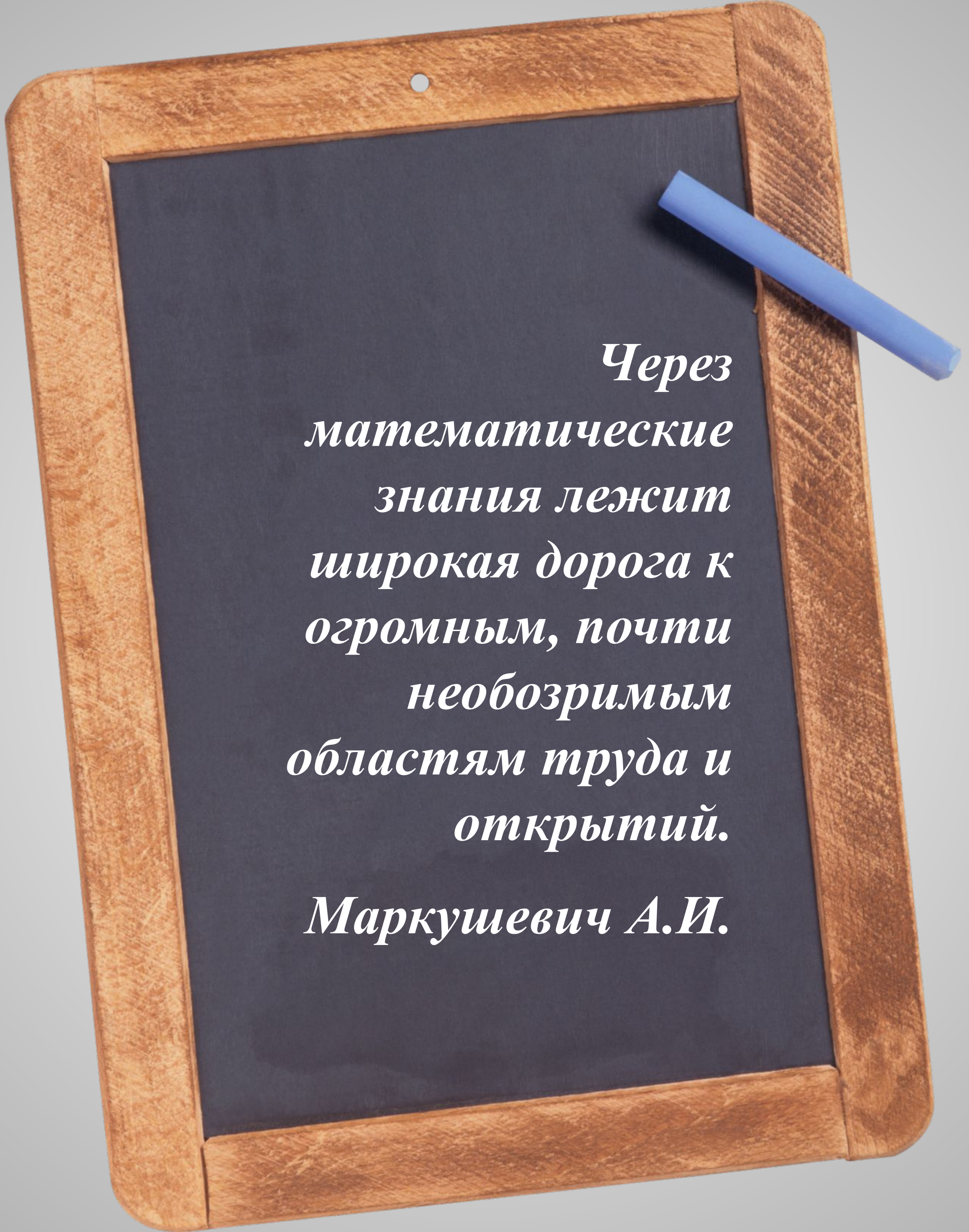
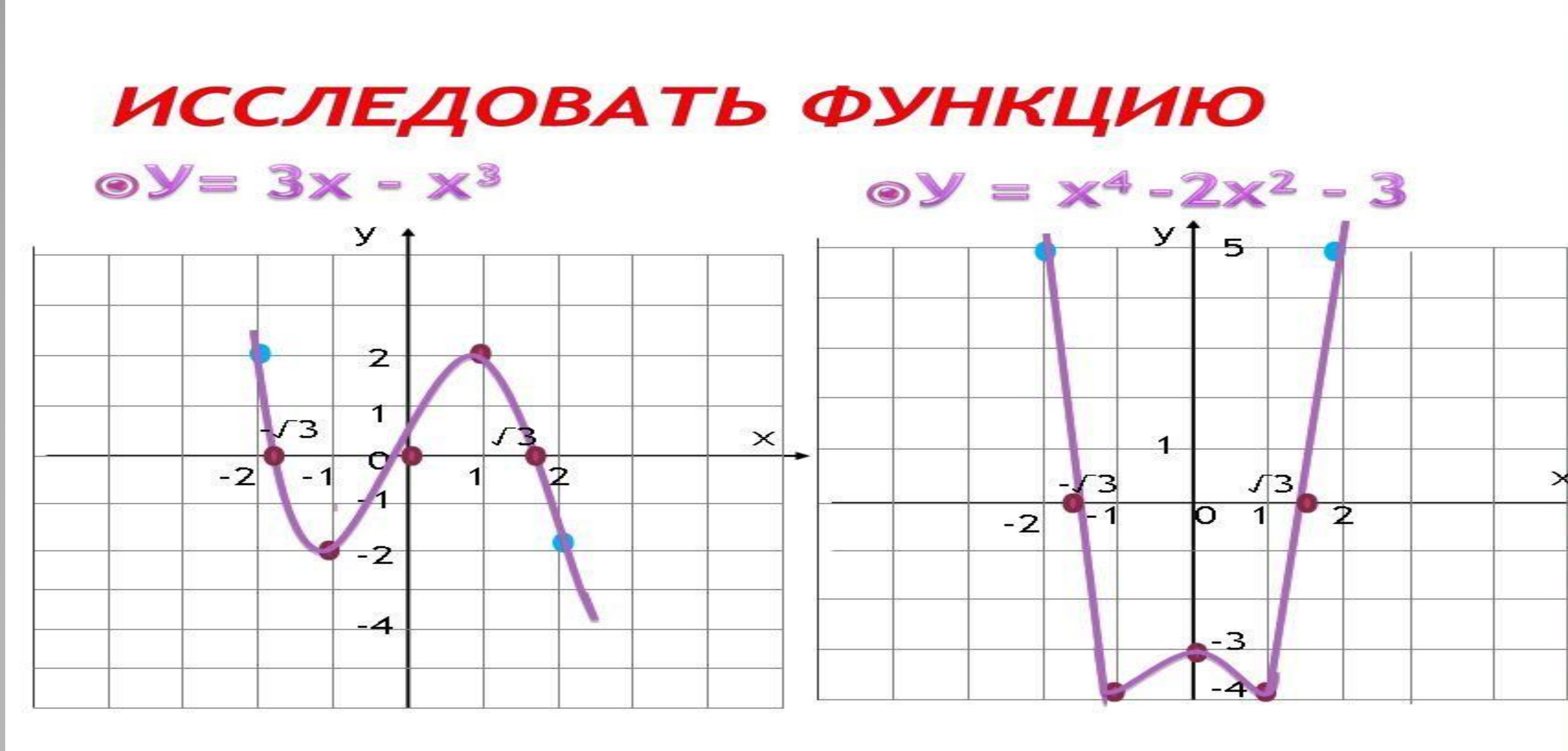
НАИБОЛЬШЕЕ И НАИМЕНЬШЕЕ ЗНАЧЕНИЕ ФУНКЦИИ

Преподаватель математики
Каралупова В.Б.
КГБ ПОУ «АТК»
П.Ярославский
2017г.


Через математические знания лежит широкая дорога к огромным, почти необозримым областям труда и открытий.
Маркушевич А.И.

Цели урока:

- вывести алгоритм нахождения наименьшего и наибольшего значений функции.
- решать задачи на отыскание наибольших и наименьших значений функции.



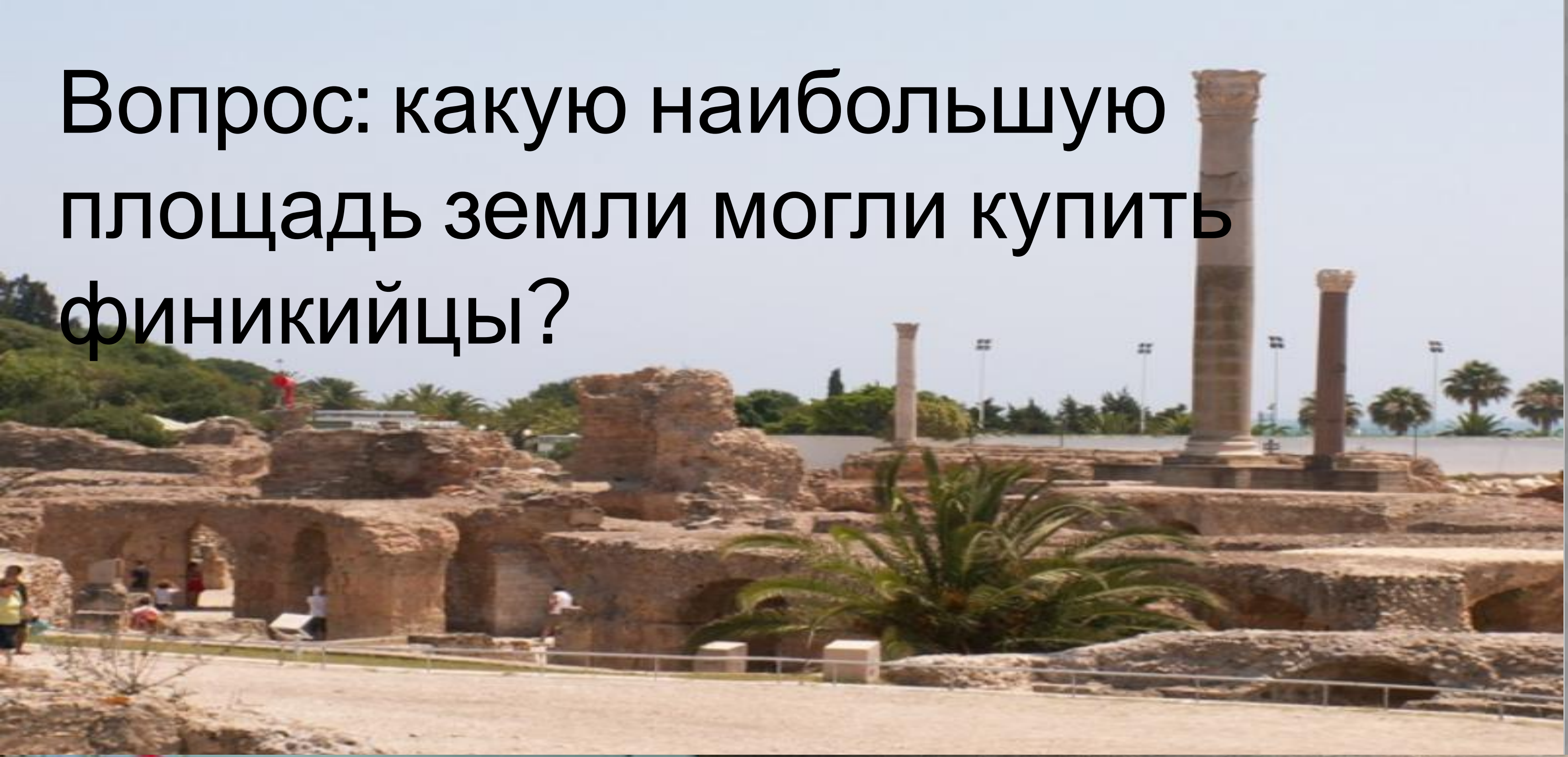
- $X_{MAX}=1$, $X_{MIN}=-1$ $X_{MAX}=0$, $X_{MIN}=-1$ $X_{MIN}=1$
- У(1)=2, У(-1)=-2 Y(0)=-3 Y(-1)=-4 Y(1)=-4
- У(2)=-2, У(-2)=2 Y(-2)=5 Y(2)=5
- НАИБОЛЬШЕЕ ЗНАЧЕНИЕ НАИБОЛЬШЕЕ ЗНАЧЕНИЕ
- Y(1)=Y(-2)=2 Y(-2)=Y(2)=5
- НАИМЕНЬШЕЕ ЗНАЧЕНИЕ НАИМЕНЬШЕЕ ЗНАЧЕНИЕ
- Y(2)=Y(-1)=-2 Y(-1)=Y(1)=-4

«Дешифратор»

1	$У=2x^3$	$У'=6X^2$(К) $У'=6X$ (У) $У'=12X^2$(П)
2	$У=3x^2+1$	$У'= 6X+1$(Б) $У'=3X$ (О) $У'= 6X$ (А)
3	$У=2sinx$	$У'=COSX$(Л) $У'= 2COSX$(Р) $У'= -2COSX$ (С)
4	$У=x^3/3$	$У'= X^2$(Ф) $У'= X^2/3$(Х) $У'= 3X^2$(Ч)
5	$У=1+x$	$У'= 1+X$ (И) $У'=0$ (М) $У'= 1$(А)
6	$У=cosx+2$	$У'=COSX$ (Д) $У'= -SINX+2$ (В) $У'= -SINX$ (Г)
7	$У=e^x$	$У'=1$(Э) $У'= e^x$ (Е) $У'= 0$ (Т)
8	$У=\sqrt{x}$	$У'= 2\sqrt{X}$ (З) $У'= 1/2\sqrt{X}$ (Н) $У'= -1/2\sqrt{X}$ (Ш)

1	2	3	4	5	6	7	8
К	А	Р	Ф	А	Г	Е	Н

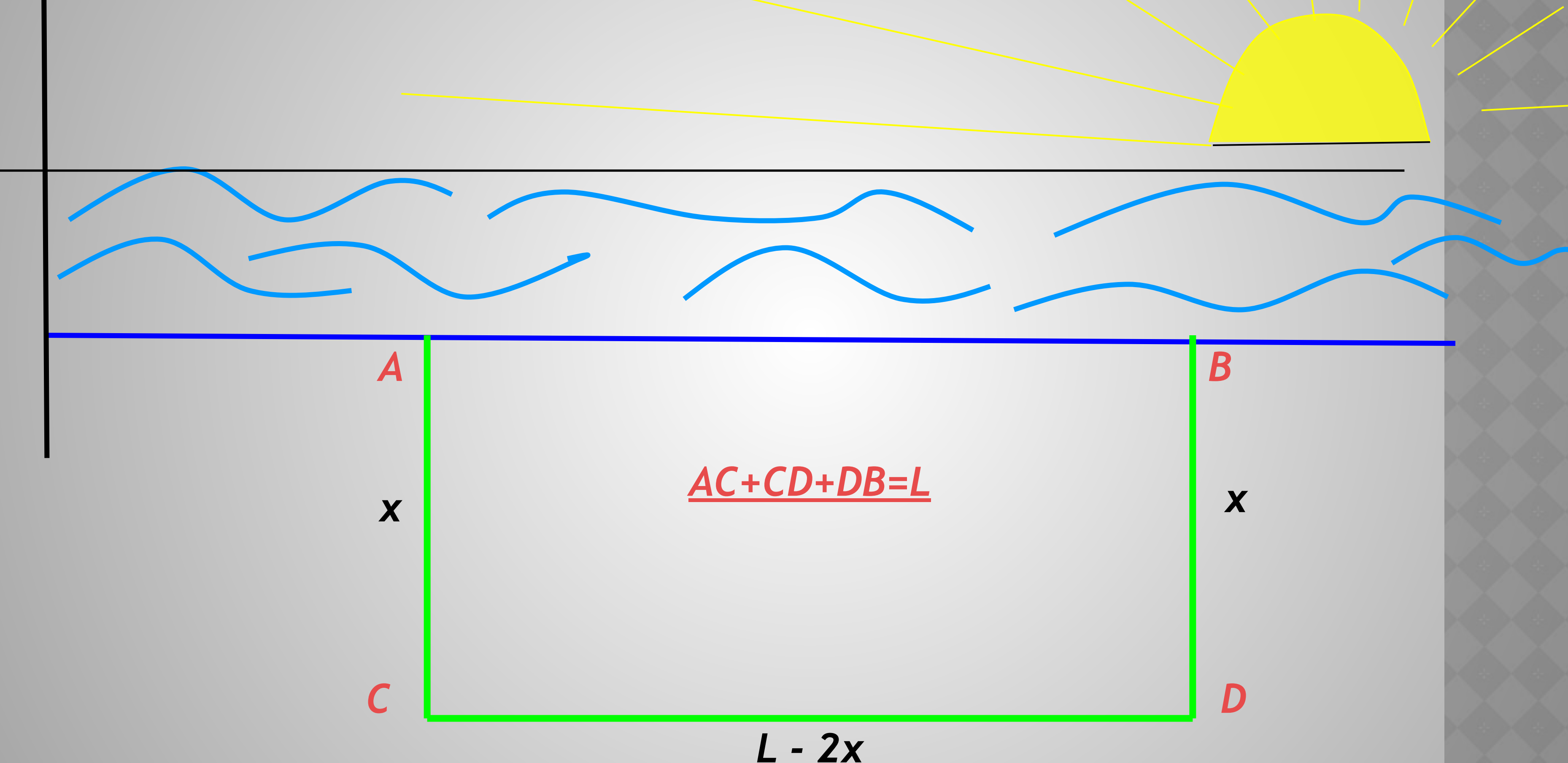
Вопрос: какую наибольшую площадь земли могли купить финикийцы?



Задача.

Одна сторона прямоугольного участка земли примыкает к берегу моря, а три другие огораживаются ремнем, длина которого 600м. Каковы должны быть стороны этого участка, чтобы его площадь была наибольшей?

Переведём задачу на язык математики.



$$S = x(L-2x)$$

РЕШЕНИЕ:

ЗАДАДИМ ФУНКЦИЮ

$S(X)=X*(600-2X)=600X-2X^2$

НАЙДЕМ ПРОИЗВОДНУЮ

$S'(X)=600-4X$

НАЙДЕМ СТАЦИОНАРНЫЕ ТОЧКИ

$S'(X)=0$

$600-4X=0$

$-4X=-600$

$X=150$

НАЙДЕМ ЗНАЧЕНИЕ ФУНКЦИИ ПРИ X=150

$S(150)=150*(600-2*150)=4500$ (м^2)

«Много ли человеку земли нужно»

Фрагмент рассказа Л.Н. Толстого «Много ли человеку земли нужно» о крестьянине Пахоме, покупавшем землю у башкир.

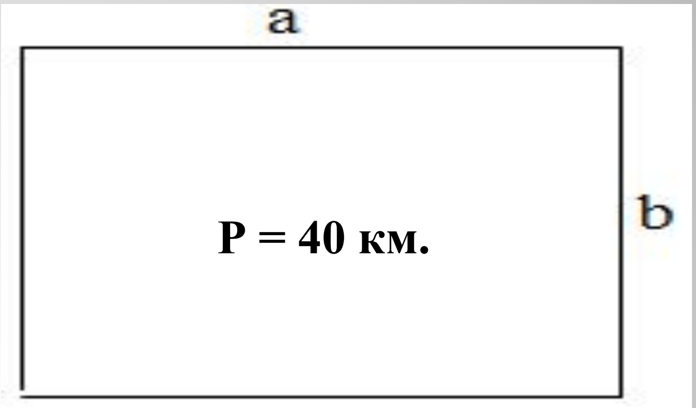
- А цена какая будет? – говорит Пахом.
- Цена у нас одна: 1000 рублей за день.
Не понял Пахом.
- Какая же это мера – день? Сколько в ней десятин будет?
- Мы этого, – говорит, - не умеем считать. А мы за день продаем; сколько обойдешь за день , то твое, а цена 1000 рублей.
Удивился Пахом.
- Да ведь это, - говорит, - в день обойти земли много будет.
Засмеялся старшина.
- Вся твоя, - говорит. – Только один уговор: если назад не придешь в день к тому месту, с какого возьмешься, пропали твои деньги.

Фигура, которая получилась у Пахома, изображена на рисунке

P=40 км
S=(a+b)/2*h
S=(2+10)/2*13=78 (км²)

Проверим, наибольшую ли площадь при этом получил бы Пахом (с учетом того, что участки обычно имеют форму прямоугольника)?

СОСТАВИМ МАТЕМАТИЧЕСКУЮ МОДЕЛЬ:



а – первая сторона,
20 – а – вторая сторона

$$S = a\,(20 - a) = - a^2 + 20\,a.$$
$$S' = - 2a + 20 = 0,$$
$$a = 10.$$
$$S=10*(20-10)=100\ (км^2)$$

наибольший четырехугольник – квадрат, т.е. наибольшая площадь – 100 м².

Выводы

1.Если функция непрерывна на отрезке, то она достигает на нем и своего наибольшего, и своего наименьшего значений.

2.Наибольшего и наименьшего значений непрерывная функция может достигать как на концах отрезка, так и внутри него.

3.Если наибольшее (или наименьшее) значение достигается внутри отрезка, то только в стационарной или критической точке.

Для стоянки машин выделили площадку прямоугольной формы, примыкающую одной стороной к стене здания. Площадку обнесли с трех сторон металлической сеткой длиной 200 м, и площадь ее при этом оказалась наибольшей. Каковы размеры площадки?

L=200 м

а-длина стороны ограждения;

в-другая сторона

S=а*в- площадь прямоугольника

в-?

Окно имеет форму прямоугольника, периметр которого равен 8 м. Каковы должны быть размеры окна, чтобы оно пропускало наибольшее количество света?

Р=8 м

а-?

в-?

АЛГОРИТМ НАХОЖДЕНИЯ НАИБОЛЬШЕГО И НАИМЕНЬШЕГО ЗНАЧЕНИЯ ФУНКЦИИ

Чтобы найти наибольшее и наименьшее значения функции надо :

- 1.Найти производную данной функции.
- 2.Найти критические точки функции.
- 3.Вычислить значения функции на концах данного отрезка.
- 4.Вычислить значения функции в тех критических точках, которые принадлежат заданному отрезку.
- 5.Среди найденных значений функции выбрать наибольшее и наименьшее.

ИЗ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ЛИСТА ЖЕСТИ РАЗМЕРОМ 25 Х 40 СМ НАДО ИЗГОТОВИТЬ ОТКРЫТУЮ КОРОБКУ НАИБОЛЬШЕГО ОБЪЕМА.

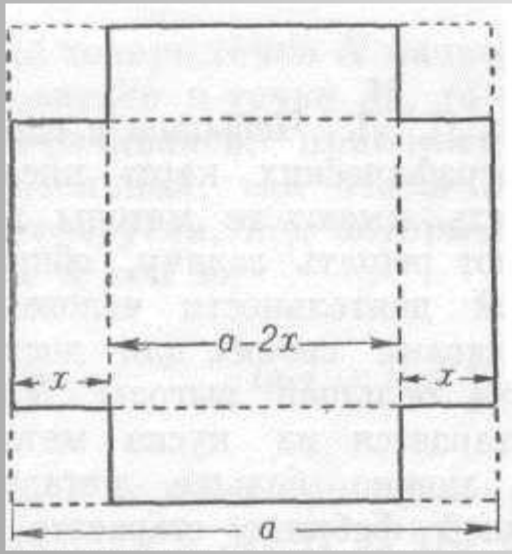
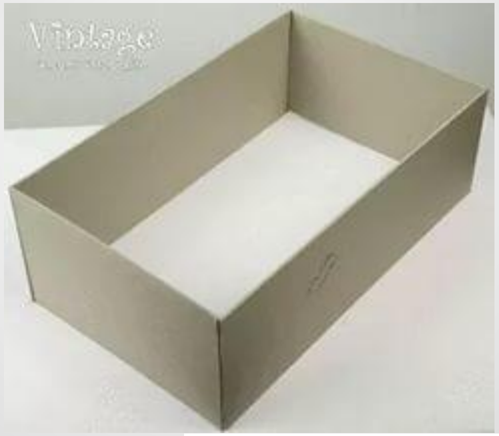


Рис. 24.



Решение.

Обозначим сторону вырезаемых по углам квадратов через x.
Дном коробки является прямоугольник, стороны которого равны а = 25 – 2x и в = 40 – 2x.
Высота коробки равна x.
$V = (25 - 2x)(40 - 2x)x$, т.е. является функцией от переменной x.
$y = (25 - 2x)(40 - 2x)x = 4x^3 - 130x^2 + 1000x$
ОДЗ: (0; 12,5).
Найдем экстремумы этой функции.
$y' = (4x^3 - 130x^2 + 1000x)' = 12x^2 - 260x + 1000$
$12x^2 - 260x + 1000 = 0$
Критические точки функции x=162/3 – не входит в область определения функции.
$X_2 = 5$

$V(5) = 2250см^3$.

РЕШЕНИЕ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ ЗАДАНИЙ:

$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x$ *на отрезке [-2;1]*

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9$ *на отрезке [-2;2]*

$f(x) = x^3 + \frac{3}{x}$ *на отрезке [1/2;2]*

Домашнее задание:

ЗАДАНИЕ 1

НАЙТИ НАИБОЛЬШЕЕ И НАИМЕНЬШЕЕ ЗНАЧЕНИЕ ФУНКЦИИ

$У = Х^3 - 3Х^2 - 45Х + 1$ НА $[-4; 6]$ БЕЗ ПОСТРОЕНИЯ ГРАФИКА.

ЗАДАНИЕ 2

РЕКЛАМНЫЙ ЩИТ ИМЕЕТ ФОРМУ ПРЯМОУГОЛЬНИКА $S = 9$ М².

ИЗГОТОВЬТЕ ЩИТ В ВИДЕ ПРЯМОУГОЛЬНИКА С НАИМЕНЬШИМ ПЕРИМЕТРОМ.

СПАСИБО ЗА УРОК