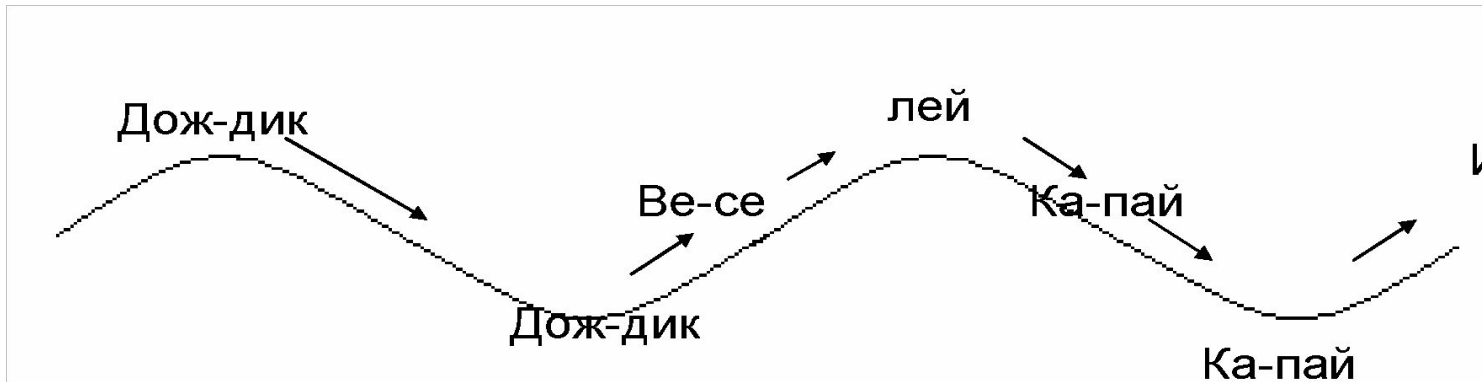
Запишем натуральные числа в виде т.н. Пифагорова Квадрата. Его особенность состоит в том, что у чисел, стоящих в одной строке совпадают первый числа, а у чисел, стоящих в одном столбце – вторые.

# Математические ритмы.

1	2	<b>3</b>	4	5	<b>6</b>	7	8	<b>9</b>	10
11	<b>12</b>	13	14	<b>15</b>	16	17	<b>18</b>	19	20
<b>21</b>	22	23	<b>24</b>	25	26	<b>27</b>	28	29	<b>30</b>
31	32	<b>33</b>	34	35	<b>36</b>	37	38	<b>39</b>	40
41	<b>42</b>	43	44	<b>45</b>	46	47	<b>48</b>	49	50
<b>51</b>	52	53	<b>54</b>	55	56	<b>57</b>	58	59	<b>60</b>
61	62	<b>63</b>	64	65	<b>66</b>	67	68	<b>69</b>	70
71	<b>72</b>	73	74	<b>75</b>	76	77	<b>78</b>	79	80
<b>81</b>	82	83	<b>84</b>	85	86	<b>87</b>	88	89	<b>90</b>
91	92	<b>93</b>	94	95	<b>96</b>	97	98	<b>99</b>	100

Ритм в расположении чисел, равных трём, выглядит так: 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15... Этот ритм соответствует правильному и красивому размеру  $\frac{3}{4}$  в музыке.

# Ритмы в триг. функциях





# Упорядочивание.



# Классификация музыки



## В завершении данной темы...

Итак, строгие математические методы построения музыкальных ладов не только практически без изменения вошли в современную музыку, но и заложили основы учения об этосе каждого лада. В пифагорейской теории музыки был достигнут союз математики и искусства, союз, принесший неоценимую пользу и науке математике, и искусству музыки.

Конечно же, роль математики в искусстве не ограничивается музыкой. Например, очень интересно построить математическую модель игры в теннис. Для просмотра этого раздела Вам необходимо активировать гиперссылку нажатием кнопки:





# Список литературы.

- А.Г. Гейн, А.О. Касымов «Математика и музыка»
- Статья В.В. Липилиной из «Вестника ОмГУ» за 02. 2002г.
- А. И. Волошинов «Пифагор»
- Математика и музыка: Методические указания для руководителей кружков НПОУ «Поиск»/Сост. И. А.Круглова; Под ред. В.Н. Сергеева. Омск: Омск. Ун-т, 1991, 90 с.
- Садовский Л.Е., Садовский А.Л. Математика и спорт. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1985. – 192 с. – (Библиотечка «Квант». Вып. 44).
- Ресурсы Интернета.