Углы, вписанные в окружность и внешний угол треугольника

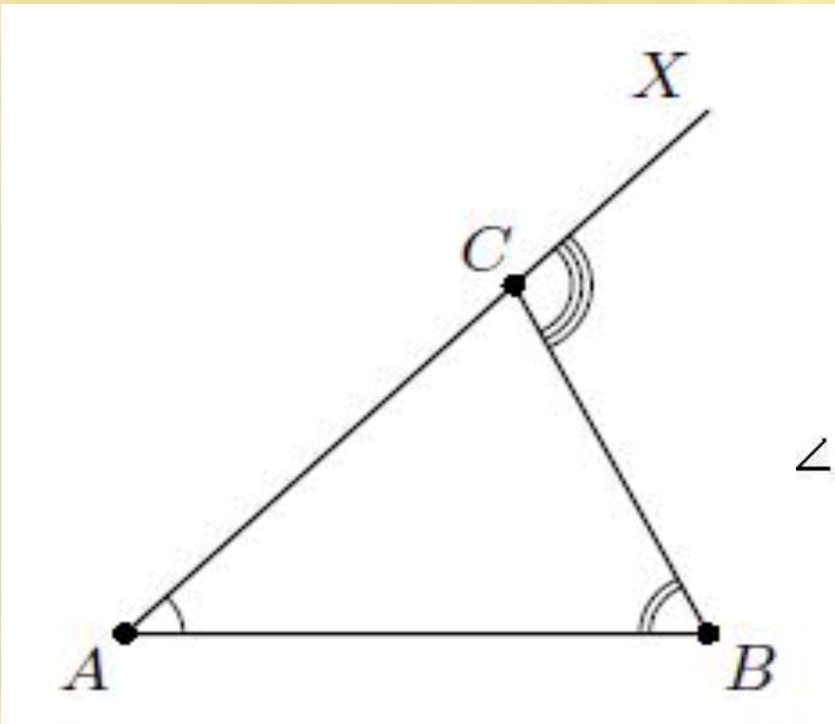
(повторение, подготовка к ЕГЭ решение планиметрической задачи профиль математика)

Выполнила: **Чурина Елена Вениаминовна,**
учитель математики
первой квалификационной категории
МБОУСОШ №1 г. Южи
Ивановской области

Определение внешнего угла треугольника

Внешний угол при вершине **треугольника** — это угол, смежный с углом .

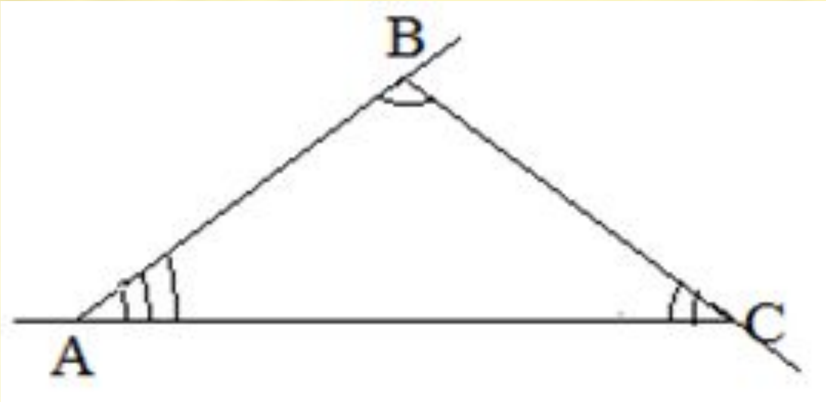
Свойство внешнего угла треугольника



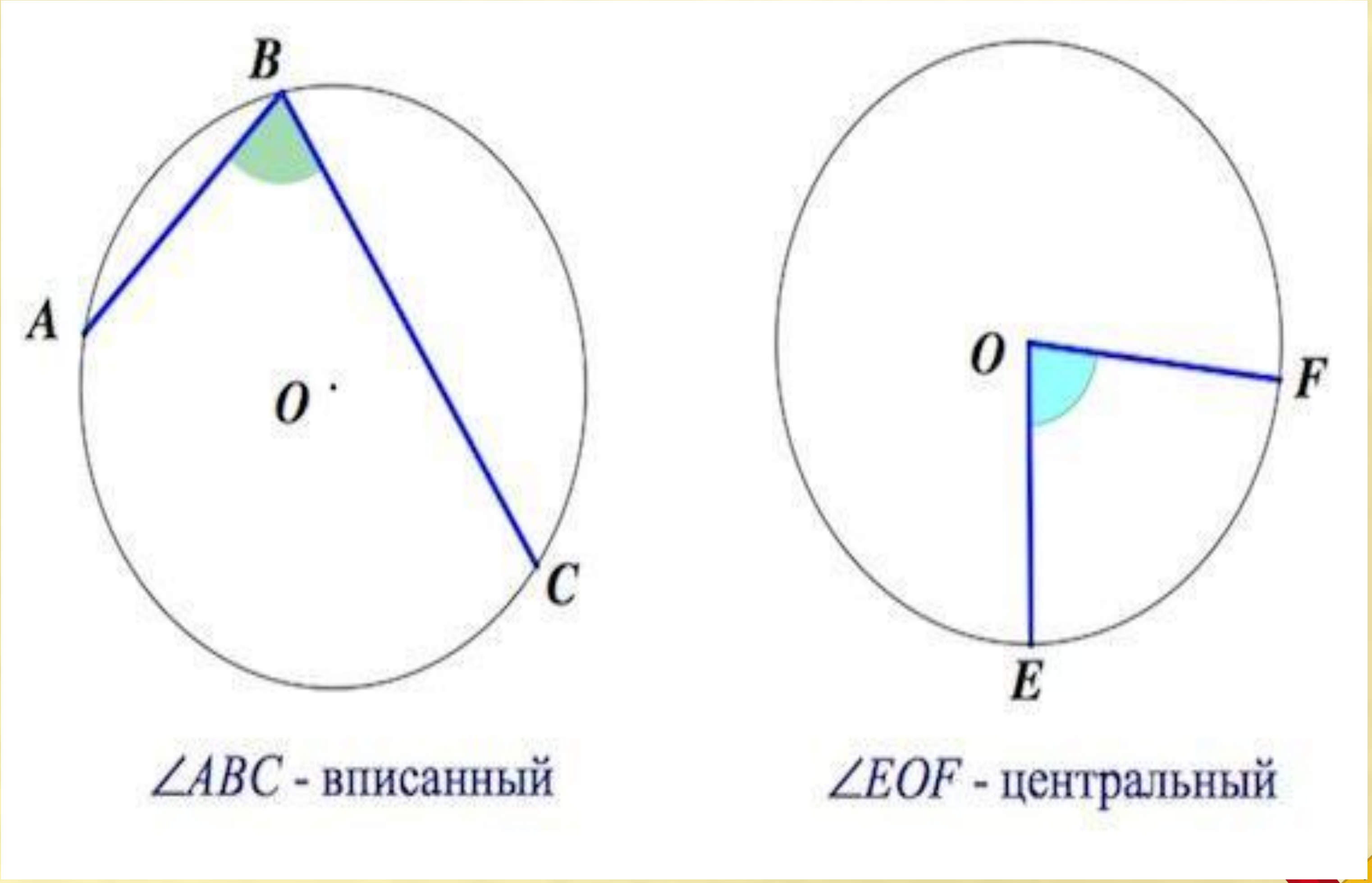
Внешний угол треугольника равен сумме внутренних углов не смежных с ним:

$\angle XCB = \angle A \angle B$

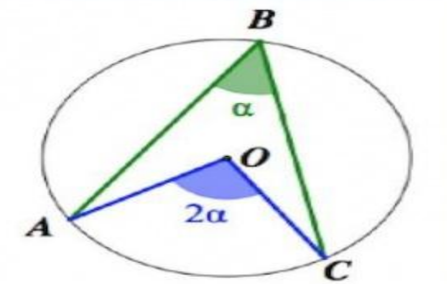
В треугольнике АВС углы В и С равны 65 гр. и 50 гр. соответственно. Найти внешние углы при каждой вершине треугольника.



Угол, вписанный в окружность и центральный угол

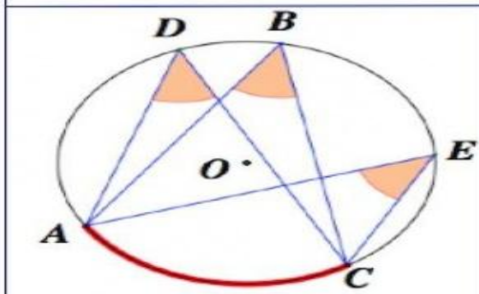


Свойство углов, вписанных в окружность

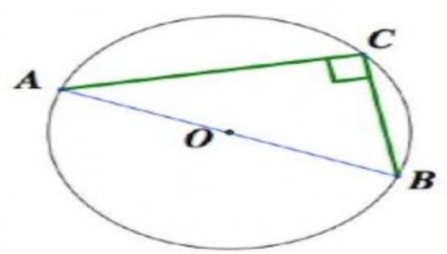


Вписанный угол равен половине центрального угла, опирающегося на ту же дугу.

И т.к. центральный угол измеряется градусной мерой дуги, на которую опирается, то вписанный угол равен половине этой дуги

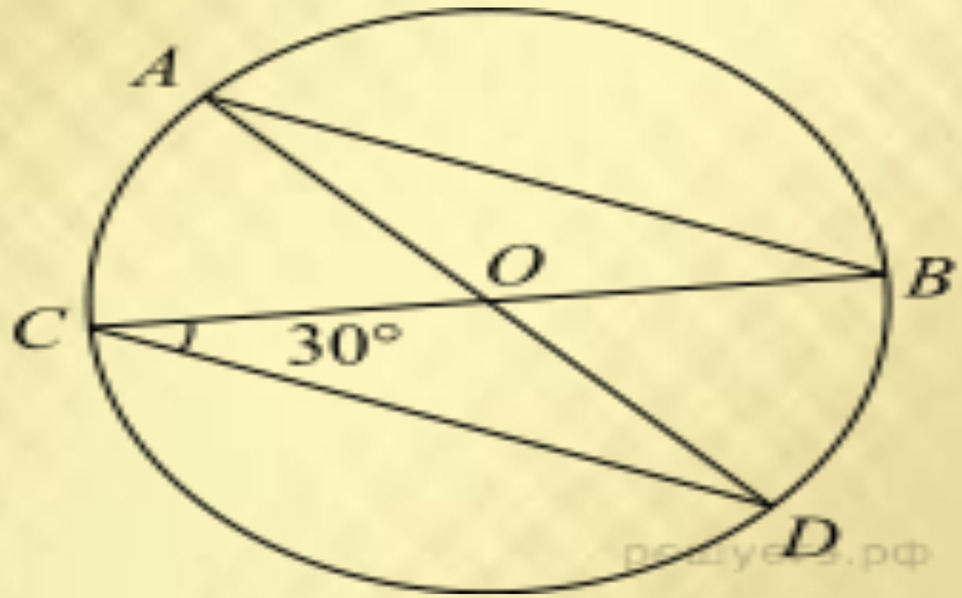


Вписанные углы, опирающиеся на одну дугу, равны

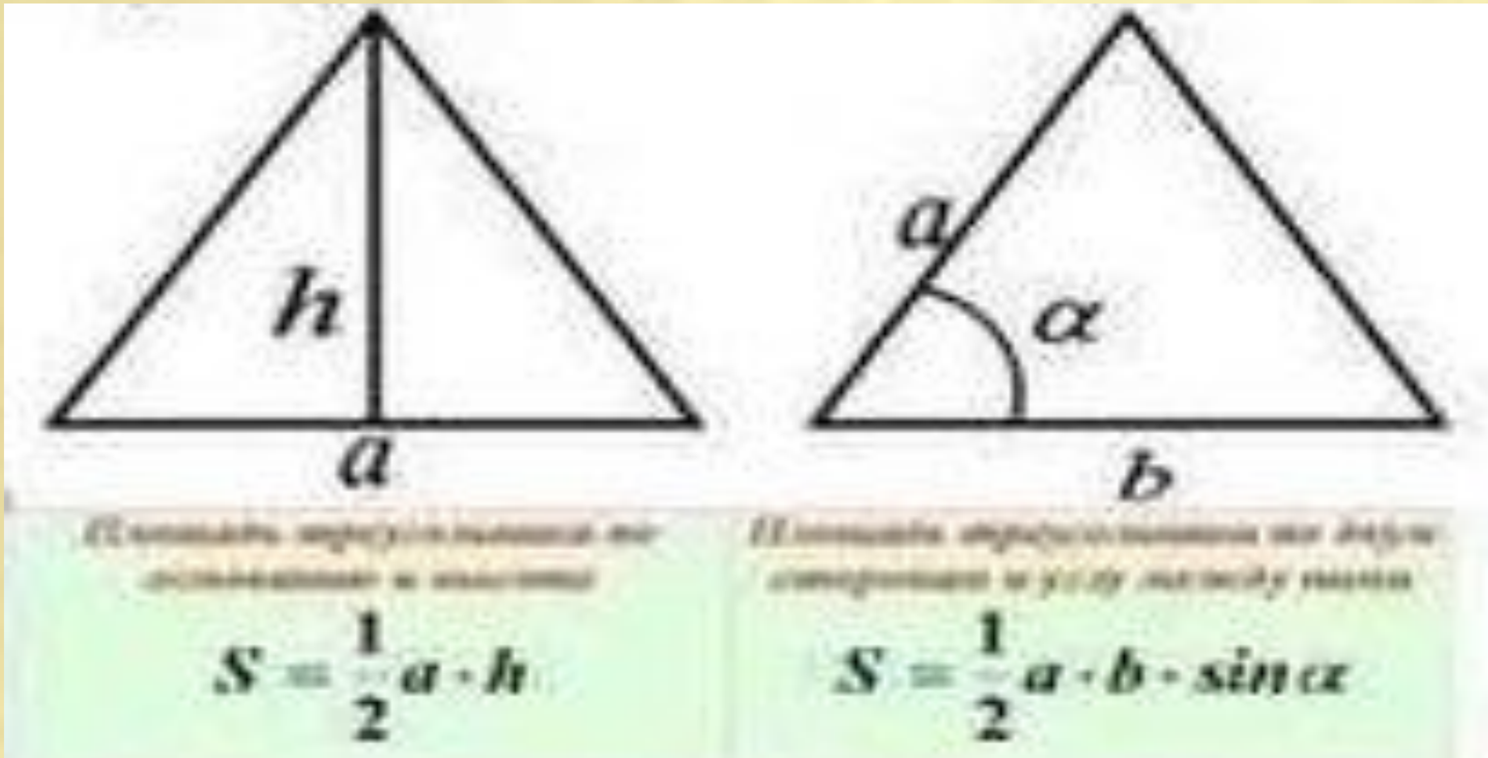


Угол, опирающийся на диаметр, - прямой.

В окружности с центром в точке *O* проведены диаметры *AD* и *BC*, угол *OCD* равен 30°. Найдите величину угла *OAB*.

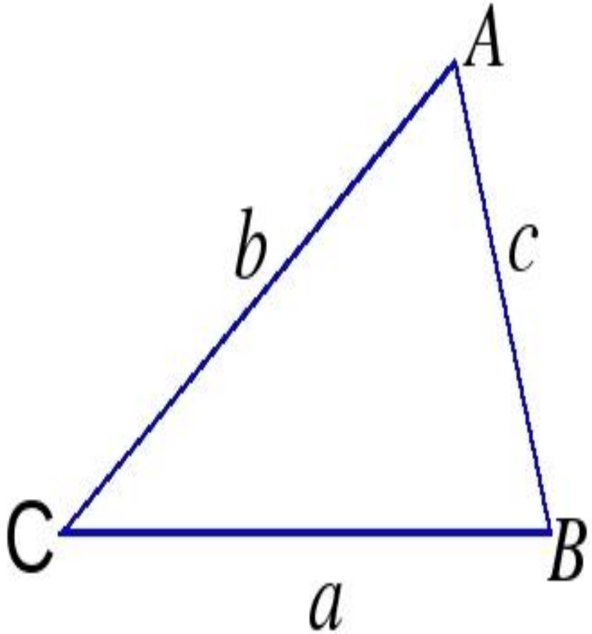


Формулы для вычисления площади треугольника



Теорема синусов

СТОРОНЫ ТРЕУГОЛЬНИКА ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫ СИНУСАМ ПРОТИВОЛЕЖАЩИХ УГЛОВ



$AB = c \qquad BC = a \qquad CA = b$

$$\boxed{\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}}$$

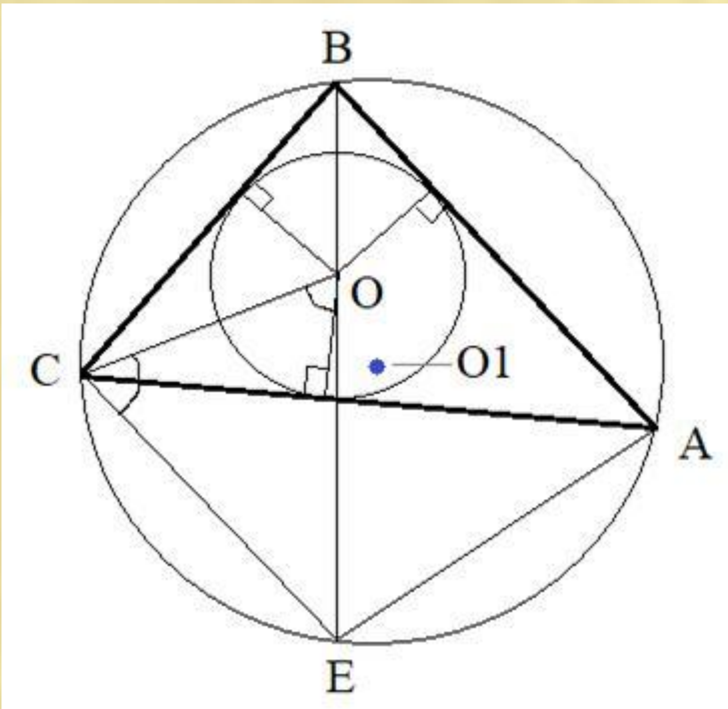
Решить задачу

Точка O — центр вписанной в треугольник ABC окружности. Прямая BO вторично пересекает описанную около этого треугольника окружность в точке E.

а) Докажите, что углы EOC = ECO.

б) Найдите площадь треугольника ACE, если радиус описанной около треугольника ABC окружности равен $6\sqrt{3}$, угол ABC = 60°.

Решение задачи:



а)O – центр вписанной в треугольник ABC окружности, поэтому CO и OB – биссектрисы соответствующих углов. Далее, угол EOC – внешний угол треугольника COB, следовательно,

$$\angle EOC = \angle BCO + \angle CBO = \frac{1}{2}\angle BCA + \frac{1}{2}CBA$$

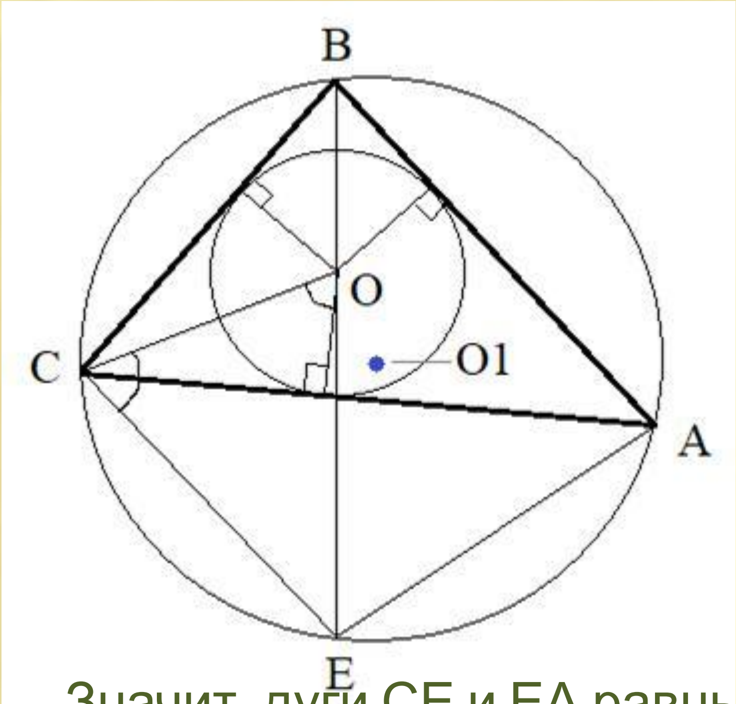
Углы угол ЕВА=угол ЕСА , т.к. они опираются на одну и ту же дугу EA. Следовательно,

$$\angle ECO = \angle ECA + \angle OCA = \angle EBA + \angle OCA =$$

$$= \frac{1}{2}\angle CBA + \frac{1}{2}\angle BCA$$

Отсюда следует, что $\angle EOC = \angle ECO$

О – центр вписанной в треугольник АВС окружности, а О1 – центр описанной вокруг треугольника АВС окружности. По условию радиус описанной окружности R=6√3. Так как угол АВС=60 гр. , то учитывая, что сумма противоположных углов четырехугольника вписанного в окружность, равна 180°, имеем:



$$\angle AEC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

Т.к ВЕ- биссектриса угла В

$$\angle CBE = \angle ABE = 30^\circ$$

Значит, дуги СЕ и ЕА равны, то СЕ=ЕА

Далее, так как треугольник ВСЕ вписан в окружность с центром О1 и радиусом R=6√3, то по теореме синусов, имеем:

$$\frac{CE}{\sin\angle CBE} = 2R \quad CE = 2R\cdot\sin 30^\circ = 12\sqrt{3}\cdot\frac{1}{2} = 6\sqrt{3}$$

$$S_{CEA} = \frac{1}{2}CE\cdot EA\cdot\sin\angle CEA$$

$$S_{CEA} = \frac{1}{2}\cdot 6\sqrt{3}\cdot 6\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = 27\sqrt{3}$$

Источники

Автор шаблона презентации: **Носова Ольга Михайловна, учитель начальных классов МОУ СОШ № 11 с углубленным изучением отдельных предметов Курского муниципального района Ставропольского края**

- http://www.playcast.ru/uploads/2013/10/13/6299216.jpg
- https://img-fotki.yandex.ru/get/3504/200418627.d2/0_14a5fa_26adba2a_orig.png
- http://img-fotki.yandex.ru/get/6840/16969765.242/0_922b4_89e17466_orig.png
- https://img-fotki.yandex.ru/get/3909/200418627.d2/0_14a5ee_79461779_orig.png
- https://egemaximum.ru/vpisannye-ugly/
- https://izamorfix.ru/matematika/planimetriya/vneshnie_ugly_treug.html
- https://self-edu.ru/ege2020_36.php?id=2_16
- https://oge.sdamgia.ru/test?filter=all&category_id=12&print=true&svg=0&num=true
- https://www.pinterest.ru/pin/532269249686937174/