

# **Тема №2 Зенитная управляемая ракета 9М39.**

**Занятие №5 Методы  
наведения ЗУР на цель.**

## **Вопросы занятия:**

**1-ый вопрос: Метод половинного спрямления.**

**2-ой вопрос: Метод пропорционального сближения.**

# 1-ый вопрос: Метод половинного спрямления.

Методом половинного спрямления траектории называется такой закон сближения ракеты с целью, при котором в каждый момент времени наведения, ракета по отношению к цели находится на угловом упреждении равном  $(\dot{\gamma}/2 \Delta t) \Delta t$ .

Для уменьшения кривизны кинематической траектории необходимо уменьшить угловую скорость перемещения ракеты по сравнению с угловой скоростью цели. Другими словами можно сказать, что за время наведения ракеты линия визирования цели должна повернуться в вертикальной плоскости на угол  $\Delta \epsilon_{ц}$ , а линия визирования ракеты на угол  $\Delta \epsilon_{к}$ , при этом  $\Delta \epsilon_{к} < \Delta \epsilon_{ц}$ . В этом случае скорость изменения угла места кинематической траектории ракеты будет меньше скорости изменения угла места цели, т.е.  $\dot{\epsilon}_{к} < \dot{\epsilon}_{ц}$ .

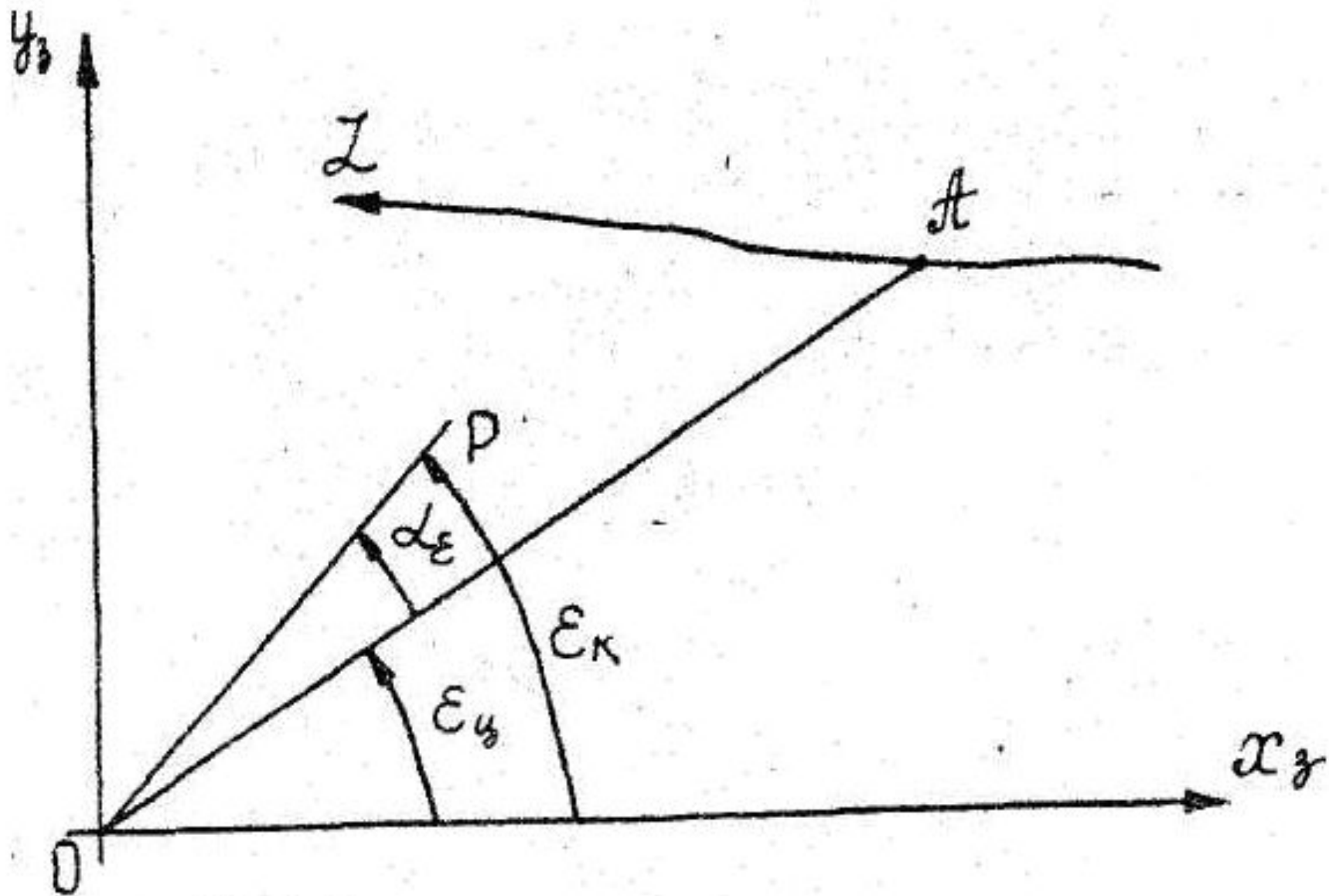


Рис.1 Метод спрямления траектории.

Задачу можно решить, осуществляя пуск ракеты с некоторым углом упреждения  $\alpha_\varepsilon$  и  $\alpha_\beta$  в соответствующих плоскостях наведения. В этом случае уравнение кинематической траектории метода спрямления примут вид:

$$\begin{aligned}\varepsilon_k &= \varepsilon_{ц} + \alpha_\varepsilon \\ \beta_k &= \beta_{ц} + \alpha_\beta\end{aligned}$$

По мере сближения ракеты с целью упреждения  $\alpha_\varepsilon$  и  $\alpha_\beta$  должны уменьшаться и при равенстве дальностей до цели и ракеты (в районе точки встречи) должны обращаться в нуль. Упреждения должны зависеть от разности  $\Delta r = r_{ц} - r_r$  и иметь вид

$$\begin{aligned}\alpha_\varepsilon &= \Omega_\varepsilon \cdot \Delta Z \\ \alpha_\beta &= \Omega_\beta \cdot \Delta Z\end{aligned}$$

где  $r_c$  – дальность до цели;

$r_r$  – дальность до ракеты;

$\Omega_\varepsilon$  и  $\Omega_\beta$  – коэффициенты упреждения по  $\varepsilon$  и  $\beta$ .

Коэффициенты упреждения могут быть постоянными или переменными.

Каждому способу задания коэффициентов соответствует свой метод наведения. Эти методы могут быть следующими:

- метод "С";

- метод полного спрямления траектории ракеты в районе точки встречи;

- метод половинного спрямления траекторий в районе точки встречи.

Методом "С" называется такой закон сближения ракеты с целью, при котором в каждый момент времени наведения ракета по отношению к цели находится под постоянным углом упреждения.

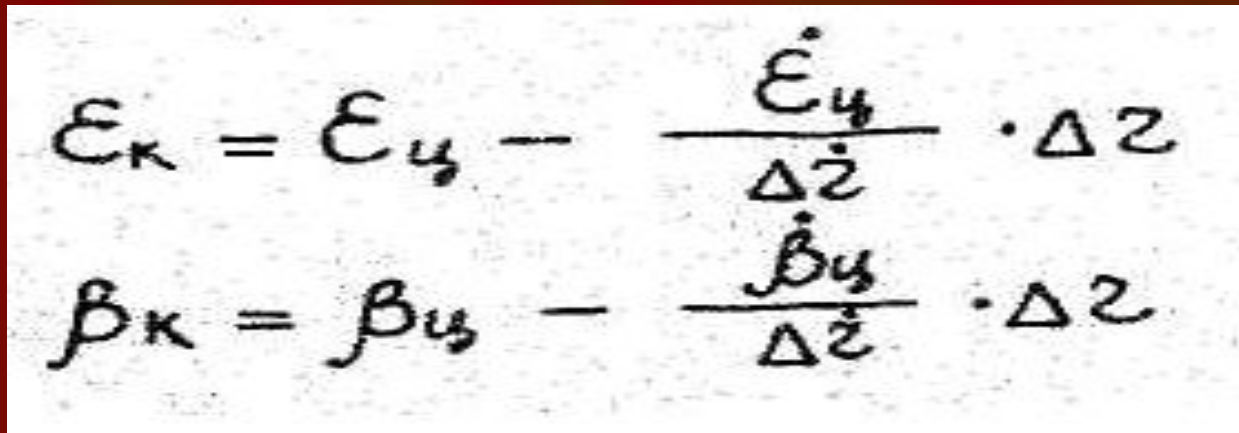
Метод наведения, при котором в точке встречи  $\dot{\varepsilon}_k = 0$   $\dot{\beta}_k = 0$  называется методом полного спрямления траектории в точке встречи. Уравнение кинематической траектории в этом случае имеет вид:

$$\varepsilon_k = \varepsilon_c + \Omega_\varepsilon \cdot \Delta z ; \quad \beta_k = \beta_c + \Omega_\beta \cdot \Delta z .$$

При дифференцировании уравнений и при условии  $\Delta r = 0$ ,  $\dot{\epsilon}_k = 0$ ,  $\beta_k = 0$  получим выражения для коэффициентов упреждения

$$\dot{\Omega}\epsilon = - \dot{\epsilon}_z / \Delta r ; \quad \dot{\Omega}\beta = - \beta_z / \Delta r$$

Уравнение метода полного спрямления траектории



The image shows two handwritten equations on a white background. The first equation is  $\epsilon_k = \epsilon_z - \frac{\dot{\epsilon}_z}{\Delta \dot{z}} \cdot \Delta z$ . The second equation is  $\beta_k = \beta_z - \frac{\dot{\beta}_z}{\Delta \dot{z}} \cdot \Delta z$ . The variables are written in a cursive style.

Из этих уравнений невидно как влияет нормальное ускорение цели на нормальное ускорение ракеты в районе точки встречи. Для выяснения этого вопроса продифференцируем уравнения метода дважды, а для удобства преобразований введем постоянный коэффициент "m", после чего уравнения примут вид:

В результате первого дифференцирования получаем **скорость угловых координат ракеты в точке встречи**

$$\epsilon_k = \epsilon_{\zeta} + m \cdot \Omega_{\epsilon} \cdot \Delta z ; \quad \beta_k = \beta_{\zeta} + m \cdot \Omega_{\beta} \cdot \Delta z .$$

Так как в точке встречи  $\Delta z = 0$ ; а  $\Omega_{\epsilon} = - \frac{\dot{\epsilon}_{\zeta}}{\Delta \dot{z}}$  ;

то 
$$\dot{\epsilon}_k = \dot{\epsilon}_{\zeta} - m \cdot \dot{\epsilon}_{\zeta} = \epsilon_{\zeta} (1 - m) ;$$

Аналогично 
$$\dot{\beta}_k = \dot{\beta}_{\zeta} - m \dot{\beta}_{\zeta} = \beta_{\zeta} (1 - m)$$

При повторном дифференцировании получим **значения нормальных ускорений ракеты в точке встречи с целью**

$$\ddot{\epsilon}_k = \ddot{\epsilon}_{\zeta} (1 - 2m) + m \cdot \frac{\dot{\epsilon}_{\zeta} \Delta \dot{r}}{\Delta \dot{r}}$$

$$\ddot{\beta}_k = \ddot{\beta}_{\zeta} (1 - 2m) + m \cdot \frac{\dot{\beta}_{\zeta} \Delta \dot{r}}{\Delta \dot{r}}$$



Из полученных выражений видно, что нормальные ускорения ракеты, наводимой по методу полного спрямления ( $m=1$ ) зависят от нормального ускорения цели, и следовательно, возникнут динамические ошибки, компенсировать которые не представляется возможным. Это явилось основной причиной того, что метод полного спрямления не нашел применения. Угловые ускорения цели можно исключить из уравнения только при условии

$$\ddot{\xi}_y (1 - 2m) = 0$$

Так как величина  $\ddot{\xi}_y$  не может быть равно нулю, то  $(1 - 2m) = 0$ , следовательно  $m = 1/2$ .

При значении коэффициента  $m = 1/2$  нормальное ускорение ракеты в точке встречи не будет зависеть от ускорения маневрирующей цели, а динамическая ошибка может быть компенсирована. В этом случае уравнения кинематической траектории примут вид:

$$\varepsilon_k = \varepsilon_{ц} - \frac{1}{2} \frac{\dot{\varepsilon}_{ц}}{\Delta \dot{z}} \cdot \Delta z$$

$$\beta_k = \beta_{ц} - \frac{1}{2} \frac{\dot{\beta}_{ц}}{\Delta \dot{z}} \cdot \Delta z$$

**Это уравнения кинематической траектории метода половинного спрямления.**

При сближении ракеты с целью величина  $\Delta \dot{z}$  всегда отрицательная. Следовательно, по абсолютной величине угловые координаты кинематической траектории всегда больше координат цели, т.е. в этом методе упреждение вводится по направлению полёта цели. Этим самым достигается спрямление траектории полета ракеты.

## Параметры управления метода половинного спрямления определяются по формулам:

$$k_{\varepsilon} = z_p \left( \Delta \varepsilon - \frac{\dot{\varepsilon}_y}{2 \dot{\Delta z}} \Delta z \right)$$

$$k_{\beta} = z_p \left( \Delta \beta - \frac{v_{yn}}{2 \dot{\Delta z}} \Delta z \right)$$

Достоинства метода:

1. Меньшая кривизна кинематической траектории, что обуславливает меньшие потребные перегрузки и динамические ошибки наведения.
2. Независимость нормальных кинематических ускорений ракеты от нормальных ускорений цели, что обеспечивает меньшее влияние маневра цели на динамические ошибки метода наведения (в точке встречи).

Недостатки метода

1. Метод требует определения всех трех координат цели. Поэтому он неприменим при стрельбе по постановщикам активных помех, когда измерение дальности до цели невозможно.
2. Ввиду сложности решения задачи по выработке команд управления случайная ошибка наведения возрастает.

## 2-ой вопрос: Метод пропорционального сближения.

К методам наведения самонаводящихся ракет относятся метод погони, метод параллельного сближения, метод пропорционального сближения.

**Методом погони** называется такой метод наведения, при котором в каждый момент времени вектор скорости ракеты, направлен на цель.

При наведении ракеты по методу погони управляющий сигнал пропорционален величине угла упреждения (угла между вектором скорости ракеты и линией ракета – цель), который является здесь углом рассогласования.

При методе погони ракета независимо от начальных условий самонаведения подходит в районе точки встречи к цели с хвоста. Траектория будет прямолинейной при пуске ракеты точно в хвост или точно навстречу цели.



Рис.2 Графическое изображение траектории полёта ЗУР при методе погони.

**Методом параллельного сближения** называется такой метод наведения, при котором в течение всего времени полёта ракеты до точки встречи линия ракета – цель остаётся параллельной заданному направлению.

Уравнение метода  $\varphi = \varphi_0 = \text{const.}$

При наведении ракеты на цель по методу параллельного сближения требуемое значение угловой скорости линии ракета – цель равна нулю (  $\dot{\varphi} = 0$  )

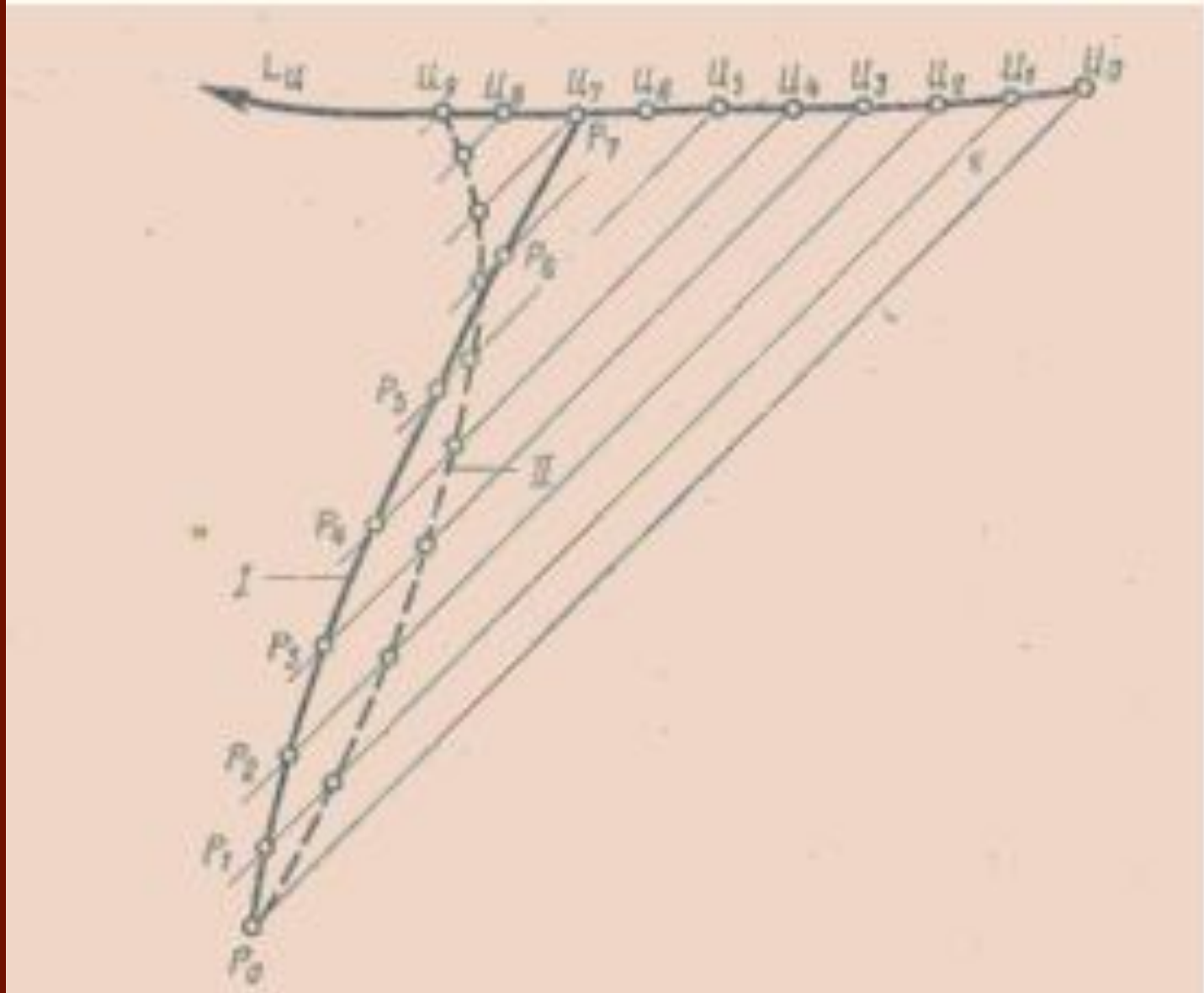


Рис.3 Графическое построение траектории ЗУР при методе параллельного сближения.

Для реализации метода параллельного сближения вектор относительной скорости ракеты  $\vec{V}_{\text{отн.}} = \vec{V}_p - \vec{V}_ц$  в каждый момент времени должен совпадать с линией ракета – цель, т. е. вектор скорости должен быть направлен в мгновенную точку встречи. **Под мгновенной точкой встречи (МТВ)** понимается точка, в которой произошла бы встреча ракеты с целью, если бы начиная с данного момента времени ракета и цель двигались бы равномерно и прямолинейно.



Рис.4 Понятие мгновенной точки встречи.



**Методом пропорционального сближения (пропорциональной навигации) называется такой закон сближения ракеты с целью, при котором во все время наведения угловая скорость вращения вектора скорости ракеты пропорциональна угловой скорости вращения вектора относительной дальности, т.е. угловой скорости линии ракета – цель. Уравнения кинематической траектории метода пропорционального сближения имеют вид:**

$$\begin{aligned}\dot{\varphi} &= K\dot{\beta}_\pi \\ \dot{\theta} &= K\dot{\epsilon}_\pi\end{aligned}$$

Где  $\dot{\theta}$  и  $\dot{\phi}$  - угловые скорости вращения (поворота) вектора скорости ЗУР;

$$\dot{\beta}_\pi \quad \dot{\epsilon}_\pi$$

угловые скорости вращения (поворота) вектора линии визирования ракета-цель в соответствующей плоскости управления;  $K$ - коэффициент пропорциональности, значение которого может быть либо постоянным, либо переменным. Для метода пропорционального сближения  $1 < K < \infty$ .

При этом методе вектор скорости ракеты  $\vec{V}_p$  во все время движения направлен на цель, т.е. по вектору наклонной дальности  $\vec{\Gamma}_\pi$

При  $K = \infty$  имеет место метод параллельного сближения, при котором вектор наклонной дальности  $\vec{\Gamma}_\pi$  перемещается в пространстве поступательно, т.е. не вращаясь.

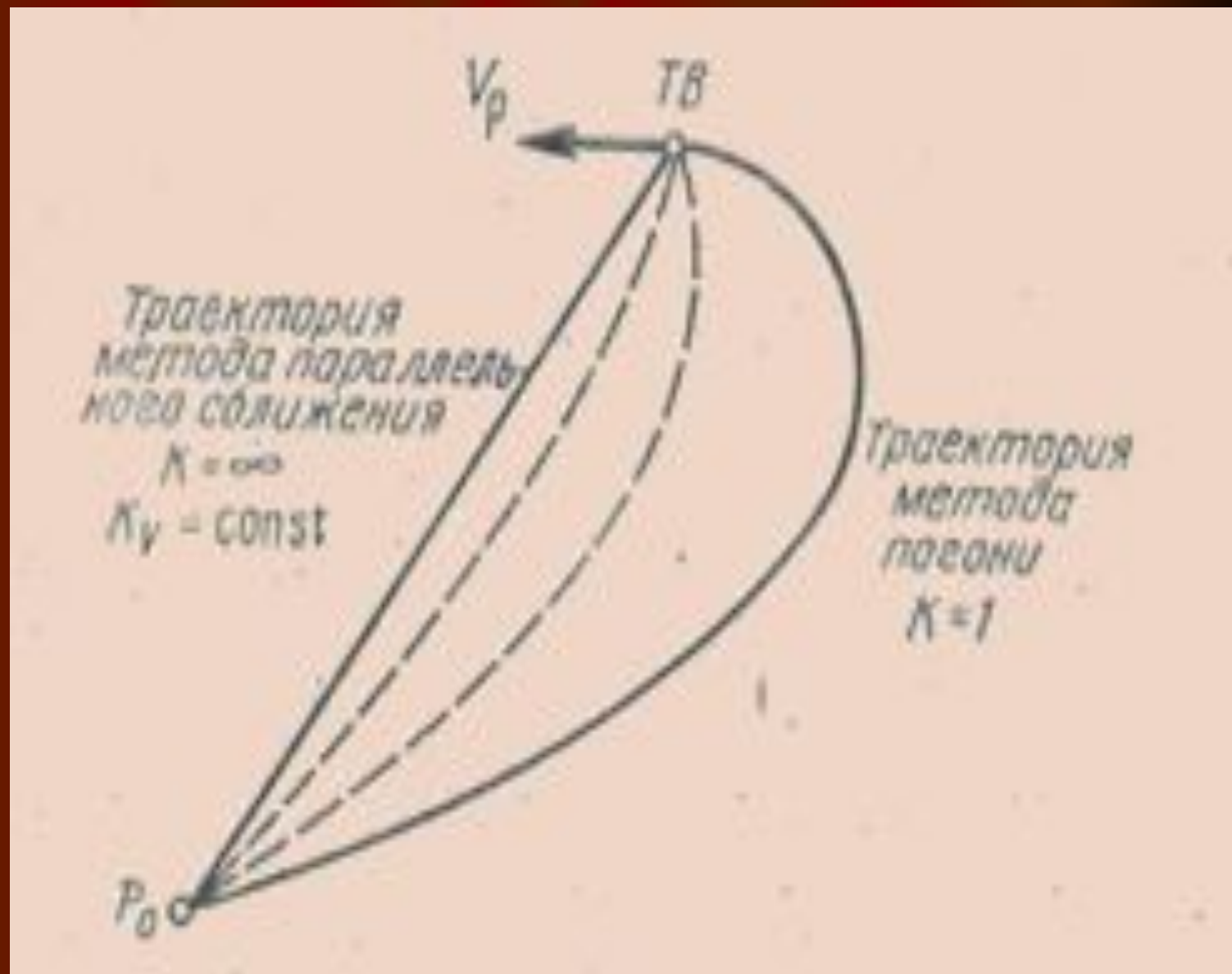
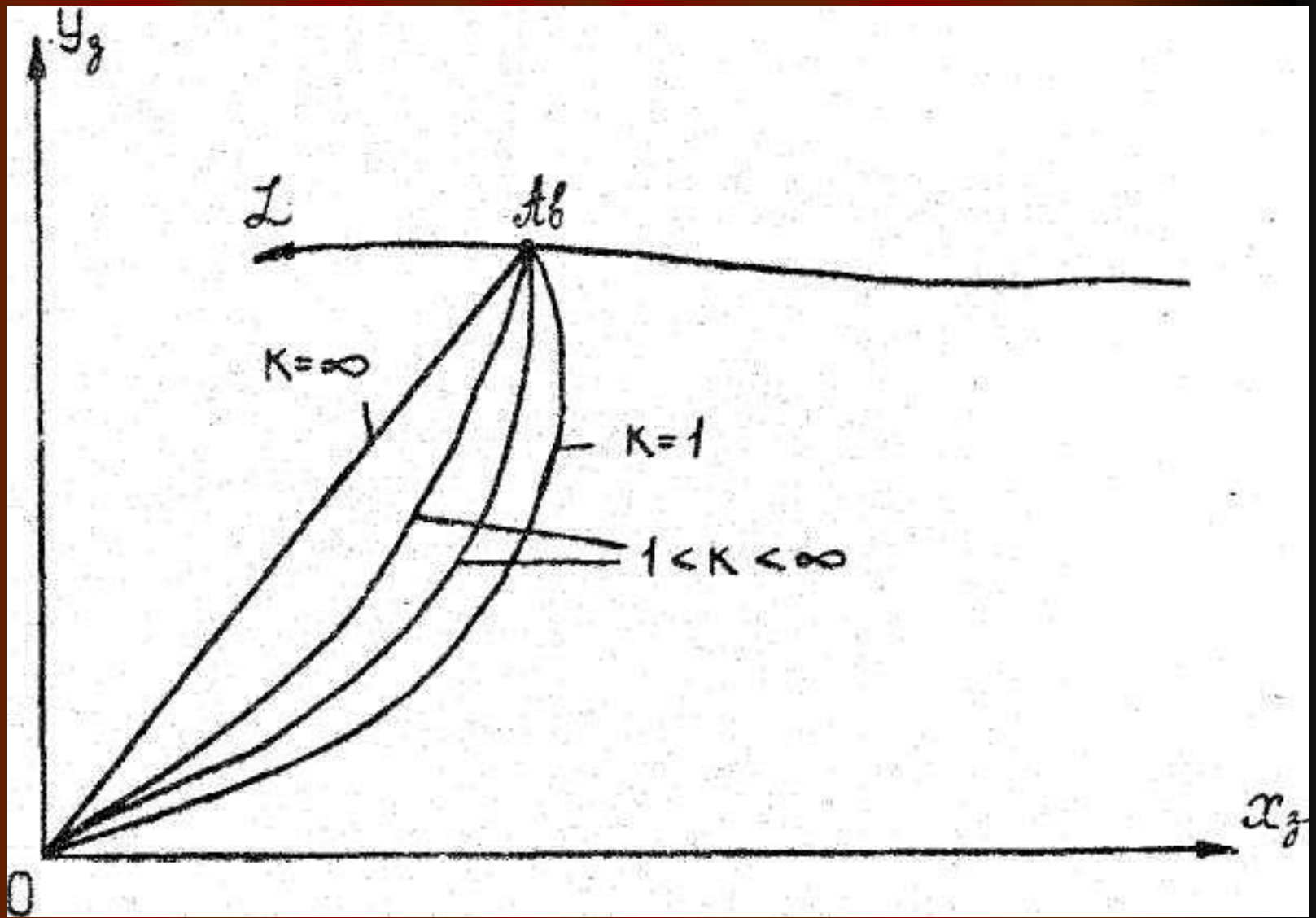


Рис.5 Графическое изображение траектория метода пропорционального сближения (пунктирные кривые).

**Для реализации метода пропорционального сближения необходимо в каждый момент времени измерять угловую скорость линии ракета – цель и сравнивать её с угловой скоростью вращения вектора скорости ракеты. Для активации метода пропорционального сближения достаточно измерить угловую скорость вращения линии ракета - цель, что упрощает аппаратуру и поэтому метод пропорционального сближения находит самое широкое применение в современных системах самонаведения.**



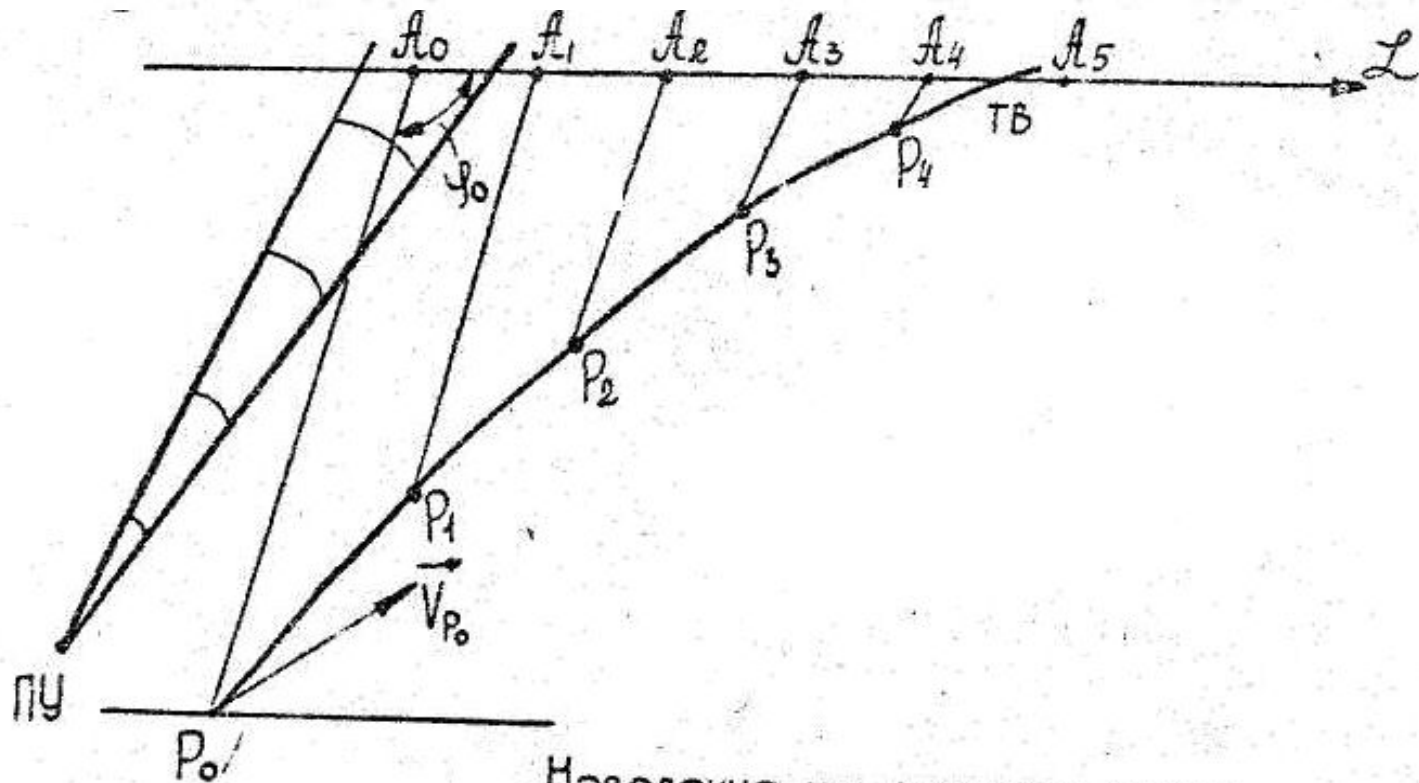
Параметрами управления метода пропорционального сближения являются следующие уравнения:

$$\Delta \dot{\psi} = K \cdot \dot{\beta}_A - \dot{\psi}$$

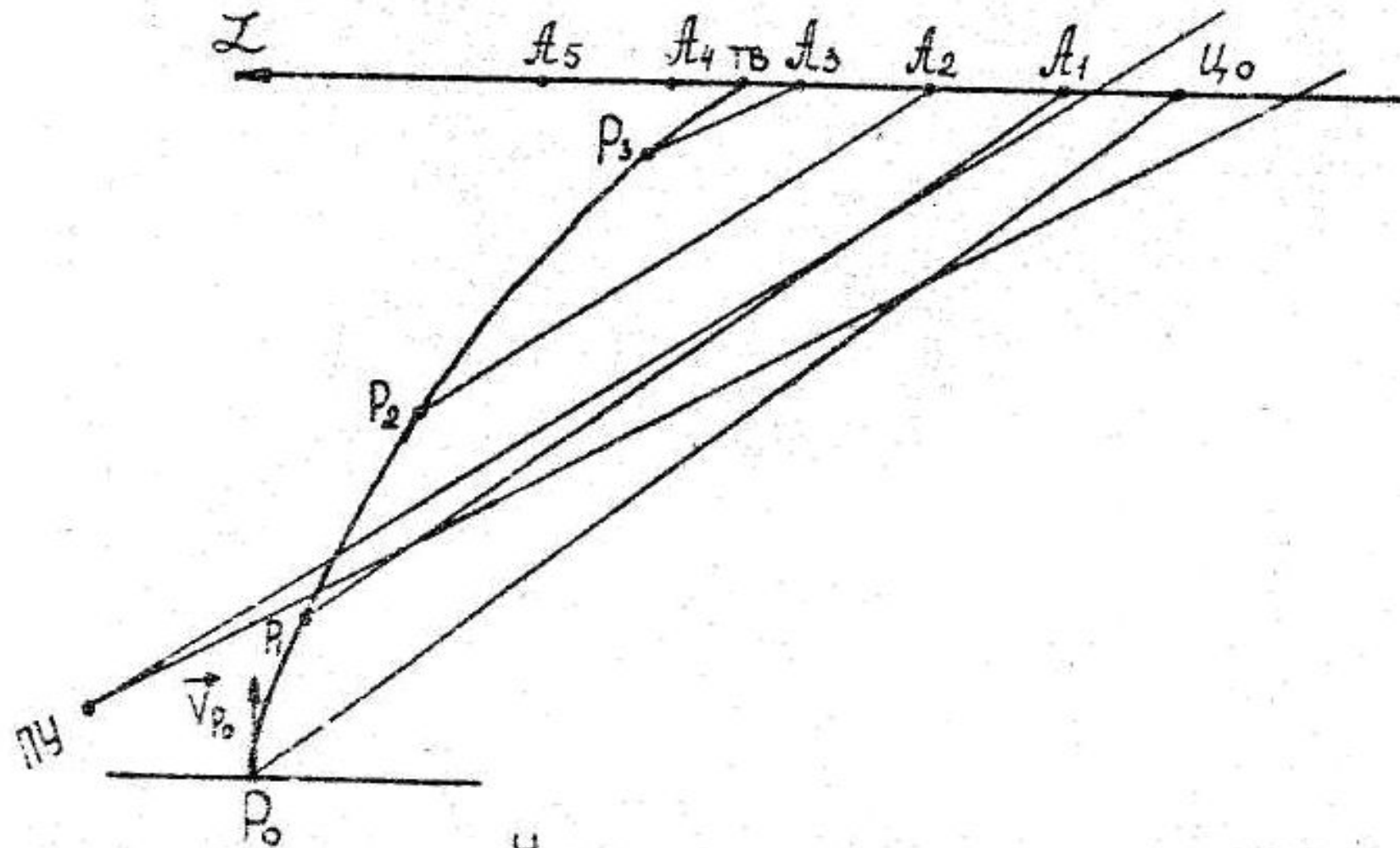
$$\Delta \dot{\theta} = K \cdot \dot{\epsilon}_A - \dot{\theta}$$

$$U_{\Delta \dot{\psi}} = K \cdot U_{\dot{\beta}_A} - U_{\dot{\psi}}$$

$$U_{\Delta \dot{\theta}} = K \cdot U_{\dot{\epsilon}_A} - U_{\dot{\theta}}$$



Наведение на догонном курсе.



Наведение на встречном курсе.

### Достоинства метода:

- простота приборной реализации метода; требуемые ускорения ракеты не превышают ускорений цели;
- применение метода в широком диапазоне отношений скорости цели и ракеты.

### Недостатки метода:

- наличие мертвой зоны самонаведения;
- условия стрельбы вдогон более благоприятны, чем на встречном курсе;
- предъявление более жестких требований к маневренным свойствам ракеты при наведении на маневрирующую цель.