Движение планет. Искусственные спутники.

Составила учитель физики МБОУ СОШ №28

Борисова Анастасия Евгеньевна

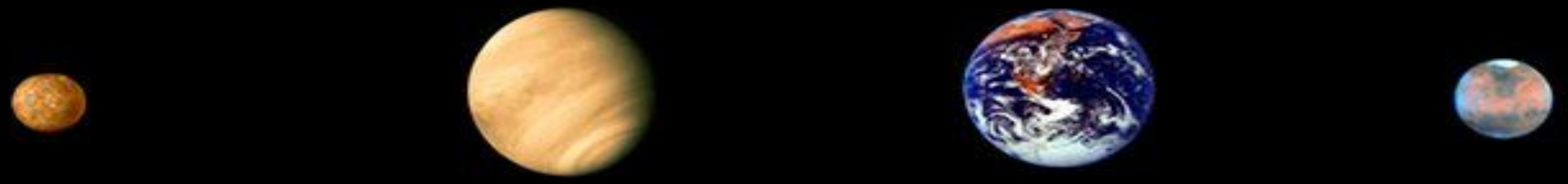
Движение планет Солнечной системы удобно рассматривать в СО, связанной с Солнцем (в гелиоцентрической СО)

Начало этой СО совпадает с центром Солнца, а координатные оси направлены на удаленные звезды. В этой СО наша планета движется вокруг Солнца. Кроме Земли, вокруг Солнца движется еще ряд планет : Меркурий, Венера, Марс, Сатурн, Юпитер, Уран и Нептун.

Ближайшие к Земле планеты – Меркурий, Венера и Марс-называют планетами земной группы.

Планеты земной группы

или земного типа



Траектории движения планет Солнечной системы представляют собой эллипсы. Однако при приблизительных расчетах можно считать, что все планеты движутся равномерно по окружностям, центром которых является центр Солнца.

Гелиоцентрическую СО с высокой степенью точности можно считать инерциальной. Поэтому в ней применимы законы Ньютона.

Вокруг некоторых планет Солнечной системы движутся их естественные спутники (подобно тому, как сами планеты движутся вокруг Солнца).

Самым известным примером такого спутника является Луна – это естественный спутник Земли.

Движение спутника удобно рассматривать в СО, начало которой совпадает с центром планеты, а оси направлены на удаленные звезды.

Луна в такой СО, начало которой совпадает с центром Земли, движется по эллиптической орбите. Можно считать, что в этой СО Луна движется равномерно по окружности, в центре которой расположена Земля. Поэтому, движение Луны в СО, связанной с Землей, подобно движению любой из планет Солнечной системы в гелиоцентрической СО. Эту СО для решения рассмотренных здесь задач также можно считать инерциальной.

Рассмотрим несколько задач.

Задача №1. Определите модуль скорости движения Луны относительно Земли, а также период T ее обращения вокруг Земли.

Решение:

1. Земля, Луна – материальные точки. Луна движется равномерно по окружности радиусом $R_л=60R_з$, в центе которой находится Земля.

2. ИСО свяжем с Землей и удаленными звездами. За положительное направление оси X выберем направление от Луны к Земле.

3. Изображаем силу на рисунке, кот действует на Луну и силу гравитационного притяжения со стороны Земли. В учебнике стр.116 рисунок 80.

---

4. Проекция силы F на ось X положительна: Fx=F

5. Пишем второй з-н Ньютона в проекции на ось X для Луны имеет вид F=Мл*a, где Мл- масса Луны, a- проекция на ось X центростремительного ускорения Луны.

6.Модуль силы равен:F=G* Мл*Мз/R^2

Мз- масса Земли, Мл – масса Луны, R- расстояние от Земли до Луны.

7. Луна движется равномерно по окружности с постоянной по модулю скоростью. Поэтому модуль ускорения Луны равен модулю ее центростремительного ускорения: a=v^2/R

8. С учетом всего запишем второй з-н Ньютона для равномерно движущейся по окружности Луны и закон Всемирного тяготения:

F=mл* v^2/R (1)

F=G*mл*Mз/R^2 (2)

9. (1) подставим в (2):

mл* v^2/R =G*mл*Mз/R^2

v= $\sqrt{\frac{G*Mз}{R}}$ (3)

За время Т полного оборота Луны вокруг Земли она проходит путь s, равный длине окружности радиусом R. Следовательно s=2πR

Так как Луна движется равномерно, то период Т равен:

$$T= \frac{s}{v}=\frac{2\pi * R}{\sqrt{\frac{G*M_з}{R}}}=2\pi\sqrt{\frac{R^3}{G*M_з}} \quad (4)$$

Ответ: v=$\sqrt{}$$((G*M_з)/R)$, Т=2π$\sqrt{}$$(R^3/(G*M_з))$

Проведем анализ полученного ответа. Из (3) и (4) мы видим, что ни модуль скорости v, ни период обращения Луны Т не зависят от ее массы. Модуль скорости Луны и период зависят только от гравитационной постоянной, массы Земли и радиуса орбиты.

Значит, если бы вместо Луны по ее орбите под действием гравитационного притяжения Земли двигался др объект, то модуль его скорости и период его обращения были бы такими же, как у Луны.

При движении любого объекта по окружности радиусом *R* вокруг Земли под действием силы гравитационного притяжения со стороны Земли модуль скорости этого объекта и период его обращения равны:

$$v=\sqrt{(G*M_з)/R},$$

$$T=2\pi\sqrt{(R^3/(G*M_з))}$$

Мы видим, что чем больше радиус окружности , по которой движется тело вокруг Земли, тем меньше модуль его скорости. Период обращения с увеличением расстояния до центра земли увеличивается.

Рассмотрим движение планеты вокруг Солнца (рис. 81 на стр. 117) Обозначим планеты – m, а массу Солнца –M. Пусть радиус окружности, по которой движется планета в СО, связанной с Солнцем, равен $\boldsymbol{R}$. Найдем модуль скорости движения этой планеты и ее период.

Решение этой задачи будет похоже на решение предыдущей задачи (если вы сравните рисунки (80 и 81) вы это увидите.

Только теперь во втором законе вместо массы Луны будет стоять масса планеты m. В свою очередь, в законе всемирного тяготения будет стоять произведение масс Солнца и планеты: F=m*$\frac{v^2}{R}$, $\mathbf{F} = \frac{GmM}{R^2}$

- Решение приводит к формулам, аналогичным выражениям (3) и (4)

$$v=\sqrt{\frac{GM}{R}}, \qquad T=2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM}}$$

При движении тела по окружности вокруг тела массой M под действием только силы гравитационного притяжения с его стороны модуль скорости движущегося тела и период его обращения T определяются радиусом R этой окружности и массой M тела.

Задача 2.

Известно, что модуль скорости движения Земли вокруг Солнца $v=30$ км/с, а период ее обращения $T=1$ год. Оцените среднее расстояние от Земли до Солнца.

Решение : если считать, что Земля движется по окружности радиусом $\boldsymbol{R}$, то за период она проходит путь S, равный длине этой окружности: s=2π*R.

Поэтому v=s/T=2π*R/T

$$R=\frac{vT}{2\pi}=\frac{30*10^3*365*24*60*60}{2*3,14}=1,5*10^{11}\ (\text{м}),$$

Т к в году 365 дней по 24 часа, в каждом часе 60 минут по 60 секунд.

Расстояние которое мы рассчитали от Земли до Солнца имеет специальное название – астрономическая единица (1а.е.=1,5*10^11м).

Задача№3. Зная, что среднее расстояние от Земли до Солнца равно 1а.е., а модуль скорости движения Земли по орбите v=30 км/с, оцените массу Солнца.

- v=√(*GM*/*R*), *R*=1а.е.=15*10^11м, G=6,67*10^-11

$$M=\frac{v^2 * R}{G}=\frac{\left(30*10^3\right)^2 * 1{,}5*10^{11}}{6{,}67*10^{-11}}=2*10\text{^}30 \text{ кг}$$

Рассмотрим движение брошенного с высокой горы камня. Пусть камень брошен параллельно поверхности Земли. Под действием силы тяжести он пишет кривую траекторию и упадет на Землю. Чем больше будет начальная скорость камня, тем дальше он упадет от места броска. Если бы не было сопротивления воздуха, то можно было бы бросить камень с такой скоростью, что он никогда бы не достиг поверхности Земли. Тогда камень двигался бы вокруг Земли подобно Луне, став спутником нашей планеты.

Было установлено, что существует минимальная скорость, которую необходимо сообщить любому брошенному с поверхности Земли телу, чтобы оно стало двигаться по орбите вокруг Земли. Эта скорость получила специальное название первая космическая скорость и обозначение: v1.

Первая космическая скорость для Земли – модуль минимальной скорости, которую надо сообщить телу, чтобы оно двигалось вокруг Земли по круговой орбите вблизи ее поверхности только под действием силы гравитационного притяжения Земли.

- Для расчета модуля v1 можно воспользоваться формулой (3), которая определяет для любого объекта скорость его движения вокруг Земли.

Учитывая, что модуль ускорения свободного падения вблизи поверхности Земли $g=\frac{G*M}{R^2}$=9,8

v1=$\sqrt{\frac{G*M}{R}}$= $\sqrt{\frac{G*M}{R^2}}$*R = $\sqrt{g * R}$=

$\sqrt{9,8 * 6400000}$=7,9 км/с

Расчет первой космической скорости у поверхности Земли

$$v_I = \sqrt{gR}$$

$$v_I = \sqrt{9{,}8\,\frac{м}{с^2} * 6{,}4 * 10^6\,м} = 7900\,\frac{м}{с} = 7{,}9\,\frac{км}{с}$$

Космические скорости

Первая и вторая космические скорости

$$v_1 = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

$$v_2 = v_1\sqrt{2}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

7,9 км/с.

11,2 км/с

Чем больше масса и чем меньше радиус небесного тела, тем больше его космические скорости

Вторая космическая скорость

Вторая космическая скорость – минимальная скорость, которую надо сообщить телу у поверхности Земли (или небесного тела) для того, чтобы оно преодолело гравитационное притяжение Земли (или небесного тела).

$$v_{II} = \sqrt{2gR}$$

$$\mathbf{V_{II} = 11{,}2\ км/с}$$

Третья космическая скорость

Минимальная скорость, которую надо сообщить телу у поверхности Земли для того, чтобы оно преодолело гравитационное притяжение Солнца.

$$v_{III} = 16{,}7\,\frac{км}{с}$$

Решение Задач.

1. Во сколько раз первая космическая скорость для Земли больше, чем для Марса? Радиус планеты Марс составляет 0,53 радиуса Земли, а его масса — 0,11 массы Земли

Дано:	Решение:
$r = 0{,}53R$ $m = 0{,}11M$	$\upsilon_1 = \sqrt{\dfrac{GM}{R}}$
$\dfrac{\upsilon_{\text{I3}}}{\upsilon_{\text{IM}}}$ — ?	$\dfrac{\upsilon_{\text{I3}}}{\upsilon_{\text{IM}}} = \dfrac{\sqrt{\dfrac{GM}{R}}}{\sqrt{\dfrac{G \cdot 0{,}11M}{0{,}53R}}} = \sqrt{\dfrac{0{,}53}{0{,}11}} = 2{,}2$ Ответ: υ_{I3} в 2,2 раза больше υ_{IM}.

2. Первый искусственный спутник Земли, запущенный в СССР 4 октября 1957 года, двигался на высоте 950 км над поверхностью Земли. Вычислите скорость этого спутника.

Дано:	СИ	Решение:
$h = 950$ км	$0{,}95 \cdot 10^6$ м	$v = \sqrt{\dfrac{GM_з}{R_з + h}}$
$R = 6400$ км	$6{,}4 \cdot 10^6$ м	$v = \sqrt{\dfrac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{(0{,}95 + 6{,}4) \cdot 10^6}} \approx 7{,}3 \cdot 10^3$ (м/с) $=$
$M_з = 6 \cdot 10^{24}$ кг		$= 7{,}3$ (км/с)
$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \dfrac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$		*Ответ:* 7,3 км/с
$v - ?$		

3. Скорость обращения Земли вокруг Солнца 30 км/с, радиус земной орбиты 1,5•10^11 м. По этим данным определите массу Солнца.

Дано:

$v = 30$ км/с $= 30000$ м/с $= 3 \cdot 10^4$ м/с,
$R = 1{,}5 \cdot 10^{11}$ м;
$G = 6{,}67 \cdot 10^{\ 11}$ Н · м²/кг²,

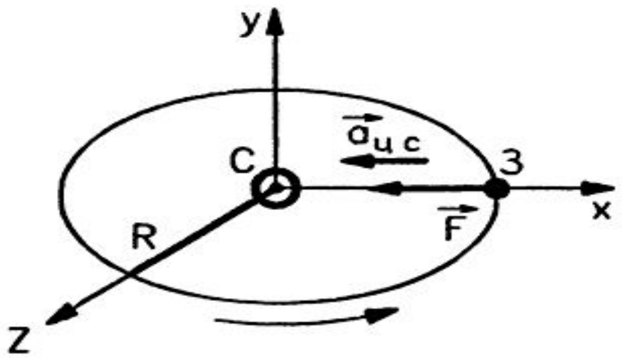
Найти:

M_c — ?

Решение:

Данное движение рассматривается в трехмерной системе координат xyz.

Начало координат совместим с центром Солнца, ось x направим по радиусу земной орбиты. Сила взаимодействия Земли и Солнца направлена к центру окружности по радиусу. Это и есть сила всемирного тяготения между телами.



Согласно второму закону Ньютона: $\vec{F} = m\vec{a}_{цс}$.

В проекции на ось x: $-F = -ma_{цс}$ или $F = ma_{цс}$

Так как $F = G\dfrac{M_c \cdot M_з}{R^2}$, $a_{цс} = \dfrac{v^2}{R}$, то $G\dfrac{M_c \cdot M_з}{R^2} = \dfrac{M_з \cdot v^2}{R}$, где

M_c — масса Солнца, $M_з$ — масса Земли.

Следовательно, масса Солнца:

$$M_c = \frac{v^2 \cdot R}{G}; \quad M_c = \left[\frac{м^2 \cdot м \cdot кг^2}{с^2 \cdot Н \cdot м^2} = \frac{м \cdot кг^2 \cdot с^2}{кг \quad м \cdot с^2} = кг\right].$$

Вычислим:

$$M_c = \frac{(3 \cdot 10^4)^2 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{11}}{6{,}67 \cdot 10^{-11}} = \frac{3^2 \cdot 1{,}5}{6{,}67} \cdot 10^{8+11-(-11)} \approx 2 \cdot 10^{30} \text{ кг}.$$

Ответ: Масса Солнца $\approx 2 \cdot 10^{30}$ кг.

4.Вычислить первую космическую скорость для Луны, принимая радиус Луны 1700 км, а ускорение свободного падения тел на Луне — 1,6 м/с2.

Дано:

$R = 1700$ км $= 1{,}7 \cdot 10^6$ м,

$g = 1{,}6$ м/с^2

Найти:

v_1 — ?

Решение:

Первую космическую скорость для Луны можно определить по формуле:

$$v_I = \sqrt{G\frac{M}{R}}.$$

Но ускорение свободного падения тел на Луне:

$$g = G\frac{M}{R^2}.$$

Тогда преобразуем формулу скорости таким образом: умножим и разделим одновременно на радиус орбиты R.

Получим:

$$v_I = \sqrt{G \cdot \frac{M}{R} \cdot \frac{R}{R}} = \sqrt{G \cdot \frac{M}{R^2} \cdot R}.$$

Откуда $v_I = \sqrt{gR}$; $v_I = \left[\sqrt{\frac{м}{c^2} \cdot м} = \frac{м}{c}\right]$

$$v_I = \sqrt{1{,}6 \cdot 1{,}7 \cdot 10^6} \approx 1{,}65 \cdot 10^3 \text{ м/с} = 1{,}65 \text{ км/с}$$

Ответ: $v_1 \approx 1{,}65$ км/с.

5.Какую скорость должен иметь искусственный спутник, чтобы обращаться по круговой орбите на высоте 900 км над поверхностью Земли? Каков период его обращения?

Дано:

$h = 900$ км $= 9 \cdot 10^5$ м $= 0{,}9 \cdot 10^6$ м;
$M_з = 6 \cdot 10^{24}$ кг;
$R_з = 6400$ км $= 6{,}4 \cdot 10^6$ км;
$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Н $\cdot$ м^2/кг^2

Найти:

v — ?
T — ?

Решение:

На спутник действует сила притяжения Земли, под действием которой он обращается по круговой орбите с центростремительным ускорением. Векторы силы и ускорения направлены к центру окружности по радиусу. Спутник находится на высоте h над Землей, поэтому радиус орбиты можно определить как $R = R_з + h$.

Согласно второму закону Ньютона

$F = ma_{цс}$, где $a_{цс} = \frac{v^2}{R}$.

По закону всемирного тяготения: $F = G\frac{M_з \cdot m}{(R_з + h)^2}$.

Следовательно, $G\frac{M_з \cdot m}{(R_з + h)^2} = \frac{mv^2}{R_з + h}$.

Отсюда:

$$v = \sqrt{G\frac{M_з}{R_з + h}};\ v = \left[\sqrt{\frac{кг \cdot м \cdot м^2 \cdot кг}{с^2 \cdot кг^2 \cdot (м + м)}} = \sqrt{\frac{м^2}{с^2}} = \frac{м}{с}\right]$$

$$v = \sqrt{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24}}{6{,}4 \cdot 10^6 + 0{,}9 \cdot 10^6}} = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 6}{7{,}3} \cdot 10^7} \approx$$

$$\approx \sqrt{54{,}8 \cdot 10^6} \approx 7{,}4 \cdot 10^3 \text{ м/с}.$$

Период обращения спутника (время одного полного оборота)

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi\,(R_з + h)}{v}$$

$$T = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot (6{,}4 \cdot 10^6 + 0{,}9 \cdot 10^6)}{7{,}4 \cdot 10^3} \approx 6{,}195 \cdot 10^3 \text{ с} = 6195 \text{ с} \approx 103 \text{ мин} \approx 1{,}72 \text{ ч}.$$

Ответ: $v \approx 7{,}4$ км/с; $T = 103$ мин $\approx 1{,}72$ ч.

6. На какой высоте над поверхностью Земли был запущен искусственный спутник, если он движется со скоростью 7,1 км/с?

Дано:

$v = 7{,}1$ км/с $= 7{,}1 \cdot 10^3$ м/с;

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Н $\cdot$ м^2/кг^2;

$M_з = 6 \cdot 10^{24}$ кг;

$R_з = 6400$ км $= 6{,}4 \cdot 10^6$ м

Найти:

h — ?

Решение:

Скорость движения спутника называют первой космической скоростью, которая вычисляется по формуле:

$$v = \sqrt{G\frac{M_з}{R_з + h}}.$$

Выразим из этой формулы высоту над поверхностью Земли h:

$$v^2 = G\frac{M_з}{R_з + h} \Rightarrow R_з + h = \frac{GM_з}{v^2}.$$

Отсюда:

$$h = \frac{GM_з}{v^2} - R_з;\ h = \left[\frac{Н \cdot м^2 \cdot кг}{кг^2 \cdot м^2/с^2} - м = \frac{кг \cdot м \cdot с^2}{с^2 \cdot кг} - м = м\right]$$

$$h = \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{7{,}1^2 \cdot 10^6} \approx 1{,}5 \cdot 10^6 \text{ м} = 1500 \text{ км}.$$

Ответ: $h \approx 1500$ км.

7. чему равна первая космическая скорость на планете сатурн. Масса $5{,}69*10^{26}$кг,средний радиус сатурна $6{,}04*10^{7}$м?

$$v=\sqrt{\frac{GM}{R}}=\sqrt{\frac{6,67\cdot 10^{-11}\cdot 5,69\cdot 10^{26}}{6,04\cdot 10^{7}}}=\sqrt{\frac{39,95\cdot 10^{15}}{6,04\cdot 10^{7}}}=\sqrt{\frac{39,95\cdot 10^{8}}{6,04}}\approx 25067\,\frac{м}{с}$$

Ответ: $v\approx 25067\,\frac{м}{с}\approx 25,06\,\frac{км}{с}$

8. Вычислите ускорение

свободного падения и первую космическую скорость у поверхности Луны.

Ускорение свободного падения у поверхности Луны находим по формуле $g = G\dfrac{M}{R^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\dfrac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{кг}^2} \cdot \dfrac{7{,}3 \cdot 10^{22}\,\text{кг}}{(1{,}74 \cdot 10^6\,\text{м})^2} = 1{,}61\ \text{м/с}^2$.

Первая космическая скорость на Луне равна $\upsilon = \sqrt{\dfrac{GM}{R}} = \sqrt{gR} =$

$$\upsilon = \sqrt{\frac{GM}{R}} = \sqrt{gR} = \sqrt{1{,}61\,\text{м/с}^2 \cdot 1{,}74 \cdot 10^6\,\text{м}} \approx 1{,}67 \cdot 10^3\ \text{м/с} \approx 1{,}7\,\text{км/с}.$$

9. Планета Марс имеет два спутника — Фобос и Деймос. Первый находится на расстоянии 9500 км от центра Марса, второй — на расстоянии 24 000 км. Определите периоды обращения этих спутников вокруг Марса.

$R_1 = 9500$ км $=$
$= 9{,}5 \cdot 10^6$ м
$R_2 = 24\,000$ км $=$
$= 24 \cdot 10^6$ м
$M_м = 6{,}4 \cdot 10^{23}$ кг

T_1 — ?; T_2 — ?

По закону всемирного тяготения сила взаимодействия спутников и Марса равна

$$F_т = G\frac{mM}{R^2} \quad (1).$$

Период обращения можно найти по формуле

$$F_{ц.с} = \frac{mv^2}{R} \ (2).$$

$$\frac{mv^2}{R} = G\frac{mM}{R^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{R}}.$$

Период обращения можно найти по формуле

$$T = \frac{2\pi R}{v}.$$

$$T = \frac{2\pi R}{\sqrt{\frac{GM}{R}}} = 2\pi R\sqrt{\frac{R}{GM}};\ T_1 = 2\pi R_1\sqrt{\frac{R_1}{GM}};\ T_2 = 2\pi R_2\sqrt{\frac{R_2}{GM}};$$

$$T_1 = 2\cdot 3{,}14\cdot 9{,}5\cdot 10^6\,\text{м}\sqrt{\frac{9{,}5\cdot 10^6\,\text{м}}{6{,}67\cdot 10^{-11}\,\text{Нм}^2/\text{кг}^2\cdot 6{,}4\cdot 10^{23}\,\text{кг}}} = 28144{,}4\ \text{с} \approx$$

$$\approx 31{,}2\ \text{ч.}$$

$$T_2 = 2\cdot 3{,}14\cdot 24\cdot 10^6\,\text{м}\sqrt{\frac{24\cdot 10^6\,\text{м}}{6{,}67\cdot 10^{-11}\,\text{Нм}^2/\text{кг}^2\cdot 6{,}4\cdot 10^{23}\,\text{кг}}} = 113011{,}7\ \text{с} \approx$$

$$\approx 7{,}81\ \text{ч.}$$