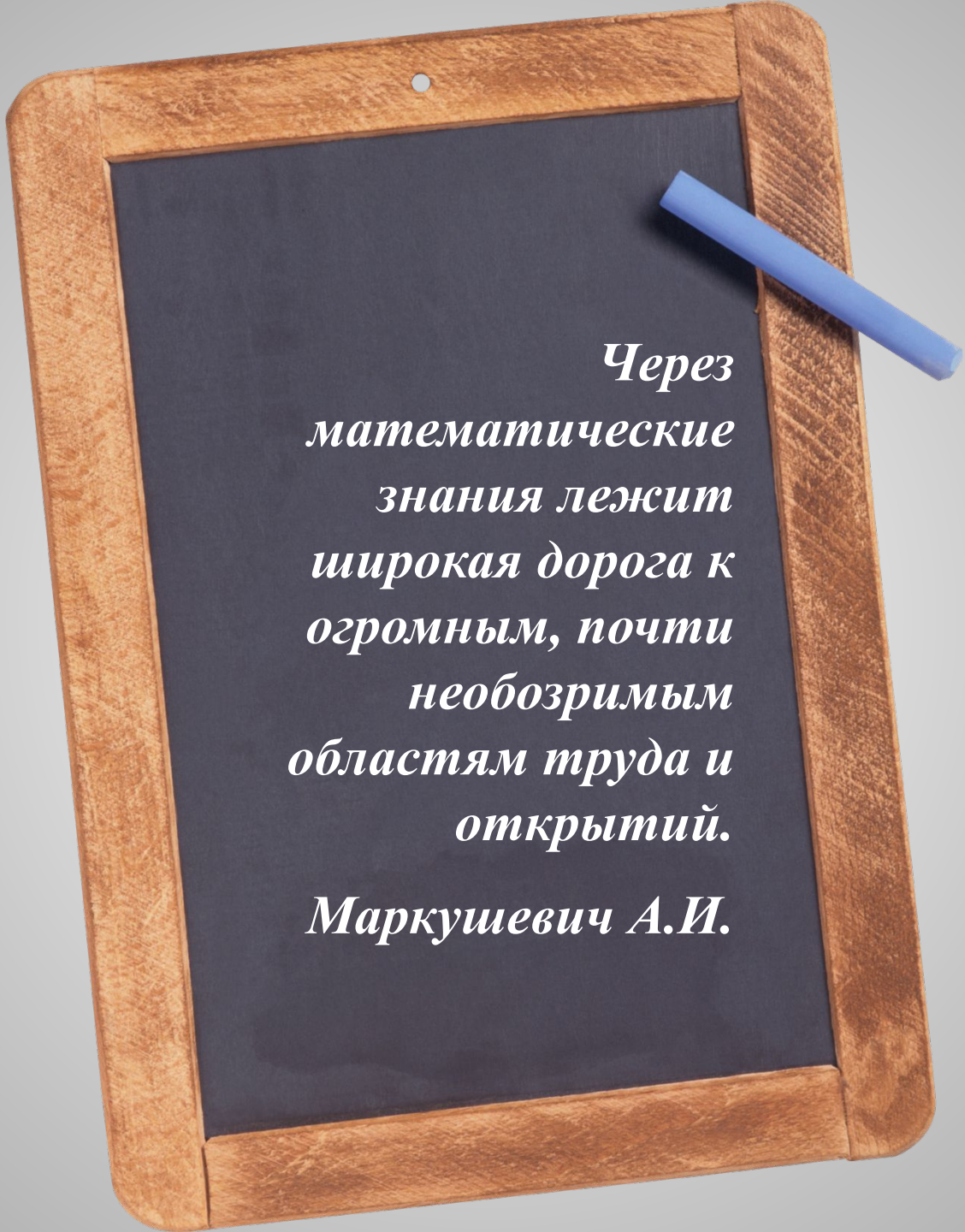


НАИБОЛЬШЕЕ И НАИМЕНЬШЕЕ ЗНАЧЕНИЕ ФУНКЦИИ

Преподаватель математики
Каралупова В.Б.
КГБ ПОУ «АТК»
П.Ярославский
2017г.



*Через
математические
знания лежит
широкая дорога к
огромным, почти
необозримым
областям труда и
открытий.*

Маркушевич А.И.



Цели урока:

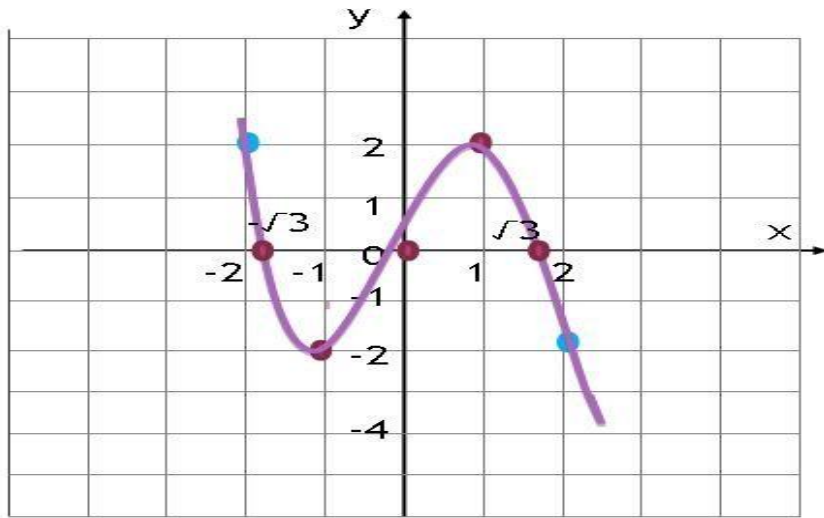
◦ вывести алгоритм нахождения наименьшего и наибольшего значений функции.



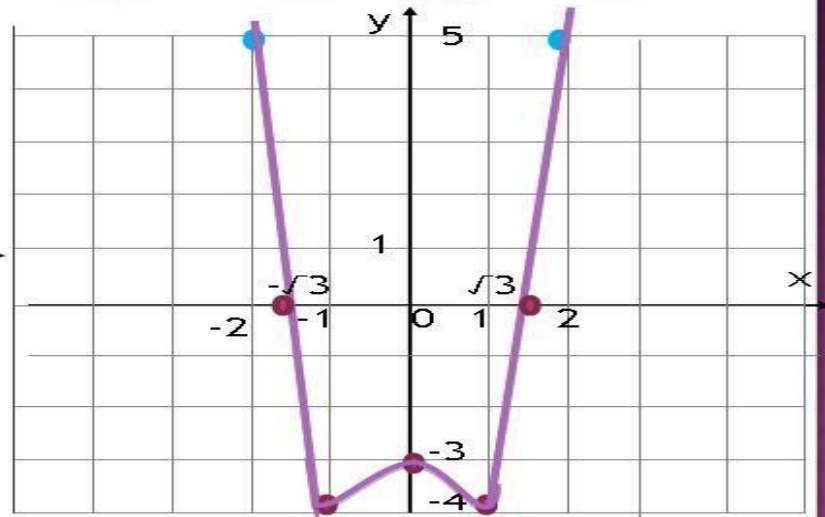
◦ решать задачи на отыскание наибольших и наименьших значений функции.

ИССЛЕДОВАТЬ ФУНКЦИЮ

⊙ $Y = 3x - x^3$



⊙ $Y = x^4 - 2x^2 - 3$



⊙ $X_{MAX} = 1, X_{MIN} = -1$

⊙ $Y(1) = 2, Y(-1) = -2$

⊙ $Y(2) = -2, Y(-2) = 2$

⊙ НАИБОЛЬШЕЕ ЗНАЧЕНИЕ

⊙ $Y(1) = Y(-2) = 2$

⊙ НАИМЕНЬШЕЕ ЗНАЧЕНИЕ

⊙ $Y(2) = Y(-1) = -2$

⊙ $X_{MAX} = 0, X_{MIN} = -1, X_{MIN} = 1$

⊙ $Y(0) = -3, Y(-1) = -4, Y(1) = -4$

⊙ $Y(-2) = 5, Y(2) = 5$

⊙ НАИБОЛЬШЕЕ ЗНАЧЕНИЕ

⊙ $Y(-2) = Y(2) = 5$

⊙ НАИМЕНЬШЕЕ ЗНАЧЕНИЕ

⊙ $Y(-1) = Y(1) = -4$

«Дешифратор»

1	$Y=2x^3$	$Y'=6X^2$ (К) $Y'=6X$ (У) $Y'=12X^2$ (П)
2	$Y=3x^2+1$	$Y'=6X+1$ (Б) $Y'=3X$ (О) $Y'=6X$ (А)
3	$Y=2\sin x$	$Y'=\cos x$ (Л) $Y'=2\cos x$ (Р) $Y'=-2\cos x$ (С)
4	$Y=x^3/3$	$Y'=X^2$ (Ф) $Y'=X^2/3$ (Х) $Y'=3X^2$ (Ч)
5	$Y=1+x$	$Y'=1+X$ (И) $Y'=0$ (М) $Y'=1$ (А)
6	$Y=\cos x+2$	$Y'=\cos x$ (Д) $Y'=-\sin x+2$ (В) $Y'=-\sin x$ (Г)
7	$Y=e^x$	$Y'=1$ (Э) $Y'=e^x$ (Е) $Y'=0$ (Т)
8	$Y=\sqrt{x}$	$Y'=2\sqrt{x}$ (З) $Y'=1/2\sqrt{x}$ (Н) $Y'=-1/2\sqrt{x}$ (Ш)



1	2	3	4	5	6	7	8
Κ	Α	Ρ	Φ	Α	Γ	Ε	Η

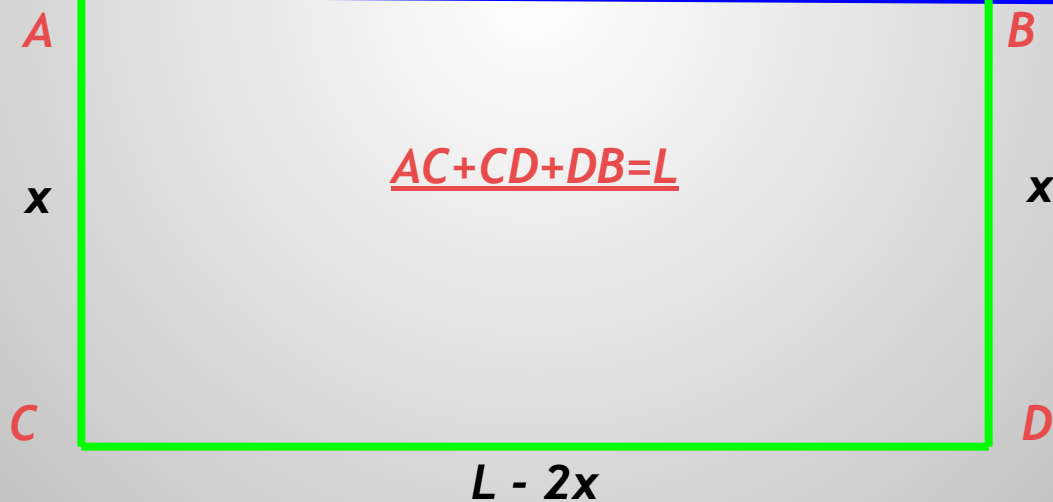
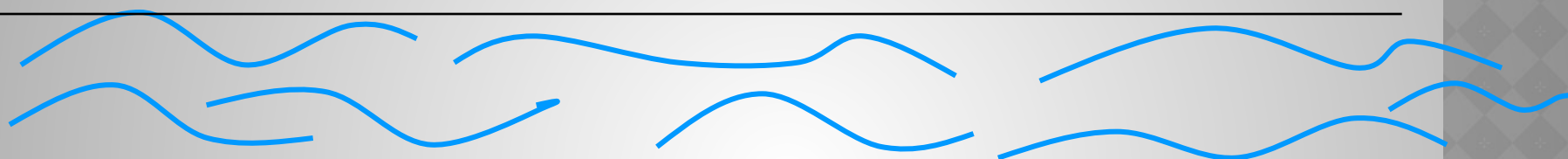
Вопрос: какую наибольшую площадь земли могли купить финикийцы?



Задача.

Одна сторона прямоугольного участка земли примыкает к берегу моря, а три другие огораживаются ремнем, длина которого 600м. Каковы должны быть стороны этого участка, чтобы его площадь была наибольшей?

Переведём задачу на язык математики.



$$S = x(L - 2x)$$

РЕШЕНИЕ:

ЗАДАДИМ ФУНКЦИЮ

$$S(X) = X \cdot (600 - 2X) = 600X - 2X^2$$

НАЙДЕМ ПРОИЗВОДНУЮ

$$S'(X) = 600 - 4X$$

НАЙДЕМ СТАЦИОНАРНЫЕ ТОЧКИ

$$S'(X) = 0$$

$$600 - 4X = 0$$

$$-4X = -600$$

$$X = 150$$

НАЙДЕМ ЗНАЧЕНИЕ ФУНКЦИИ

ПРИ $X = 150$

$$S(150) = 150 \cdot (600 - 2 \cdot 150) = 4500 \text{ (м}^2\text{)}$$

«Много ли человеку земли нужно»

Фрагмент рассказа Л.Н. Толстого «Много ли человеку земли нужно» о крестьянине Пахоме, покупавшем землю у башкир.

- А цена какая будет? – говорит Пахом.

- Цена у нас одна: 1000 рублей за день.

Не понял Пахом.

- Какая же это мера – день? Сколько в ней десятин будет?

- Мы этого, – говорит, – не умеем считать. А мы за день продаем; сколько обойдешь за день, то твое, а цена 1000 рублей.

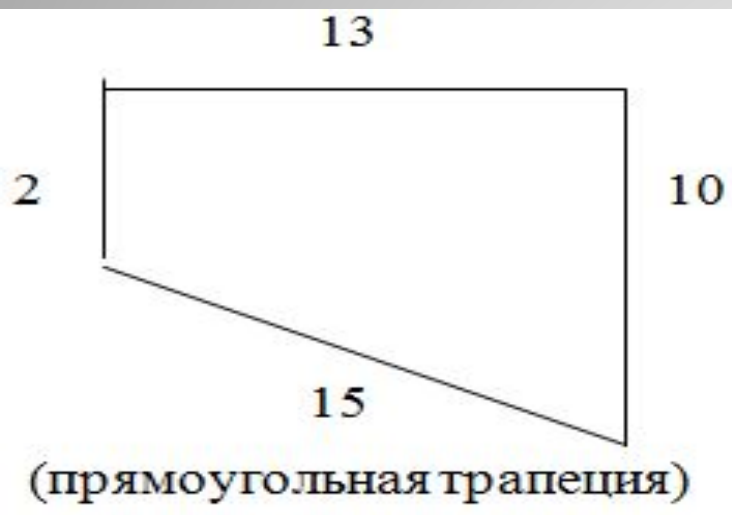
Удивился Пахом.

- Да ведь это, – говорит, – в день обойти земли много будет.

Засмеялся старшина.

- Вся твоя, – говорит. – Только один уговор: если назад не придешь в день к тому месту, с какого возьмешься, пропали твои деньги.

Фигура, которая получилась у Пахома, изображена на рисунке



$$P=40 \text{ км}$$

$$S=(a+b)/2 * h$$

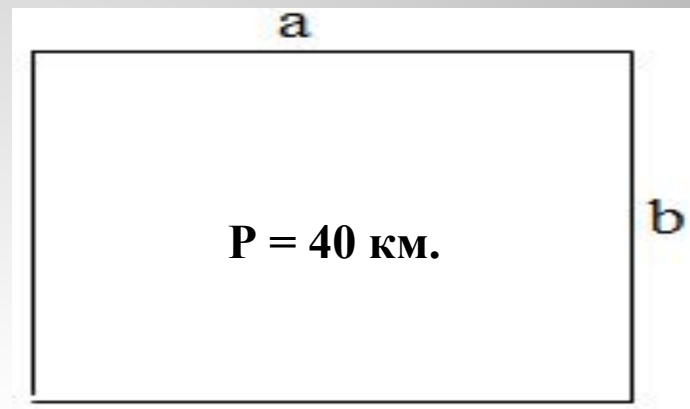
$$S=(2+10)/2 * 13=78 \text{ (км}^2\text{)}$$

Проверим, наибольшую ли площадь при этом получил бы Пахом (с учетом того, что участки обычно имеют форму прямоугольника)?



СОСТАВИМ МАТЕМАТИЧЕСКУЮ МОДЕЛЬ:

а – первая сторона,
20 – а – вторая сторона



$$S = a (20 - a) = - a^2 + 20 a.$$

$$S' = - 2a + 20 = 0,$$

$$a = 10.$$

$$S=10*(20-10)=100 \text{ (км}^2\text{)}$$

*наибольший четырехугольник – квадрат, т.е.
наибольшая площадь – 100 м².*

Выводы

1. Если функция непрерывна на отрезке, то она достигает на нем и своего наибольшего, и своего наименьшего значений.
2. Наибольшего и наименьшего значений непрерывная функция может достигать как на концах отрезка, так и внутри него.
3. Если наибольшее (или наименьшее) значение достигается внутри отрезка, то только в стационарной или критической точке.



Для стоянки машин выделили площадку прямоугольной формы, примыкающую одной стороной к стене здания. Площадку обнесли с трех сторон металлической сеткой длиной 200 м, и площадь ее при этом оказалась наибольшей. Каковы размеры площадки?



$$L=200 \text{ м}$$

а-длина стороны
ограждения;

в-другая сторона

$S=a \cdot v$ - площадь прямоугольника

в-?

Окно имеет форму
прямоугольника, периметр
которого равен 8 м. Каковы
должны быть размеры окна,
чтобы оно пропускало наибольшее
количество света?



$$P=8 \text{ м}$$

$$a-?$$

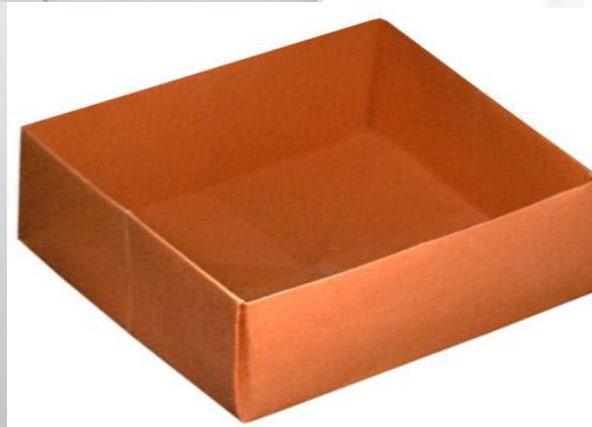
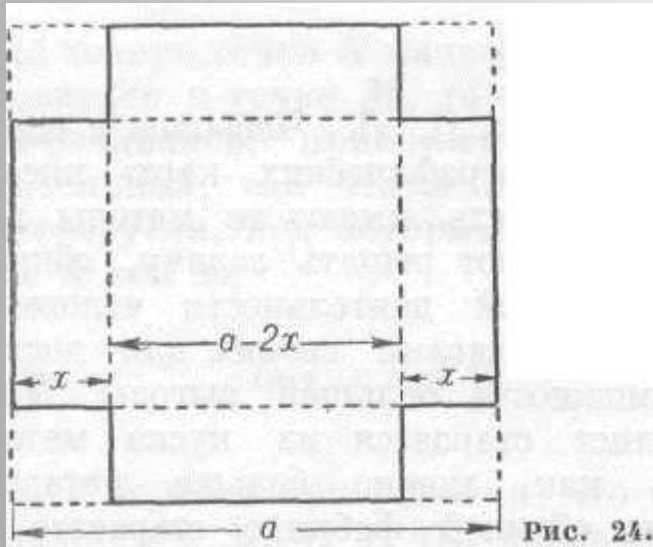
$$b-?$$

АЛГОРИТМ НАХОЖДЕНИЯ НАИБОЛЬШЕГО И НАИМЕНЬШЕГО ЗНАЧЕНИЯ ФУНКЦИИ

Чтобы найти наибольшее и наименьшее значения функции надо :

- 1.Найти производную данной функции.
- 2.Найти критические точки функции.
- 3.Вычислить значения функции на концах данного отрезка.
- 4.Вычислить значения функции в тех критических точках, которые принадлежат заданному отрезку.
- 5.Среди найденных значений функции выбрать наибольшее и наименьшее.

ИЗ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ЛИСТА ЖЕСТИ
РАЗМЕРОМ 25 X 40 СМ НАДО
ИЗГОТОВИТЬ ОТКРЫТУЮ КОРОБКУ
НАИБОЛЬШЕГО ОБЪЕМА.



Решение.

Обозначим сторону вырезаемых по углам квадратов через x .

Дном коробки является прямоугольник, стороны которого равны $a = 25 - 2x$ и $b = 40 - 2x$.

Высота коробки равна x .

$V = (25 - 2x)(40 - 2x)x$, т.е. является функцией от переменной x .

$$y = (25 - 2x)(40 - 2x)x = 4x^3 - 130x^2 + 1000x$$

ОДЗ: $(0; 12,5)$.

Найдем экстремумы этой функции.

$$y' = (4x^3 - 130x^2 + 1000x)' = 12x^2 - 260x + 1000$$

$$12x^2 - 260x + 1000 = 0$$

Критические точки функции $x = 162/3$ – не входит в область определения функции.

$$x_2 = 5$$

$$V(5) = 2250 \text{ см}^3.$$

РЕШЕНИЕ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ ЗАДАНИЙ:

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x \quad \text{на отрезке } [-2;1]$$

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9 \quad \text{на отрезке } [-2;2]$$

$$f(x) = x^3 + \frac{3}{x} \quad \text{на отрезке } [1/2;2]$$

Домашнее задание:

ЗАДАНИЕ 1

НАЙТИ НАИБОЛЬШЕЕ И НАИМЕНЬШЕЕ ЗНАЧЕНИЕ ФУНКЦИИ

$Y = X^3 - 3X^2 - 45X + 1$ НА $[-4; 6]$ БЕЗ ПОСТРОЕНИЯ ГРАФИКА ●

ЗАДАНИЕ 2

РЕКЛАМНЫЙ ЩИТ ИМЕЕТ ФОРМУ ПРЯМОУГОЛЬНИКА $S = 9 \text{ м}^2$.
ИЗГОТОВЬТЕ ЩИТ В ВИДЕ ПРЯМОУГОЛЬНИКА С НАИМЕНЬШИМ
ПЕРИМЕТРОМ.

СПАСИБО ЗА УРОК