Предмет: геометрия (7 класс)

Тема: Признаки равенства треугольников

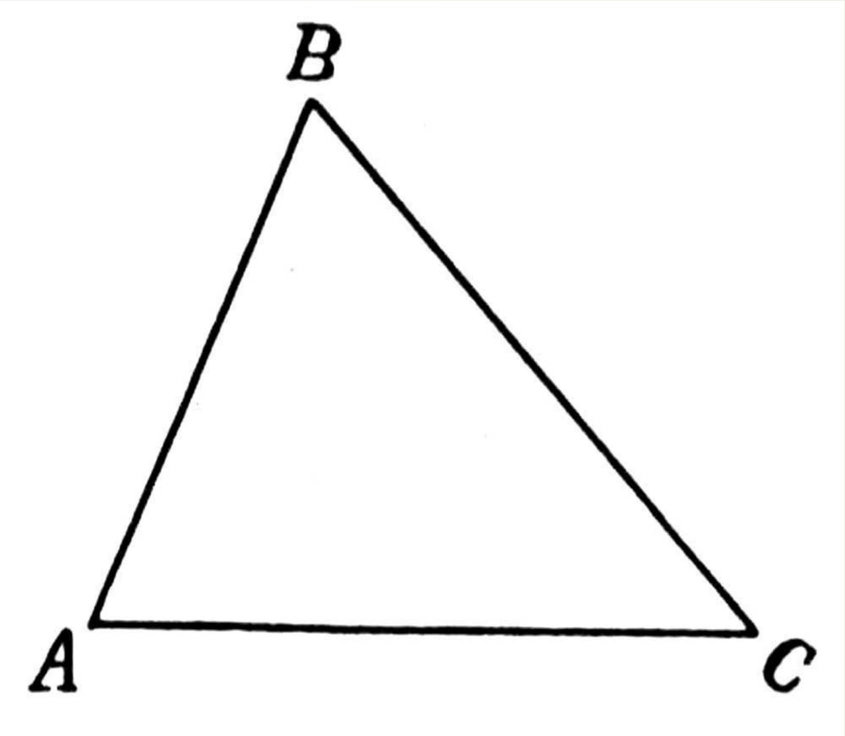
Подготовила материал:
Учитель по математике, МБОУ СШ № 30 города Дзержинск:
Кобякова Анна Викторовна

Введение: Понятие «Треугольник»

Фигура «Треугольник» в геометрии является одной из самых простых и важных фигур. В большинстве случаев ей дают следующее определение: **Треуго́льник (в евклидовом пространстве) — геометрическая фигура, образованная тремя отрезками, которые соединяют три точки, не лежащие на одной прямой. Указанные три точки называются вершинами треугольника, а отрезки — сторонами треугольника**.

В нашем случае <u>вершинами выступают</u>: **A,B,C**

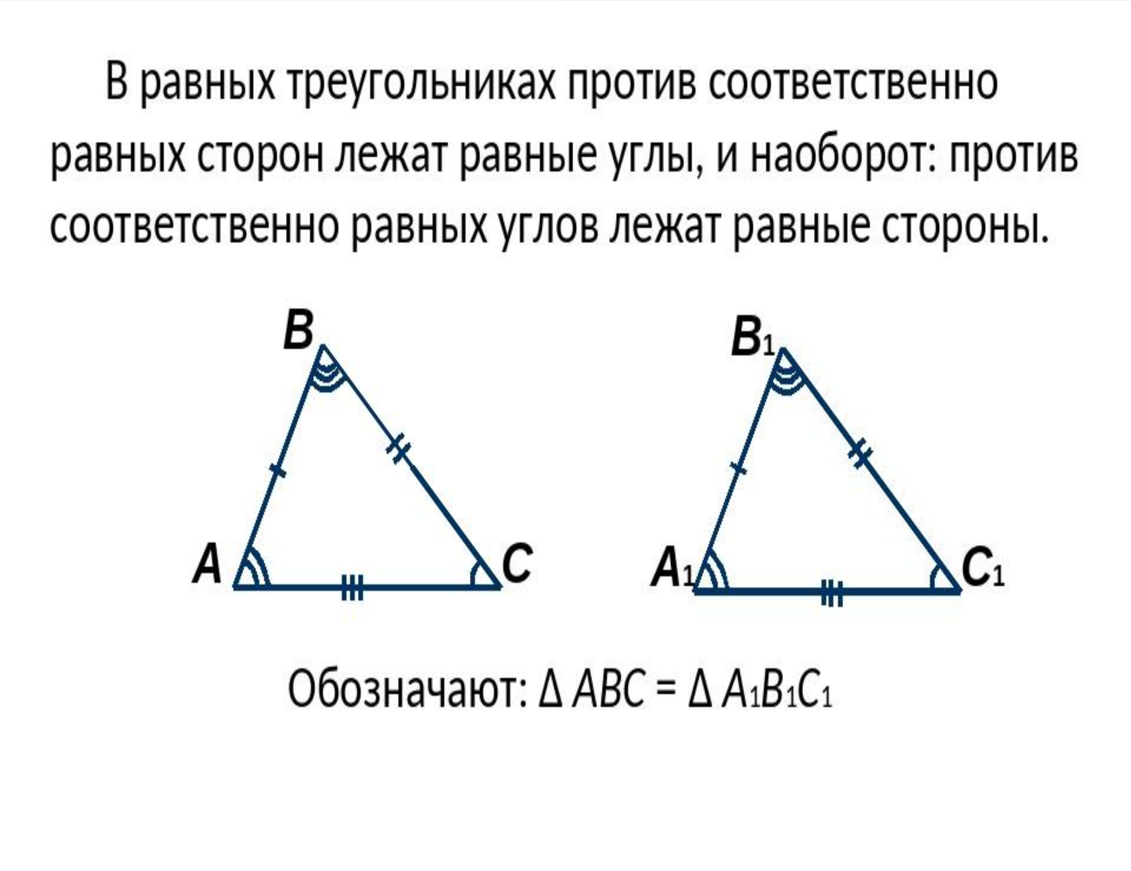
А <u>отрезками:</u> **AB, AC, BC**



Введение: Понятие «равенства треугольников»

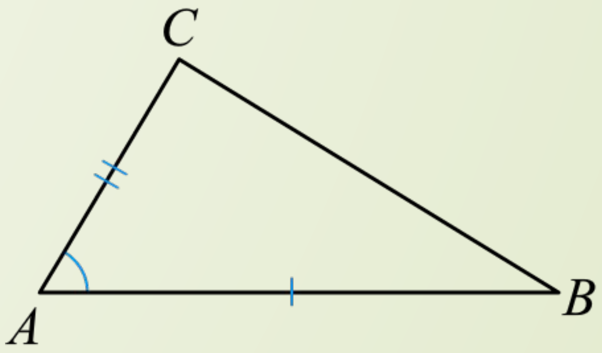
Напомним что две фигуры, в частности два треугольника, называются равными если их можно совместить, наложив друг на друга. В данном случае на картинке мы видим два равных треугольника **ABC** и **A1B1C1**

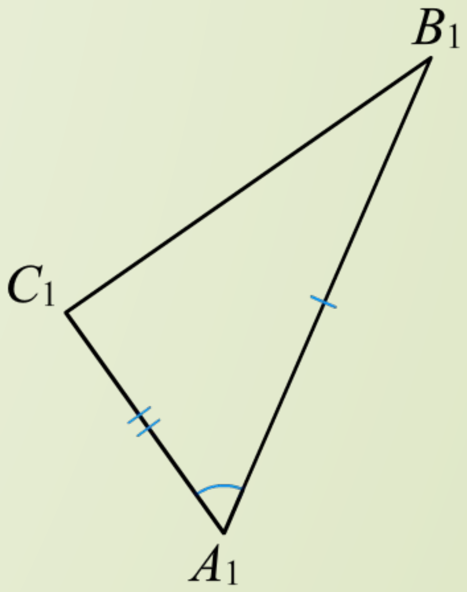
<u>*Таким образом, если треугольники равны, то их элементы (т.е. углы и стороны) одного треугольника соответственно равны углам и сторонам другого треугольника*</u>.



Первый признак равенства треугольников

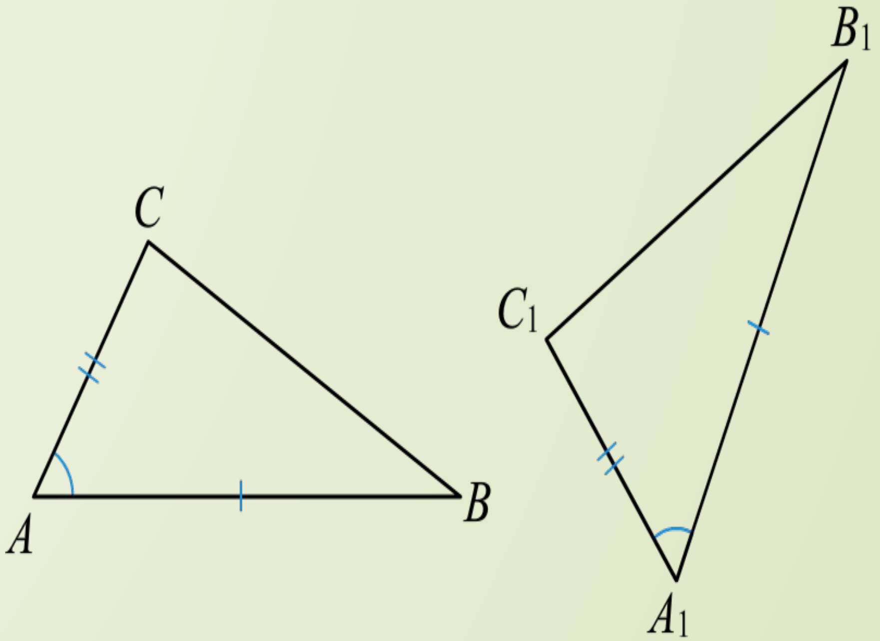
- **Теорема:(Первый признак равенства треугольников — по двум сторонам и углу между ними) Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны.**



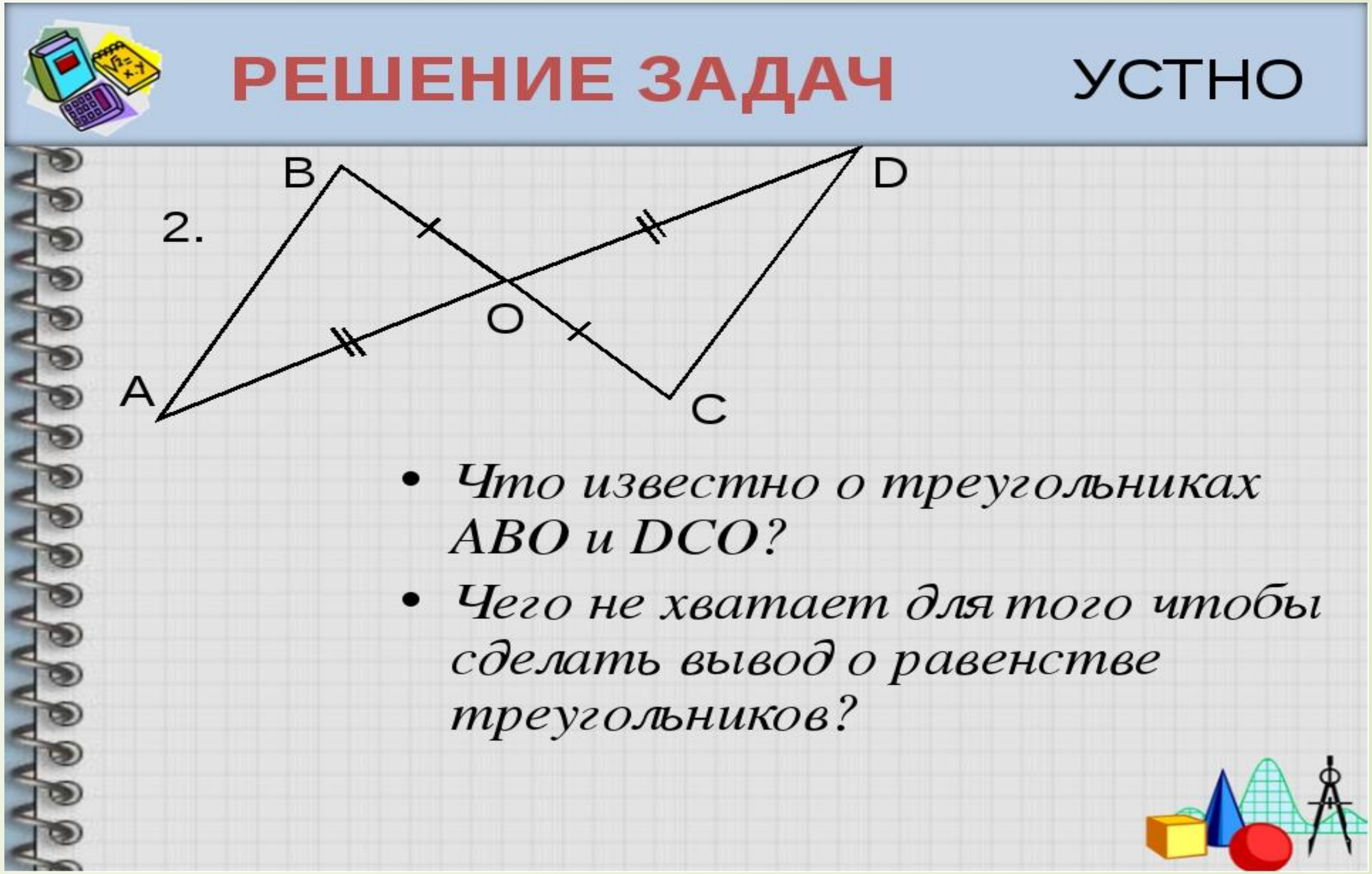


Первый признак равенства треугольников(доказательство)

- Дано: ΔABC, ΔA1B1C1, AB=A1B1, AC=A1C1, ∠A=∠A1.
- Доказать:ΔABC= ΔA1B1C1
- Доказательство:Так как ∠A=∠A1, то можно треугольник A1B1C1 наложить на треугольник ABC так, чтобы точка A1 совместилась с точкой A, луч A1C1 наложился на луч AC, луч A1B1 — на луч AB. Так как AB=A1B1, то при таком наложении сторона A1B1 совместится со стороной AB, а значит, точка B1 совместится с точкой B. Аналогично, сторона A1C1 совместится со стороной AC, а точка C1 — с точкой C. Следовательно, сторона B1C1 совместится со стороной BC. Значит, при наложении треугольники полностью совместятся, поэтому ΔABC= ΔA1B1C1 (по определению).



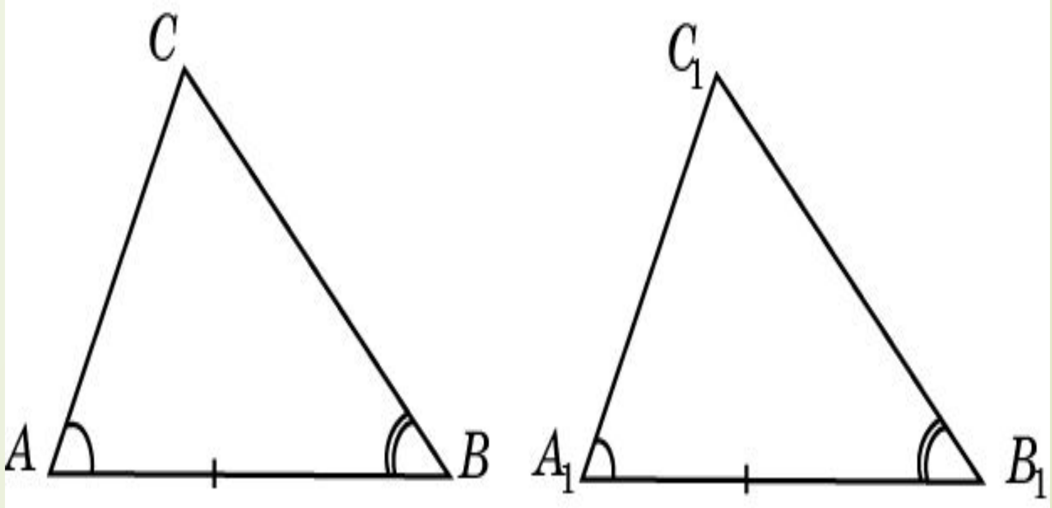
Первый признак равенства треугольников (Задача)



Второй признак равенства треугольников

- **Теорема** (Второй признак равенства треугольников — по стороне и двум прилежащим к ней углам)

Если сторона и прилежащие к ней углы одного треугольника соответственно равны стороне и прилежащим к ней углам другого треугольника то такие треугольники равны.



Второй признак равенства треугольников (доказательство)

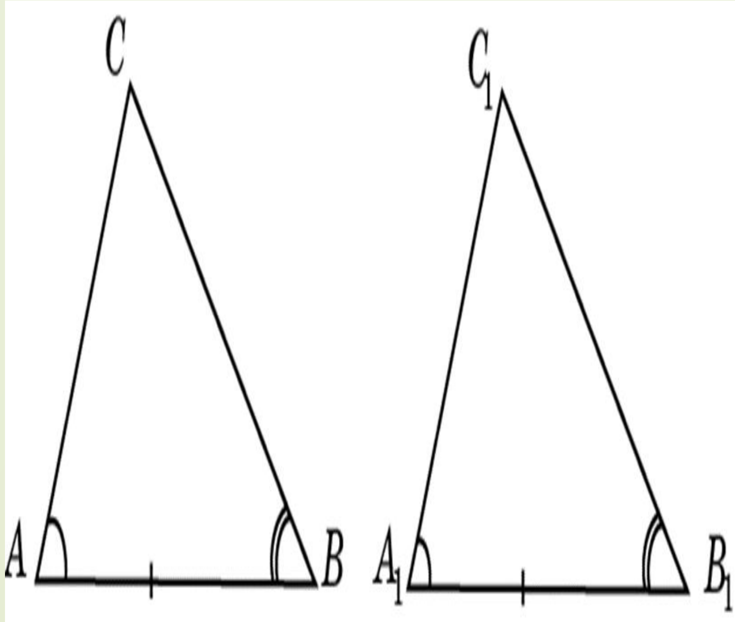
- **Дано: ΔABC, ΔA1B1C1,AB=A1B1, ∠A=∠A1, ∠B=∠B1.**

<u>Доказать:ΔABC= ΔA1B1C1</u>

Доказательство:

Так как AB=A1B1, то треугольник A1B1C1 можно наложить на треугольник ABC так, чтобы:1)сторона A1B1 совместилась со стороной AB,2)точки C1 и C лежали по одну сторону от прямой AB.

Поскольку ∠A=∠A1, сторона A1C1 при этом наложится на луч AC.Так как ∠B=∠B1, сторона B1C1 наложится на сторону BC. Точка C1 принадлежит как стороне A1C1, так и стороне B1C1, поэтому C1 лежит и на луче AC, и на луче CB. Лучи AC и CB пересекаются в точке C. Следовательно, точка C1 совместится с точкой C. Значит, сторона A1C1 совместится со стороной AC, а сторона B1C1 — со стороной BC. Таким образом, при наложении треугольники ABC и A1B1C1 полностью совместятся. А это означает, что ΔABC= ΔA1B1C1 (по определению).



Второй признак равенства треугольников (задаача)

Самостоятельная работа

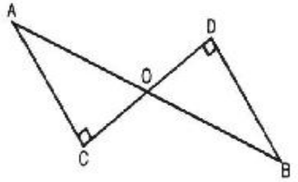


Рис. 2.106

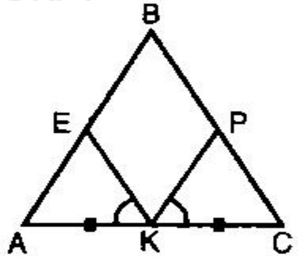
Вариант I

Рис. 2.106.

Дано: CO= OD, < *C= 90°*, <D= *90°*. Доказать: O — *середина AB.*

2. Рис. 2.107.

Дано: AB = BC, AK= KC, <AKE= < PKC. Доказать: ΔAKE= Δ CKP.



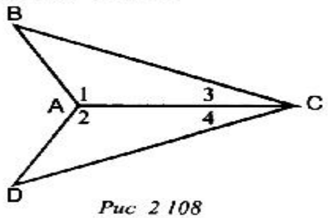


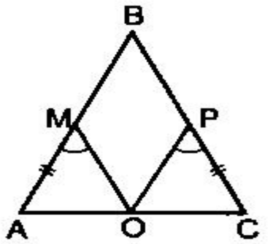
Рис 2.108

Вариант II

1. Рис. 2.108.

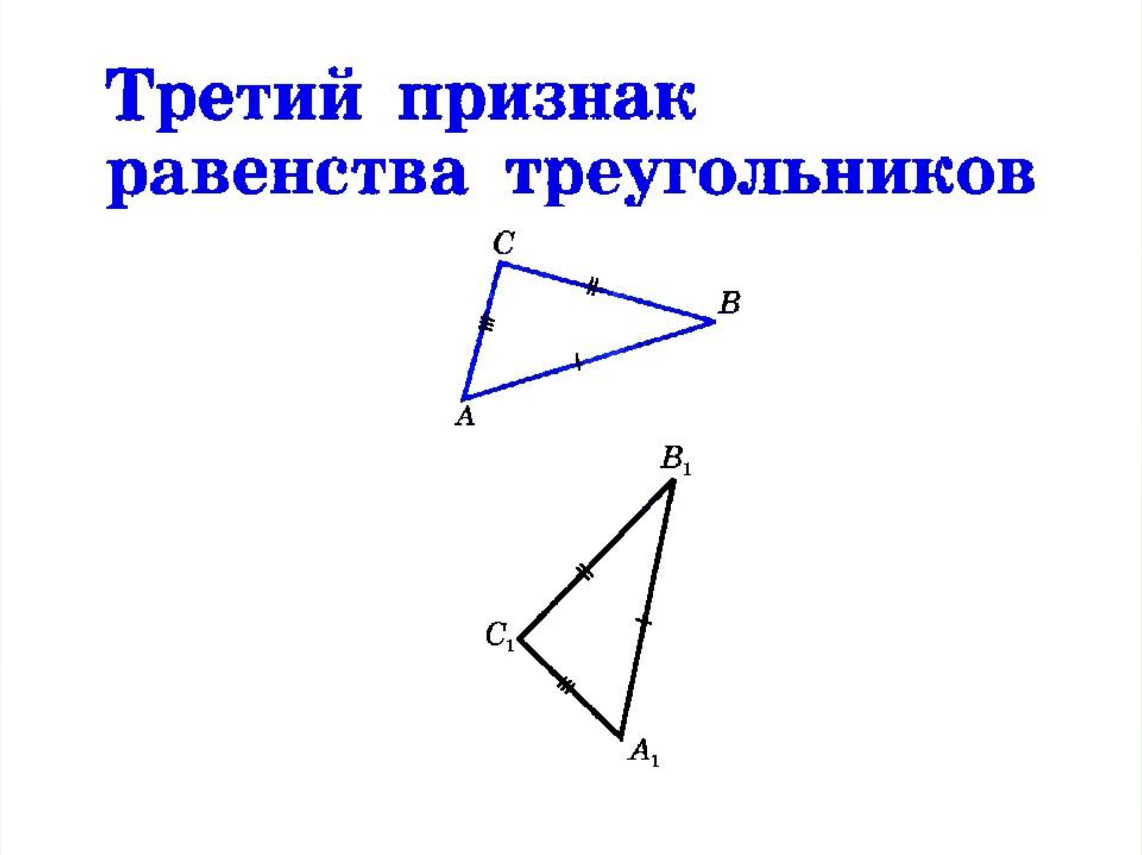
Дано: <1 = < 2, < 3 = < 4. *Доказать: AB = AD.*

2.Рис. 2.109. Дано: AB= BC, MA = PC, < AMO= < OPC. Доказать: ΔAMO = ΔOPC.



Третий признак равенства треугольников

- **Теорема**(Третий признак равенства треугольников — по трём сторонам)
- **Если три стороны одного треугольника соответственно равны трём сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.**



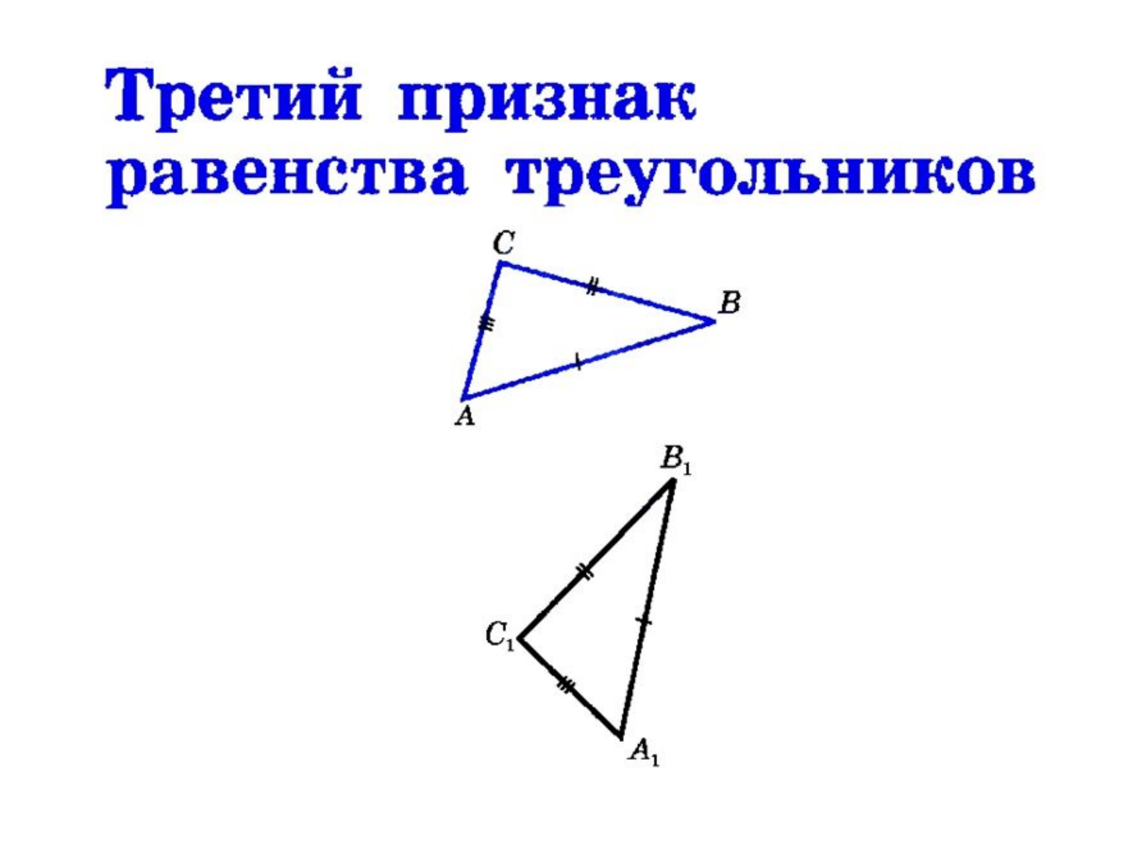
Третий признак равенства треугольников (доказательство)

Дано:ΔABC,$\Delta A_1B_1C_1$,$AB=A_1B_1$, $AC=A_1C_1$, $BC=B_1C_1$.

Доказать:$\Delta ABC= \Delta A_1B_1C_1$

- **Доказательство:**Приложим треугольник $A_1B_1C_1$ к треугольнику ABC так, чтобы:
- вершина A_1 совместилась с вершиной A,
- вершина B_1 совместилась с вершиной B,
- точки C_1 и C лежали по разные стороны от прямой AB.

При этом возможны три случая взаимного расположения луча CC_1 и угла ACB.



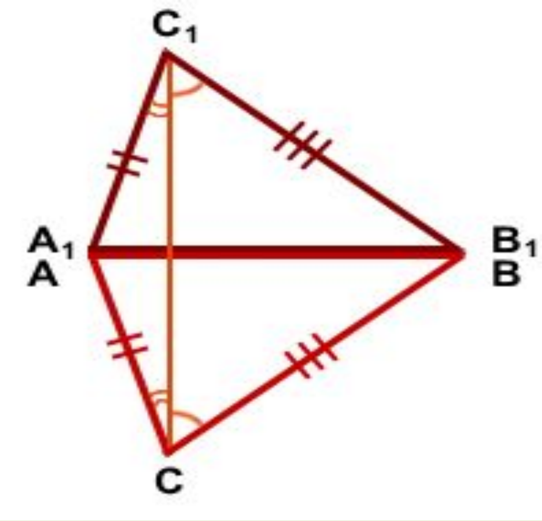
Третий признак равенства треугольников (доказательство)

I. Луч СС1 проходит внутри угла АСВ.
Проведём отрезок СС1.
По условию АС=А1С1 и ВС=В1С1, поэтому треугольники АСС1 и ВСС1 — равнобедренные с основанием СС1.
По свойству равнобедренного треугольника, ∠АСС1=∠АС1С и ∠ВСС1=∠ВС1С.
Если к равным углам прибывать равные углы, то получим равные углы:

$$\begin{array}{ccccc} \angle ACB & = & \angle ACC_1 & + & \angle BCC_1 \\ \shortparallel & & \shortparallel & & \shortparallel \\ \angle AC_1B & = & \angle AC_1C & + & \angle BC_1C \end{array}$$

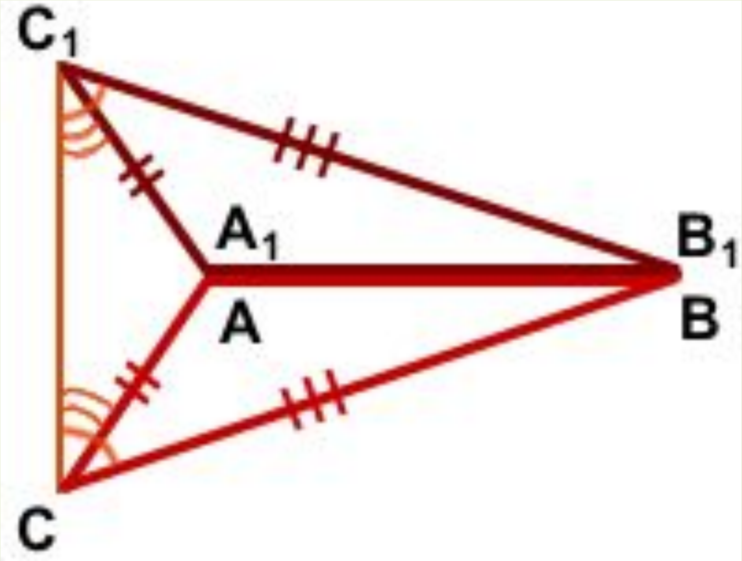
Таким образом, ∠АСВ=∠АС1В.
Точки А1 и А, В1 и В совмещены, то есть ∠АС1В и ∠А1С1В1 — один и тот же угол.
Для треугольников АВС и А1В1С1 имеем: АС=А1С1, ВС=В1С1 (по условию), ∠АСВ=∠А1С1В1 (по доказанному).

Следовательно, ΔАВС= ΔА1В1С1 (по 1 признаку равенства треугольников).



Третий признак равенства треугольников (доказательство)

II. Луч CC1 проходит внутри угла ACB.



Так как AC=A1C1 и BC=B1C1, треугольники ACC1 и BCC1 — равнобедренные с основанием CC1 и ∠ACC1=∠AC1C и ∠BCC1=∠BC1C (как углы при основании).

Если из равных углов вычесть равные углы, то получим равные углы:

$$\begin{array}{ccccc} \angle ACB & = & \angle BCC_1 & - & \angle ACC_1 \\ \parallel & & \parallel & & \parallel \\ \angle AC_1B & = & \angle BC_1C & - & \angle AC_1C \end{array}$$

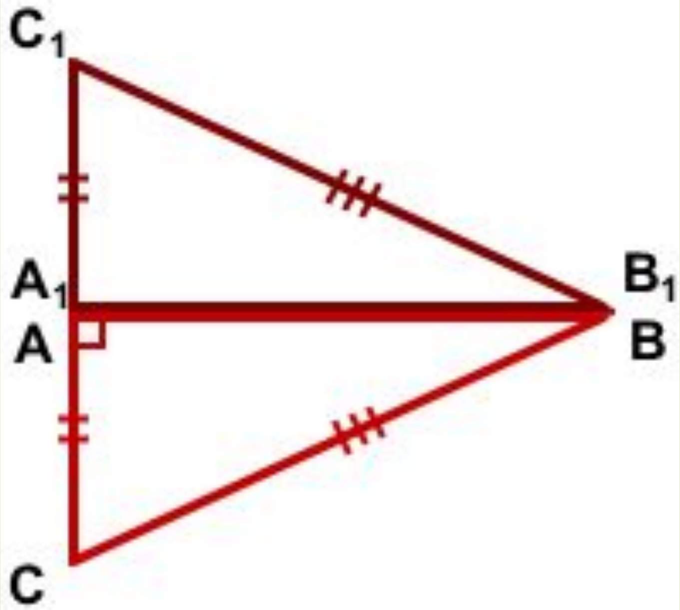
Таким образом, ∠ACB=∠AC1B и ΔABC= ΔA1B1C1 (по 1 признаку равенства треугольников).

Третий признак равенства треугольников (доказательство)

III. Луч CC1 совпадает со стороной угла ACB.

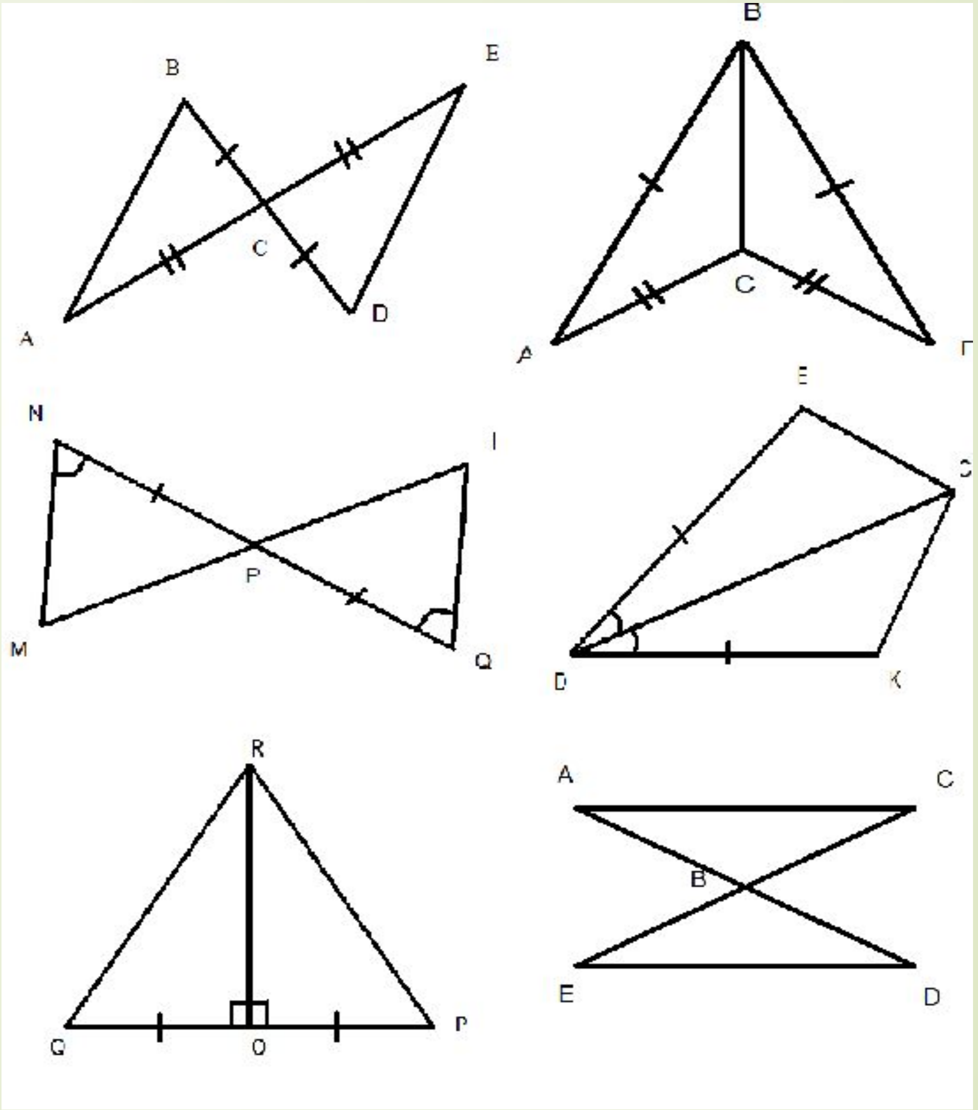
По условию BC=B1C1, поэтому треугольник BCC1 — равнобедренный с основанием CC1.

Отсюда ∠C1=∠C (как углы при основании) и ΔABC= ΔA1B1C1 (по 1 признаку равенства треугольников).



Повторение материала

- Задание:
- 1) назвать по какому признаку мы можем доказать равенство треугольников?
- 2)что не хватает для того чтобы применить теорему? И почему?
- 3)какие теоремы из раннее изученного материала мы используем чтобы это доказать?



Ссылки:

1. http://www.treugolniki.ru/
2. Учебник А.Атнасян «Геометря 7-9 класс» с.29-30,с.37-38
3. https://interneturok.ru/lesson/geometry/7-klass/treugolnikib/zadachi-na-tretiy-priznak-ravenstva-treugolnikov