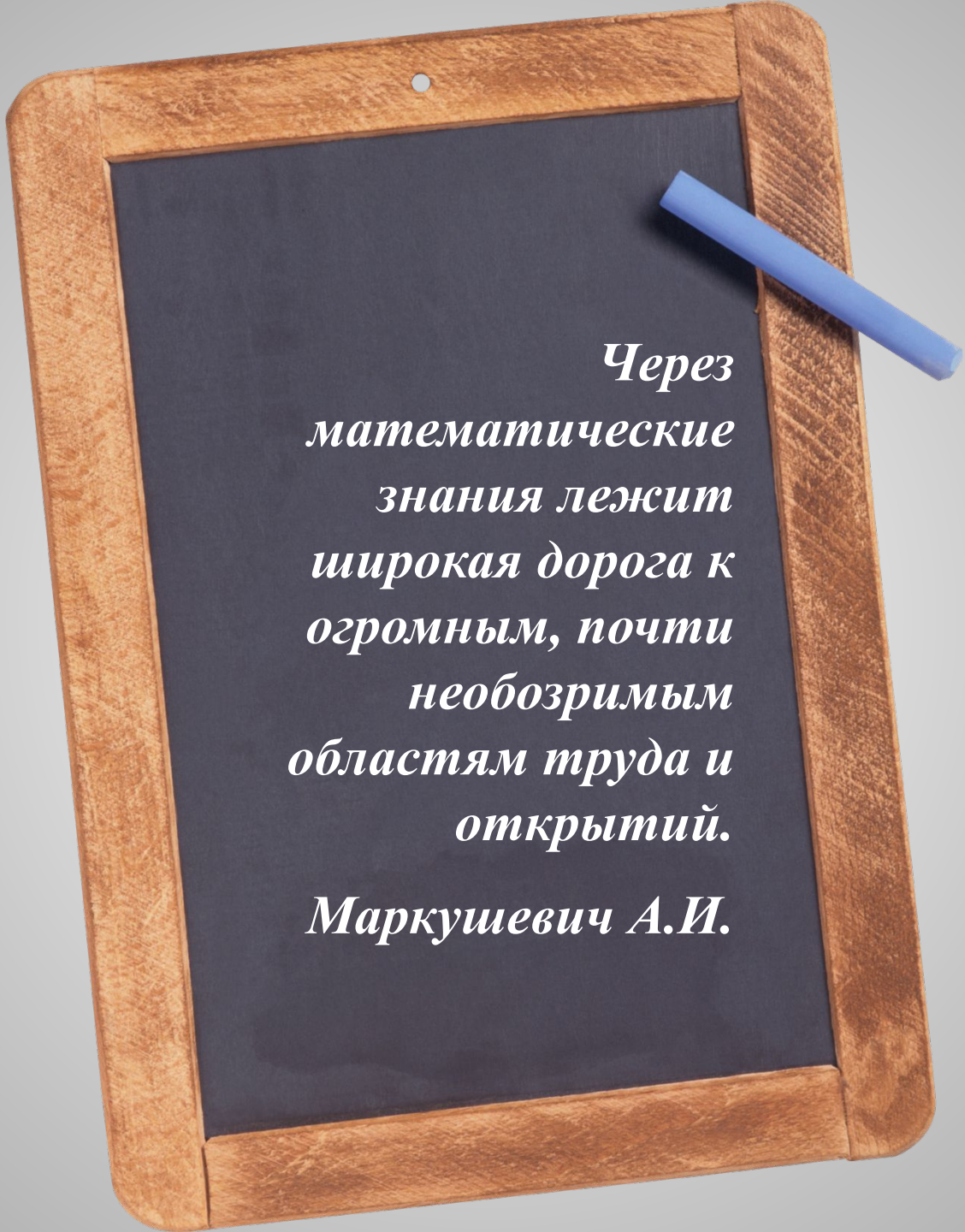


# НАИБОЛЬШЕЕ И НАИМЕНЬШЕЕ ЗНАЧЕНИЕ ФУНКЦИИ

Преподаватель математики  
Каралупова В.Б.  
КГБ ПОУ «АТК»  
П.Ярославский  
2017г.



*Через  
математические  
знания лежит  
широкая дорога к  
огромным, почти  
необозримым  
областям труда и  
открытий.*

*Маркушевич А.И.*



## Цели урока:

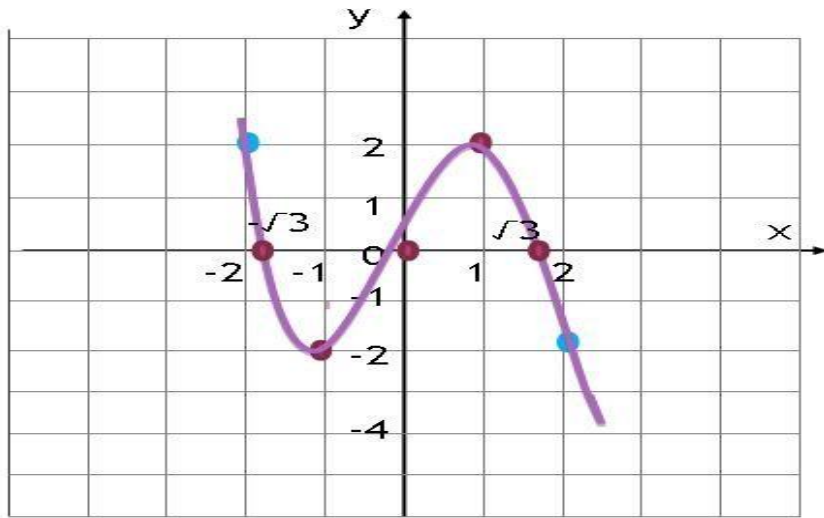
◦ вывести алгоритм нахождения наименьшего и наибольшего значений функции.



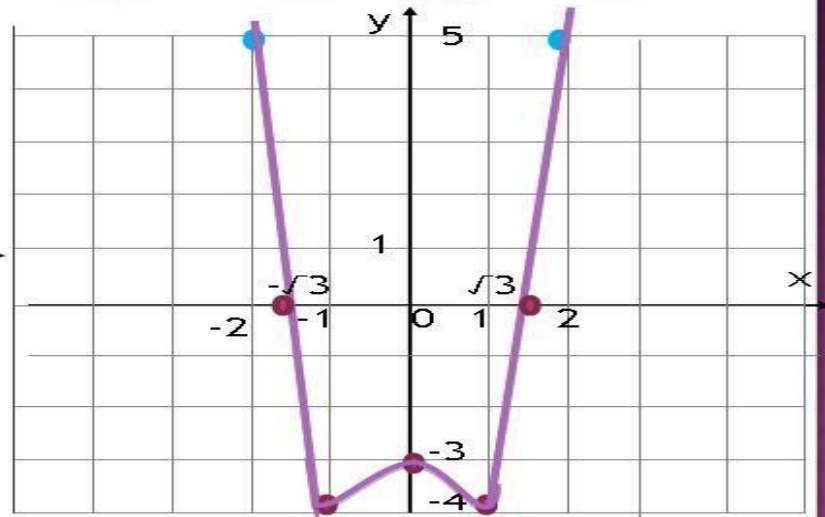
◦ решать задачи на отыскание наибольших и наименьших значений функции.

# ИССЛЕДОВАТЬ ФУНКЦИЮ

⊙  $Y = 3x - x^3$



⊙  $Y = x^4 - 2x^2 - 3$



⊙  $X_{MAX} = 1, X_{MIN} = -1$

⊙  $Y(1) = 2, Y(-1) = -2$

⊙  $Y(2) = -2, Y(-2) = 2$

⊙ НАИБОЛЬШЕЕ ЗНАЧЕНИЕ

⊙  $Y(1) = Y(-2) = 2$

⊙ НАИМЕНЬШЕЕ ЗНАЧЕНИЕ

⊙  $Y(2) = Y(-1) = -2$

⊙  $X_{MAX} = 0, X_{MIN} = -1, X_{MIN} = 1$

⊙  $Y(0) = -3, Y(-1) = -4, Y(1) = -4$

⊙  $Y(-2) = 5, Y(2) = 5$

⊙ НАИБОЛЬШЕЕ ЗНАЧЕНИЕ

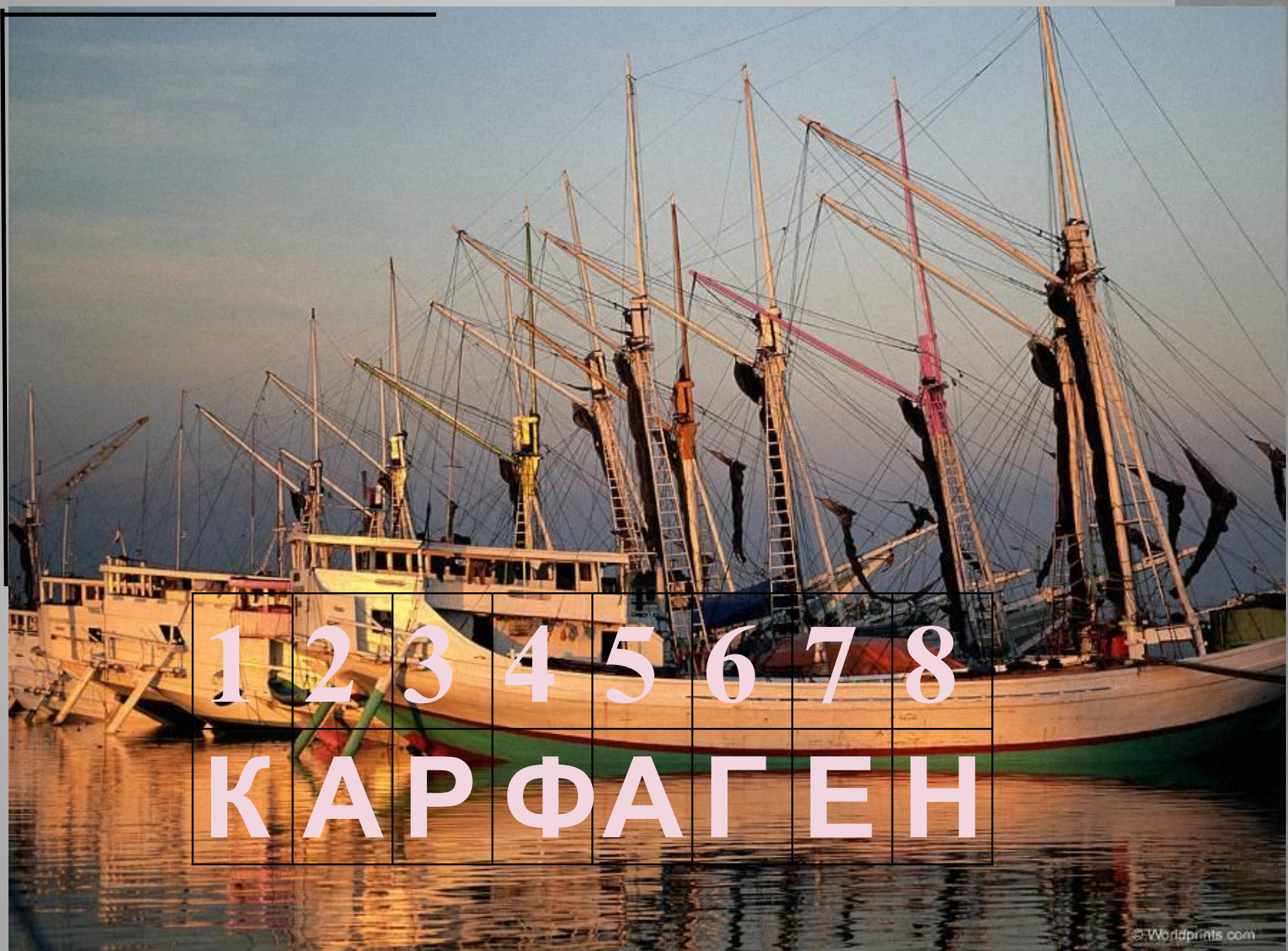
⊙  $Y(-2) = Y(2) = 5$

⊙ НАИМЕНЬШЕЕ ЗНАЧЕНИЕ

⊙  $Y(-1) = Y(1) = -4$

# «Дешифратор»

1	$y=2x^3$	$y'=6x^2$ (К) $y'=6x$ (У) $y'=12x^2$ (П)
2	$y=3x^2+1$	$y'=6x+1$ (Б) $y'=3x$ (О) $y'=6x$ (А)
3	$y=2\sin x$	$y'=\cos x$ (Л) $y'=2\cos x$ (Р) $y'=-2\cos x$ (С)
4	$y=x^3/3$	$y'=x^2$ (Ф) $y'=x^2/3$ (Х) $y'=3x^2$ (Ч)
5	$y=1+x$	$y'=1+x$ (И) $y'=0$ (М) $y'=1$ (А)
6	$y=\cos x+2$	$y'=\cos x$ (Д) $y'=-\sin x+2$ (В) $y'=-\sin x$ (Г)
7	$y=e^x$	$y'=1$ (Э) $y'=e^x$ (Е) $y'=0$ (Т)
8	$y=\sqrt{x}$	$y'=2\sqrt{x}$ (З) $y'=1/2\sqrt{x}$ (Н) $y'=-1/2\sqrt{x}$ (Ш)



1	2	3	4	5	6	7	8
Κ	Α	Ρ	Φ	Α	Γ	Ε	Η

Вопрос: какую наибольшую площадь земли могли купить финикийцы?

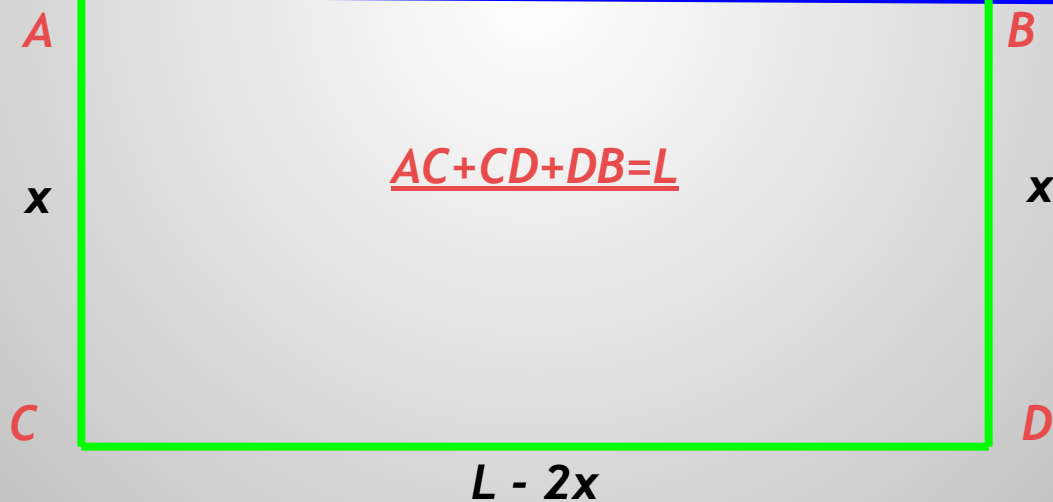
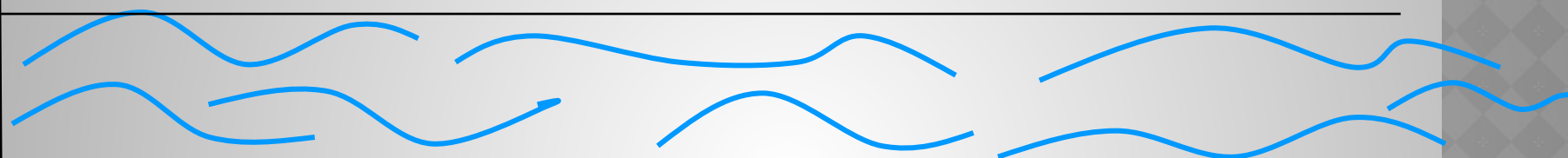


## *Задача.*

Одна сторона прямоугольного участка земли примыкает к берегу моря, а три другие огораживаются ремнем, длина которого 600м. Каковы должны быть стороны этого участка, чтобы его площадь была наибольшей?



Переведём задачу на язык математики.



$$S = x(L - 2x)$$

**РЕШЕНИЕ:**

**ЗАДАДИМ ФУНКЦИЮ**

$$S(X) = X \cdot (600 - 2X) = 600X - 2X^2$$

**НАЙДЕМ ПРОИЗВОДНУЮ**

$$S'(X) = 600 - 4X$$

**НАЙДЕМ СТАЦИОНАРНЫЕ ТОЧКИ**

$$S'(X) = 0$$

$$600 - 4X = 0$$

$$-4X = -600$$

$$X = 150$$

**НАЙДЕМ ЗНАЧЕНИЕ ФУНКЦИИ**

**ПРИ  $X = 150$**

$$S(150) = 150 \cdot (600 - 2 \cdot 150) = 4500 \text{ (м}^2\text{)}$$

# «Много ли человеку земли нужно»

Фрагмент рассказа Л.Н. Толстого «Много ли человеку земли нужно» о крестьянине Пахоме, покупавшем землю у башкир.

*- А цена какая будет? – говорит Пахом.*

*- Цена у нас одна: 1000 рублей за день.*

*Не понял Пахом.*

*- Какая же это мера – день? Сколько в ней десятин будет?*

*- Мы этого, – говорит, – не умеем считать. А мы за день продаем; сколько обойдешь за день, то твое, а цена 1000 рублей.*

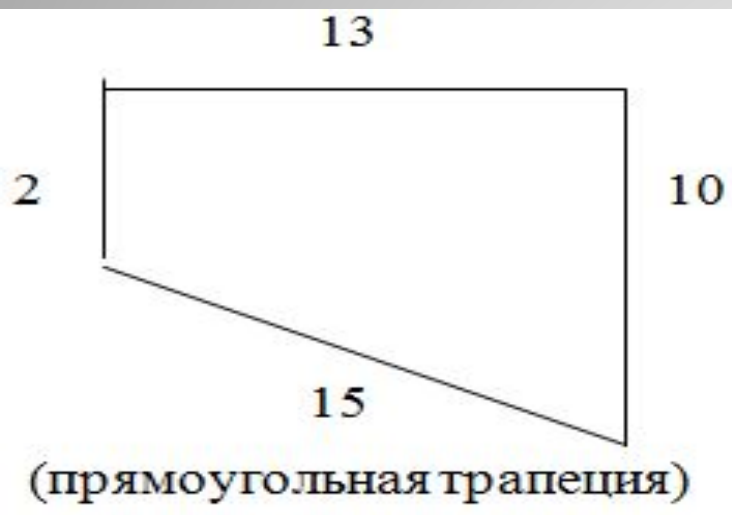
*Удивился Пахом.*

*- Да ведь это, – говорит, – в день обойти земли много будет.*

*Засмеялся старшина.*

*- Вся твоя, – говорит. – Только один уговор: если назад не придешь в день к тому месту, с какого возьмешься, пропали твои деньги.*

**Фигура, которая получилась у Пахома, изображена на рисунке**



$$P=40 \text{ км}$$

$$S=(a+b)/2 * h$$

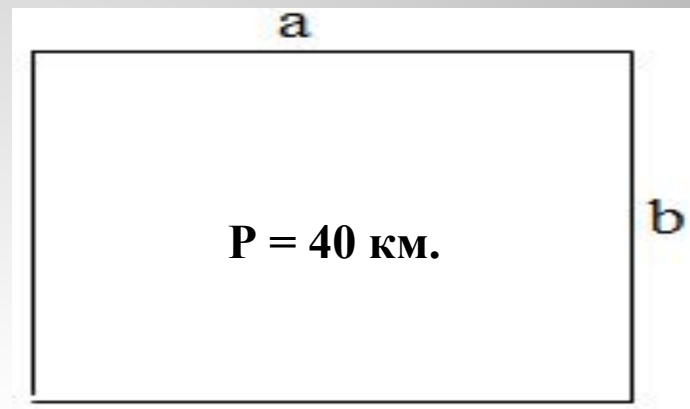
$$S=(2+10)/2 * 13=78 \text{ (км}^2\text{)}$$

Проверим, наибольшую ли площадь при этом получил бы Пахом (с учетом того, что участки обычно имеют форму прямоугольника)?



# СОСТАВИМ МАТЕМАТИЧЕСКУЮ МОДЕЛЬ:

**$a$**  – первая сторона,  
 **$20 - a$**  – вторая сторона



$$S = a(20 - a) = -a^2 + 20a.$$

$$S' = -2a + 20 = 0,$$

$$a = 10.$$

$$S = 10 * (20 - 10) = 100 \text{ (км}^2\text{)}$$

*наибольший четырехугольник – квадрат, т.е.  
наибольшая площадь – 100 м<sup>2</sup>.*

# Выводы

1. Если функция непрерывна на отрезке, то она достигает на нем и своего наибольшего, и своего наименьшего значений.
2. Наибольшего и наименьшего значений непрерывная функция может достигать как на концах отрезка, так и внутри него.
3. Если наибольшее (или наименьшее) значение достигается внутри отрезка, то только в стационарной или критической точке.

Для стоянки машин выделили площадку прямоугольной формы, примыкающую одной стороной к стене здания. Площадку обнесли с трех сторон металлической сеткой длиной 200 м, и площадь ее при этом оказалась наибольшей. Каковы размеры площадки?



$$L=200 \text{ м}$$

а-длина стороны  
ограждения;

в-другая сторона

$S=a \cdot v$ - площадь прямоугольника

в-?

Окно имеет форму  
прямоугольника, периметр  
которого равен 8 м. Каковы  
должны быть размеры окна,  
чтобы оно пропускало наибольшее  
количество света?



$$P=8 \text{ м}$$

$$a-?$$

$$b-?$$

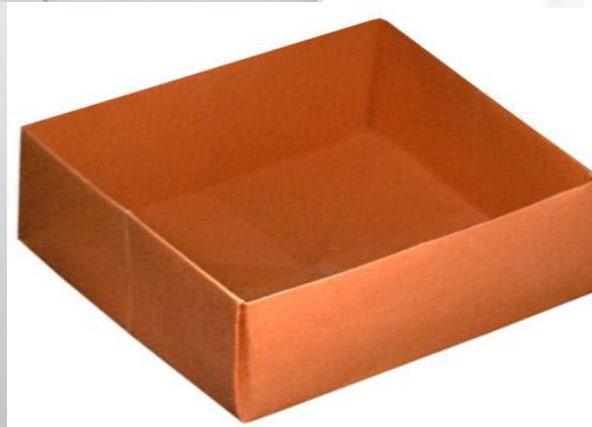
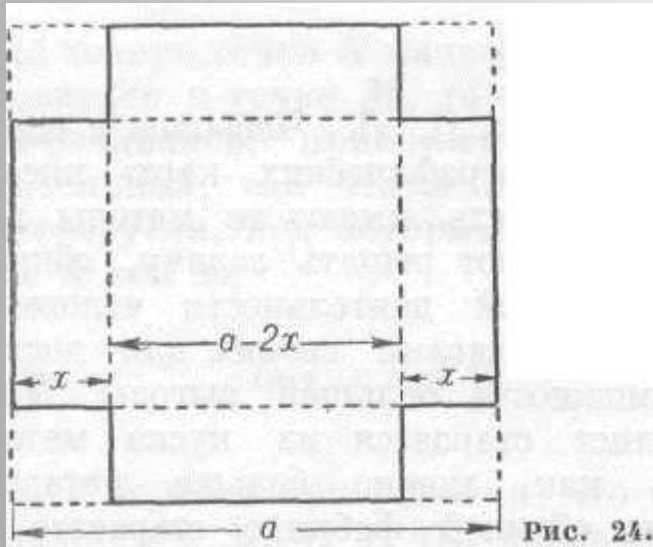


# АЛГОРИТМ НАХОЖДЕНИЯ НАИБОЛЬШЕГО И НАИМЕНЬШЕГО ЗНАЧЕНИЯ ФУНКЦИИ

Чтобы найти наибольшее и наименьшее значения функции надо :

- 1.Найти производную данной функции.
- 2.Найти критические точки функции.
- 3.Вычислить значения функции на концах данного отрезка.
- 4.Вычислить значения функции в тех критических точках, которые принадлежат заданному отрезку.
- 5.Среди найденных значений функции выбрать наибольшее и наименьшее.

ИЗ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ЛИСТА ЖЕСТИ  
РАЗМЕРОМ 25 X 40 СМ НАДО  
ИЗГОТОВИТЬ ОТКРЫТУЮ КОРОБКУ  
НАИБОЛЬШЕГО ОБЪЕМА.



# Решение.

Обозначим сторону вырезаемых по углам квадратов через  $x$ .

Дном коробки является прямоугольник, стороны которого равны  $a = 25 - 2x$  и  $b = 40 - 2x$ .

Высота коробки равна  $x$ .

$V = (25 - 2x)(40 - 2x)x$ , т.е. является функцией от переменной  $x$ .

$$y = (25 - 2x)(40 - 2x)x = 4x^3 - 130x^2 + 1000x$$

ОДЗ:  $(0; 12,5)$ .

Найдем экстремумы этой функции.

$$y' = (4x^3 - 130x^2 + 1000x)' = 12x^2 - 260x + 1000$$

$$12x^2 - 260x + 1000 = 0$$

Критические точки функции  $x = 162/3$  – не входит в область определения функции.

$$x_2 = 5$$

$$V(5) = 2250 \text{ см}^3.$$

# РЕШЕНИЕ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ ЗАДАНИЙ:

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x \quad \text{на отрезке } [-2;1]$$

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9 \quad \text{на отрезке } [-2;2]$$

$$f(x) = x^3 + \frac{3}{x} \quad \text{на отрезке } [1/2;2]$$

# Домашнее задание:

## ЗАДАНИЕ 1

НАЙТИ НАИБОЛЬШЕЕ И НАИМЕНЬШЕЕ ЗНАЧЕНИЕ ФУНКЦИИ

$Y = X^3 - 3X^2 - 45X + 1$  НА  $[-4; 6]$  БЕЗ ПОСТРОЕНИЯ ГРАФИКА ●

## ЗАДАНИЕ 2

РЕКЛАМНЫЙ ЩИТ ИМЕЕТ ФОРМУ ПРЯМОУГОЛЬНИКА  $S = 9 \text{ м}^2$ .  
ИЗГОТОВЬТЕ ЩИТ В ВИДЕ ПРЯМОУГОЛЬНИКА С НАИМЕНЬШИМ  
ПЕРИМЕТРОМ.

**СПАСИБО ЗА УРОК**