

Презентация урока

Алгебра 8 класс



Квадратные уравнения
их виды и методы
решений

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x^2 + px + q = 0$$



город Кувасай школа

№1
преподаватель

Борисевич Павел Георгиевич



Девиз урока



*Пусть каждый день и каждый
час*

Вам новое добудет.

*Пусть добрым будет ум у вас,
А сердце умным будет.*

*Самуил
Маршак*



Цели урока

Образовательные цели урока:

систематизировать знания о квадратных уравнениях, научиться разделять квадратные уравнения на разные виды и уметь решать их.

Развивающие цели урока:

развивать математическое мышление, память, внимание;
развивать умение сравнивать, обобщать, проводить сравнительный анализ,
строить умозаключения, делать выводы;
привить любовь к математике, желание познать новое.

Воспитательные цели урока:

воспитывать культуру умственного труда;
воспитывать культуру коллективной работы;
воспитывать информационную культуру;
воспитывать потребность добиваться успехов в приобретении знаний;



Повторение :



Что такое уравнение ?

Что такое корни уравнения ?

Что значит решить уравнение ?

Что такое степень числа?

*Как записывается вторая степень
числа ?*

Как читается вторая степень числа ?

*Какое уравнение называется линейным
?*

Почему?

Историческая

справка

Квадратные уравнения уже умели решать математики и в древнем Вавилоне и древнем Египте. Сохранились папирусы с решениями некоторых задач, на составление квадратных уравнений.

Правила их решений схожи с теми, которыми пользуемся мы сейчас

Значительных успехов достигли математики древней Греции и конечно же Диофант

Нередко он упоминается как «отец алгебры». Автор «Арифметики» — книги, посвящённой нахождению

положительных рациональных решений неопределённых уравнений.



Диофант

Александрийский

Диофант был первым греческим математиком, который рассматривал дроби наравне с другими числами. Диофант также первым среди античных учёных предложил развитую математическую символику, которая позволяла формулировать полученные им результаты в достаточно компактном виде.

Вот одна из задач знаменитого индийского математика XII в. Бхаскары.

*«Обезьянок резвых стая
Власть поевши, развлекалась
Их в квадрате часть восьмая
На поляне забавлялась*

*А двенадцать по лианам
Стали прыгать, повисая
Сколько ж было обезьянок,
Ты скажи мне, в этой стае?»*

Соответствующее задаче уравнение:

$$\left(\frac{x}{8}\right)^2 + 12 = x$$

$$x^2 - 64x = -768$$

и, чтобы дополнить левую часть этого уравнения до квадрата, прибавляет к обеим частям 32^2 , получая затем:

$$x^2 - 64x + 32^2 = -768 + 1024,$$

$$(x - 32)^2 = 256,$$

$$x - 32 = \pm 16,$$

$$x_1 = 16, x_2 = 48.$$

*гениальное решение квадратного уравнения
гениальным математиком*



**Памятник индийскому математику
БРАХМАГУПТЕ**

Квадратные уравнения у Аль-Хорезми.

Мухаммад ибн Муса аль-Хорезми

Величайший среднеазиатский учёный IX века, математик, астроном, географ и историк.

Благодаря ему в математике появились термины «алгоритм» и «алгебра».

Аль-Хорезми впервые представил алгебру как самостоятельную науку об общих методах решения линейных и квадратных уравнений, дал классификацию этих уравнений.

*Историки науки высоко оценивают как научную, так и популяризаторскую деятельность аль-Хорезми. Известный историк науки Дж. Сартон назвал его **«величайшим математиком своего времени и, если принять во внимание все обстоятельства, одним из величайших всех времён».***

Аль-Хорезми известен прежде всего своей «Книгой о восполнении и противопоставлении» («Аль-китаб аль-мухтасар фи хисаб аль-джабр ва-ль-мукабала»), которая сыграла важнейшую роль в истории математики. От слова аль-джабр (в названии) произошло слово алгебра. Подлинный арабский текст утерян, однако содержание известно по латинскому переводу 1140 года английского математика Роберта Честерского.



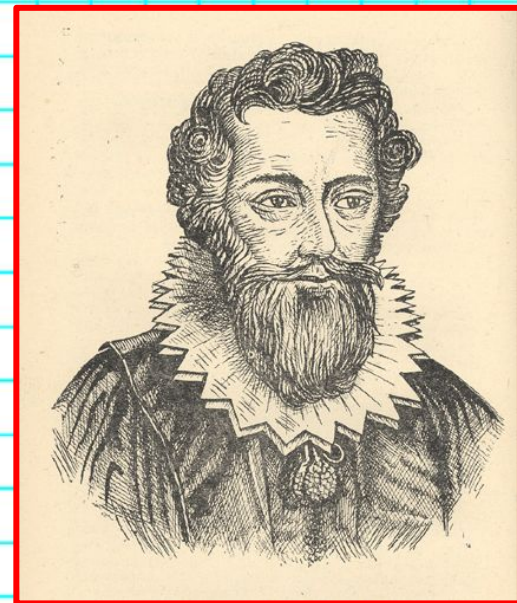
Задумывавшаяся как начальное руководство по практической математике «**Китаб аль-джабр...**» в первой (теоретической) своей части начинается с рассмотрения уравнений первой и второй степени, а в двух заключительных разделах переходит к практическому применению алгебры в вопросах мероопределения и наследования. Слово аль-джабр («восполнение») означало перенесение отрицательного члена из одной части уравнения в другую, а аль-мукабала («противопоставление») — сокращение равных членов в обеих частях уравнения

В «**Китаб аль-джабр...**» Аль-Хорезми дается классификация линейных и квадратных уравнений. Автор насчитывает 6 видов уравнений, выражая их следующим образом:

1. «Квадраты равны корням», т. е. $ax^2 = bx$.
2. «Квадраты равны числу», т. е. $ax^2 = c$.
3. «Корни равны числу», т. е. $ax = c$.
4. «Квадраты и числа равны корням», т. е. $ax^2 + c = bx$.
5. «Квадраты и корни равны числу», т. е. $ax^2 + bx = c$.
6. «Корни и числа равны квадратам», т. е. $bx + c = ax^2$.

Франсуа Виет

Франсуа Виет,
сеньор де ля Биготьер
(1540 — 23 февраля 1603)



Демонстрируя силу своего метода, ученый привел в своих работах запас формул, которые могли быть использованы для решения конкретных задач. Из знаков действий он использовал «+» и «-», знак радикала и горизонтальную черту для деления. Произведение обозначал словом «in». Виет первым стал применять скобки, которые, правда, у него имели вид не скобок, а черты над многочленом. Но многие знаки, введенные до него, он не использовал. Так квадрат, куб и т. д. обозначал словами или первыми буквами слов.

Знаменитая теорема, устанавливающая связь коэффициентов многочлена с его корнями, была обнародована в 1591 году. Теперь она носит имя Виета, а сам автор формулировал ее так «Если $B+D$, умноженное на A , минус A в квадрате равно BD , то A равно B и равно D ».

Полные квадратные уравнения:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

где a, b, c - числовые коэффициенты,
причём $a \neq 0$,
 x - переменная

например :

$$5x^2 + 8x - 4 = 0$$

$$7x^2 + 6x - 1 = 0$$

$$2x^2 - x + 11 = 0$$

$$3x^2 + 2x = 16$$



Составьте квадратное уравнение, если

$$a = 4, \quad b = -5, \quad c = -6.$$

$$4x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$a = -2, \quad b = 4, \quad c = 1.$$

$$-2x^2 + 4x + 1 = 0$$

$$a = 3, \quad b = -2, \quad c = 8.$$

$$3x^2 - 2x + 8 = 0$$

$$a = -3, \quad b = -4, \quad c = -2.$$

$$-3x^2 - 4x - 2 = 0$$



Неполные квадратные уравнения:

$$ax^2 + bx = 0 \quad \text{Коэффициент } c = 0$$



$$ax^2 + c = 0 \quad \text{Коэффициент } b = 0$$

$$ax^2 = 0 \quad \text{Коэффициент } b = 0 \text{ и } c = 0$$

Если в квадратном уравнении $ax^2 + bx + c = 0$ хотя бы один из коэффициентов b или c равен нулю, то такое уравнение называют **неполным квадратным уравнением.**



1. Найдите корни уравнения:

а) $3x^2 + 5x - 8 = 0$ $(1; -2\frac{2}{3})$

б) $5x^2 - 7x + 2 = 0$ $(1; 0,4)$

в) $y^2 + 4y - 5 = 0$ $(1; -5)$

г) $11x^2 - 25x - 36 = 0$ $(-1; 3\frac{3}{11})$

д) $11x^2 + 27x + 16 = 0$ $(-1; -1\frac{5}{11})$





Дискриминант

$$D = b^2 - 4ac$$



Дискриминант обозначается латинской буквой D

$D = b^2 - 4ac$; $D > 0$ Уравнение имеет 2 корня

$D = b^2 - 4ac$; $D = 0$ Уравнение имеет 1 корень

$D = b^2 - 4ac$; $D < 0$ Уравнение не имеет корней

Термин **ДИСКРИМИНАНТ** образован от латинского *discrimino* — «разбираю», «различаю». Ввел его английский математик **Джеймс Джозеф Сильвестр**

Корни квадратного уравнения можно вычислить по формулам

Вид уравнения	Формула корней	Формула дискриминанта
$ax^2 + bx + c = 0$	$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	$b^2 - 4ac$
$ax^2 + 2kx + c = 0$	$x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a}$	$k^2 - ac$
$x^2 + px + q = 0$	$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$	$\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$
	$x_{1,2} = \frac{-p \pm \sqrt{p^2 - 4q}}{2a}$	$p^2 - 4q$

Формула вычисления корней квадратного уравнения



Дискриминант: $D = b^2 - 4ac$,
 $D > 0$ — два действительных корня,
 $D = 0$ — один действительный корень,
 $D < 0$ — нет действительных корней.

Формула корней	Свойства корней (теорема Виета)
<i>Квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$</i>	
$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

Закрепление изученного :

$$5x^2 - 7x + 2 = 0$$

$$y^2 + 4y - 5 = 0$$

- 1. Сколько корней имеет квадратное уравнение?**
- 2. Чему равно произведение корней?**
- 3. Чему равна сумма корней уравнения?**
- 4. Что можно сказать о знаках корней?**
- 5. Найдите корни методом подбора.**



Квадратные уравнения, коэффициенты которых обладают некоторыми свойствами.

$$ax^2+bx+c=0, \text{ где } a \neq 0$$

$$\text{Если } a+b+c=0, \text{ то } x_1=1, x_2=c/a$$

$$\text{Если } a+c=b, \text{ то } x_1=-1, x_2=-c/a$$

$$2x^2 + 3x - 5 = 0 \quad 2 + 3 - 5 = 0$$

$$x_1=1, x_2=c/a = -2,5$$

$$2x^2 + 6x + 4 = 0 \quad 2 + 4 - 6 = 0$$

$$x_1=-1, x_2=-c/a = -2$$



Приведенные квадратные уравнения:

Уравнение, вида

$$x^2 + px + q = 0$$

называется приведённым.

В нём старший коэффициент $a = 1$

Его корни можно найти по теореме, обратной теореме Виета:

$$x_1 \cdot x_2 = q$$

$$x_1 + x_2 = -p$$



Примеры решения квадратных уравнений:

решить квадратное уравнение

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

*Сначала определим значения коэффициентов
 $a = 1$, $b = -6$, $c = 9$.*

Вычислим дискриминант:

$$D = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 36 - 36 = 0,$$

$$D = 0.$$

Так как $D = 0$, то уравнение имеет всего один корень:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-6) \pm \sqrt{0}}{2 \cdot 1} = \frac{6}{2} = 3$$

Ответ: $x = 3$.



Пример

$$x^2 - 4x - 5 = 0.$$

Определим, чему равны коэффициенты:

$$a = 1, b = -4, c = -5$$

Найдём дискриминант:

$$D = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5) = 16 + 20 = 36,$$

$$D > 0.$$

Уравнение имеет два корня:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{36}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm 6}{2}$$

$$x_1 = (4 + 6) : 2 = 5,$$

$$x_2 = (4 - 6) : 2 = -1.$$

Ответ: 5, -1.



Задачи

1 Известны корни уравнения: 4

и -6.

2 Известны корни уравнения: 2

и -3.

3 Известны корни уравнения: 4

и 5.

Составьте приведённое квадратное уравнение, используя теорему Виета

Один из корней уравнения $x^2 + 11x + q = 0$ равен -7. Найдите второй корень и число q .

Разность корней уравнения $2x^2 - 3x + c = 0$ равна 2,5. Найдите c .



Проверь себя

Математический диктант

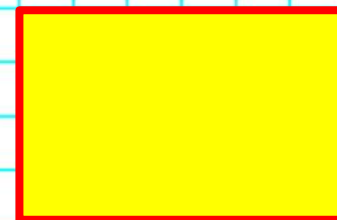


На листочках, контроль знаний детей.

- 1) Какой вид имеет квадратное уравнение?
- 2) Какой вид имеет неполное квадратное уравнение,
- 3) если $b = 0$?
- 4) Какой вид имеет неполное квадратное уравнение, если $c = 0$?
- 5) Какой вид имеет неполное квадратное уравнение, если $b = 0$ и $c = 0$?
- 6) По какой формуле вычисляется дискриминант?
- 7) Сколько корней имеет уравнение, если $D = 0$, $D < 0$, $D > 0$?
- 8) По какой формуле находят корни квадратного уравнения, если уравнение решается через дискриминант и $D > 0$.
- 9) Как определяются корни уравнения, если коэффициент $a = 1$?

Задачи

а



б

1. Найдите длины сторон прямоугольника, периметр которого равен 30 см, а площадь 63 см^2 .

2. Ширина прямоугольника на 8 см меньше длины, а его площадь равна 96 см^2 . Найдите стороны прямоугольника.

3. Произведение двух натуральных чисел равно 550, причем одно число больше другого на 3. Найдите эти числа.

4. Одно число меньше другого на 6, а произведение этих чисел равно 432. Найдите эти числа.

5. Найдите длины сторон прямоугольника, периметр которого равен 36 см, а площадь 72 см^2 .



Самостоятельная работа

1. *Решите уравнение:*

а) $5x^2 - 20x = 0$;

б) $5x^2 + 3x - 2 = 0$;

в) $x^2 + 10x + 9 = 0$;

г) $4x^2 - 16 = 0$;

д) $5x^2 - x + 2 = 0$;

е) $25x^2 + 110x + 121 = 0$.

1. *Произведение двух натуральных чисел равно 216, причем одно число больше другого на 6. Найдите эти числа.*

2. *В уравнении $x^2 + px - 18 = 0$ один из корней равен -9 . Найдите другой корень и коэффициент p .*



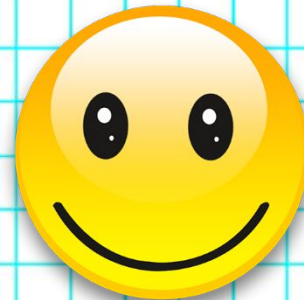
Рефлексия :

Продолжи фразы:

- *Мне было интересно...*
- *Мы сегодня разобрались...*
- *Я сегодня понял, что...*
- *Мне было трудно...*
- *Мне понравилось ...*
- *Завтра я хочу на уроке...*
- *Я решал эти непонятные уравнения...*
- *Я добросовестно работал...*
- *Я преумножил свои знания!...*



выбери свой смайлик



Домашнее задание:

Выучить определения и формулы вычисления корней квадратных уравнений

Решить квадратные уравнения:

1) $6x^2 - 2x + 7 = 0$

2) $1,2x^2 + 5 - 3x = 0$

3) $4x^2 - 15x = 0$

4) $6x^2 - 96 = 0$

5) $14x - 3x^2 + 19 = 0$

6) $5x^2 - 4x = 7$



2. Найдите длины сторон прямоугольника, периметр которого равен 38 см, а площадь 84 см^2 .

3. Один из корней уравнения $x^2 + 11x + q = 0$ равен -7 .
Найдите второй корень и число q .

спасибо за урок

