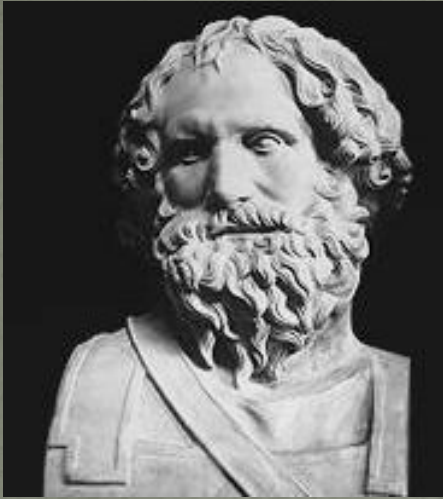


Правильные многогранники

**«Математика есть
прообраз красоты мира».**



Иоганн Кеплер



Архимед
287-212 гг. до н.э.



Евклид
3 век до н.э.



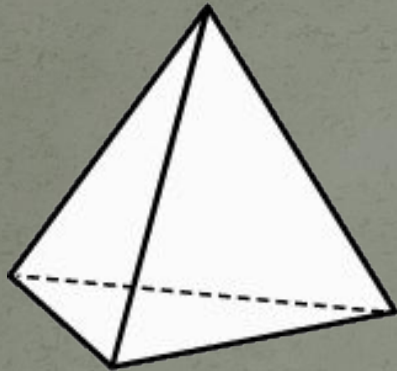
Пифагор
6 век до н.э.



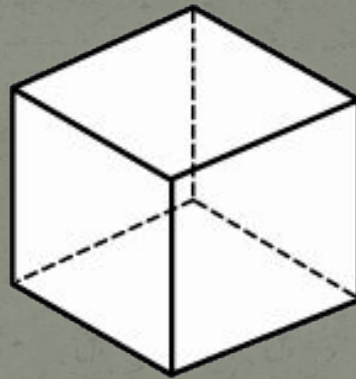
Многогранники были известны в Древнем Египте и Вавилоне. Достаточно вспомнить знаменитые египетские пирамиды и самую известную из них – пирамиду Хеопса. Это правильная пирамида, в основании которой квадрат со стороной 233 м и высота которой достигает 146,5 м. Не случайно говорят, что пирамида Хеопса – немой трактат по геометрии.

**Правильным
многогранником
называется многогранник,
у которого все грани
правильные равные
многоугольники, и все
двугранные углы равны.**

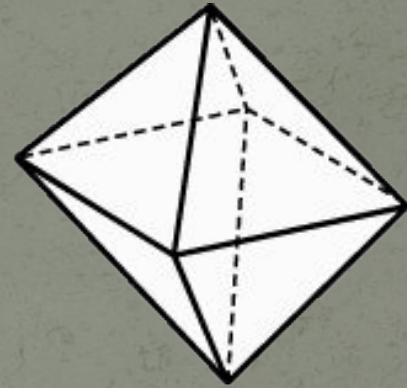
Существует пять видов правильных многогранников: тетраэдр, гексаэдр (куб), октаэдр, додекаэдр, икосаэдр.



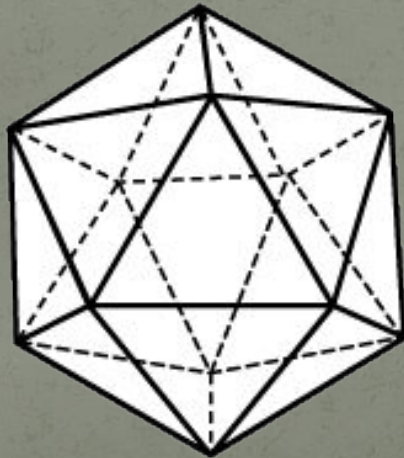
Тетраэдр {3,3}



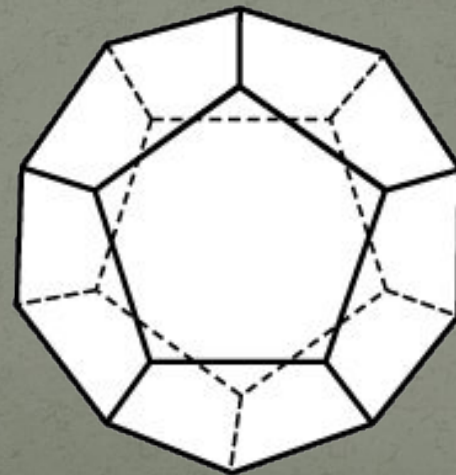
Куб {4,3}



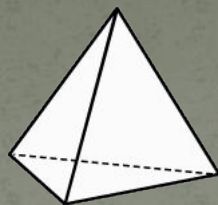
Октаэдр {3,4}



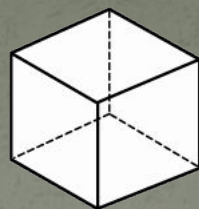
Икосаэдр {3,5}



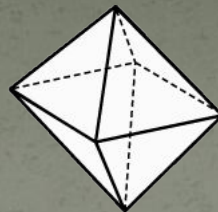
Додекаэдр {5,3}



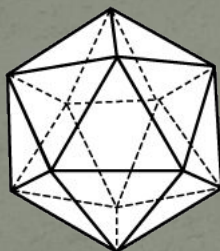
Тетраэдр {3,3}



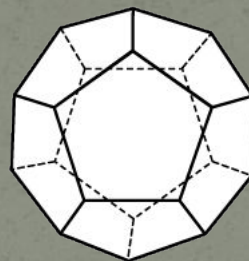
Куб {4,3}



Октаэдр {3,4}



Икосаэдр {3,5}



Додекаэдр {5,3}

Почему правильные многогранники получили такие имена?

Это связано с числом их граней.

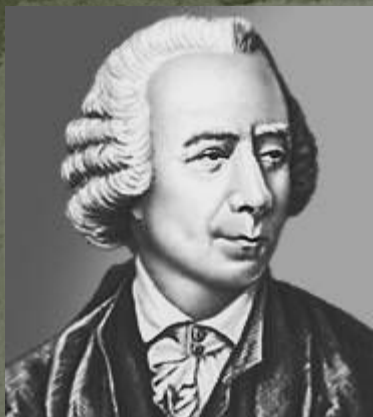
Тетраэдр имеет 4 грани, в переводе с греческого "тетра" - четыре, "эдрон" - грань.

Гексаэдр (куб) имеет 6 граней, "гекса" – шесть.

Октаэдр - восьмигранник, "окто" – восемь.

Додекаэдр - двенадцатигранник, "додека" - двенадцать;

Икосаэдр имеет 20 граней, "икоси" - двадцать.



Эйлер Леонард

1707-1783 гг.

Теорема Эйлера о числе граней, вершин и ребер выпуклого многогранника:

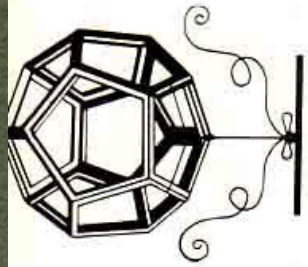
для любого выпуклого многогранника справедливо соотношение $G+V-P=2$, где G -число граней, V -число вершин, P -число рёбер данного многогранника.

Теорему Эйлера историки математики называют первой теоремой топологии - крупного раздела современной математики.

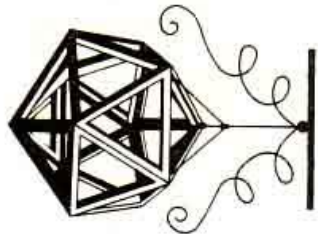


Пифагорейцы считали правильные многогранники божественными фигурами и использовали в своих философских сочинениях: первоосновам бытия - огню, земле, воздуху, воде придавалась форма соответственно тетраэдра, куба, октаэдра, икосаэдра, а вся Вселенная имела форму додекаэдра. Их поражала красота, совершенство, гармония этих фигур.

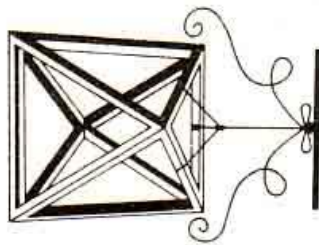
ВСЕЛЕННАЯ



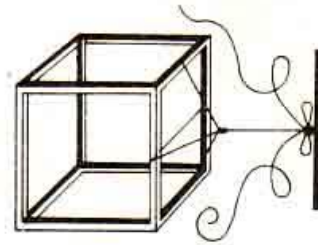
ВОЛА



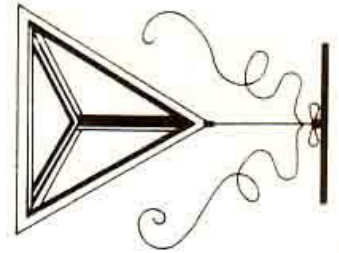
ВОЗДУХ



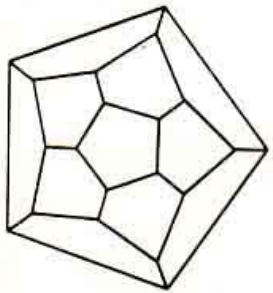
ЗЕМЛЯ



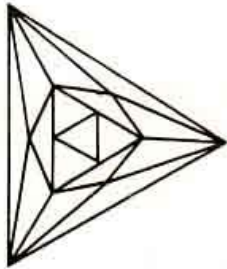
ОГОНЬ



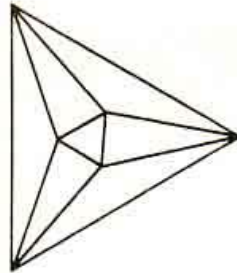
ДОДЕКАЭДР



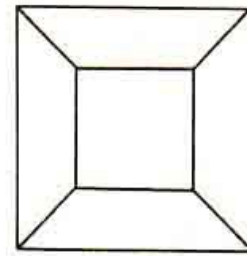
ИКОСАЭДР



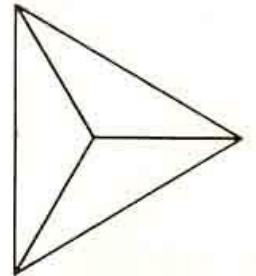
ОКТАЭДР



КУБ



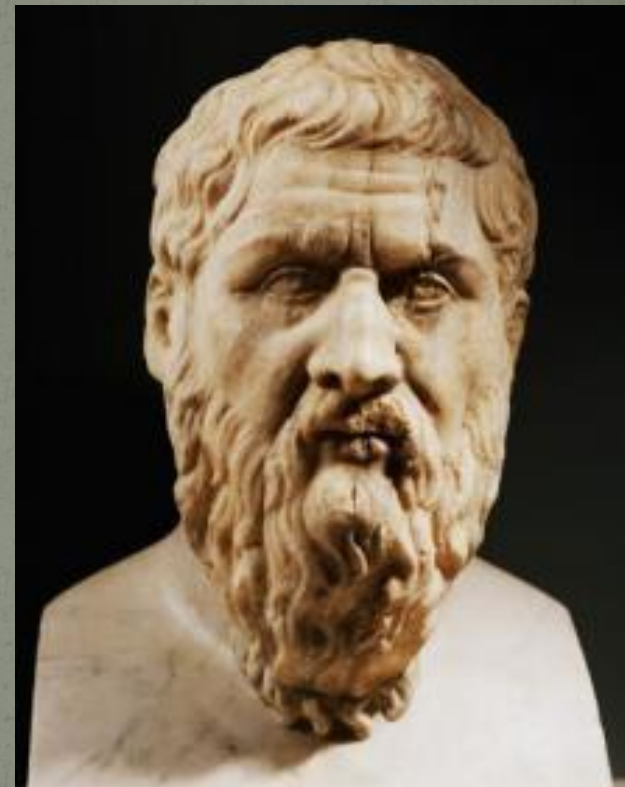
ТЕТРАЭДР



Позже учение
пифагорейцев о
правильных
многогранниках изложил
в своих трудах другой
древнегреческий учёный,
философ - идеалист
Платон.

С тех пор правильные
многогранники стали
называться

Платоновыми телами.

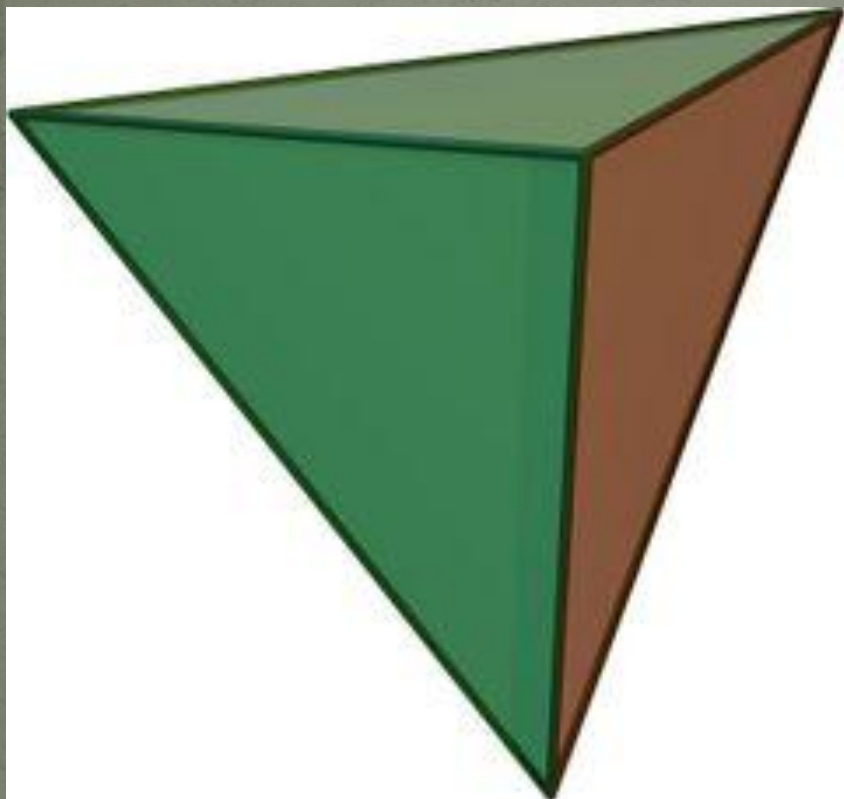


Платон
(428 – 348 г. до н.э.)

Правильным многогранникам посвящена последняя, XIII книга знаменитого труда Евклида. Существует версия, что Евклид написал первые 12 книг для того, чтобы читатель понял написанную в XIII книге теорию правильных многогранников, которую историки математики называют «венцом «Начал». Здесь установлено существование всех пяти типов правильных многогранников, путей их построения и доказано, что других правильных многогранников не существует.

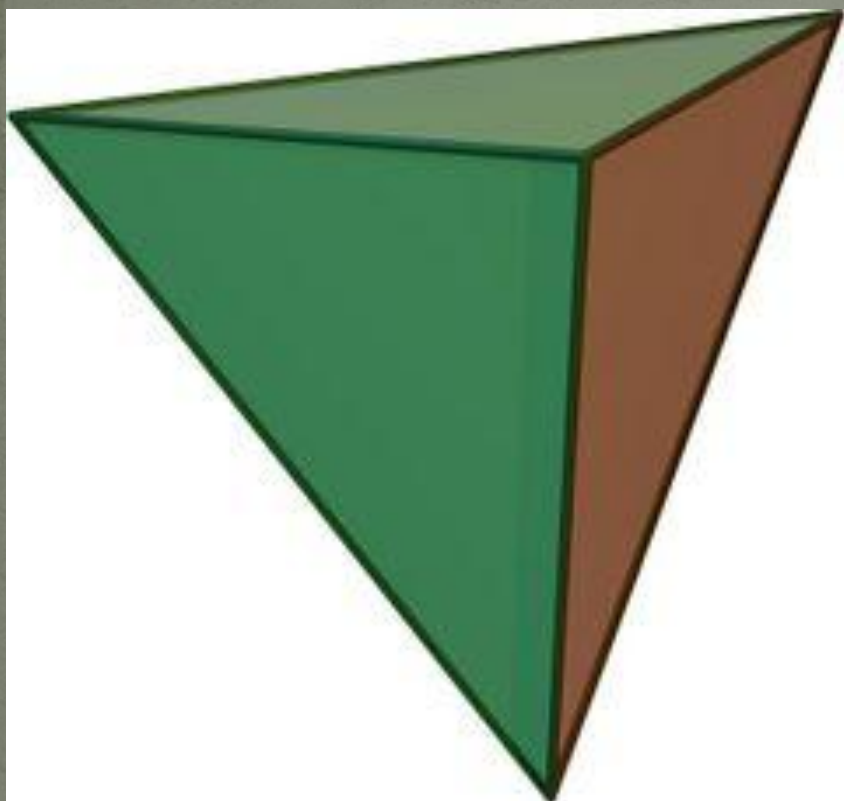


Правильный тетраэдр



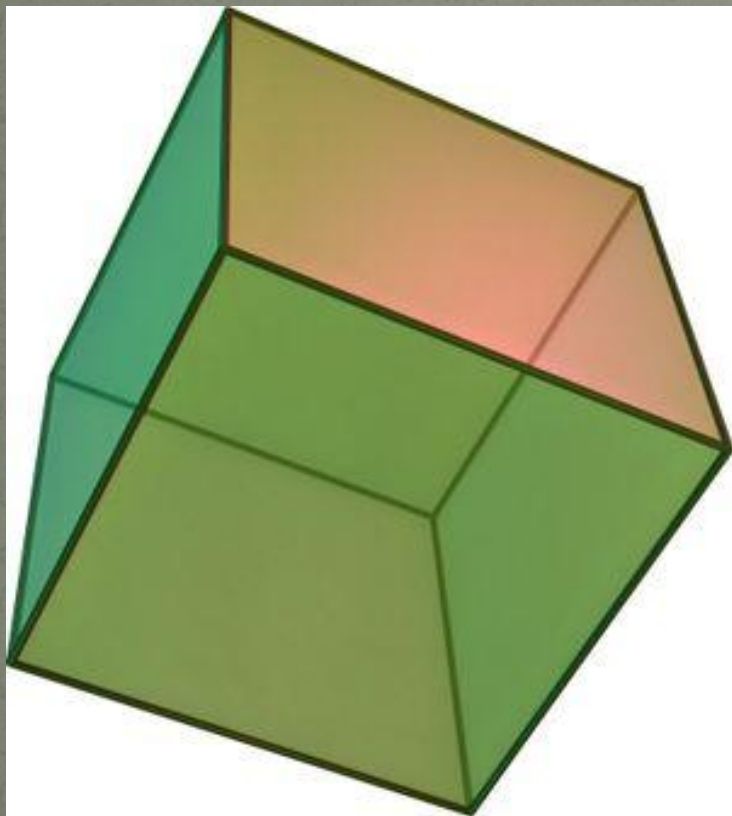
Тип	Правильный многогранник
Грань	Правильный треугольник
Вершин	4
Рёбер	6
Граней	4
Граней при вершине	3
Длина ребра	a

Правильный тетраэдр



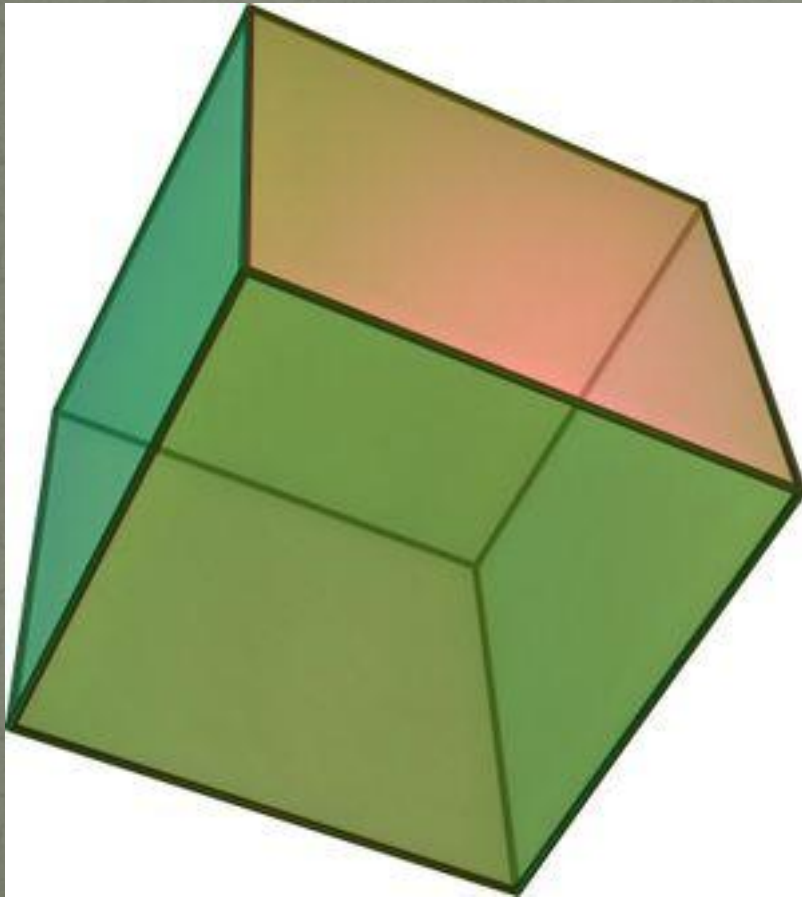
Тип	Правильный многогранник
Площадь поверхности	$\sqrt{3}a^2$
Объём	$\frac{\sqrt{2}}{12}a^3$
Радиус вписанной сферы	$\frac{\sqrt{6}}{12}a$
Радиус описанной сферы	$\frac{\sqrt{6}}{4}a$
Угол наклона грани	$\arctan 2\sqrt{2} \approx \frac{29}{74}\pi$
Угол наклона ребра	$\arctan \sqrt{2} \approx \frac{7}{23}\pi$
Двойственный многогранник	Тетраэдр

Куб



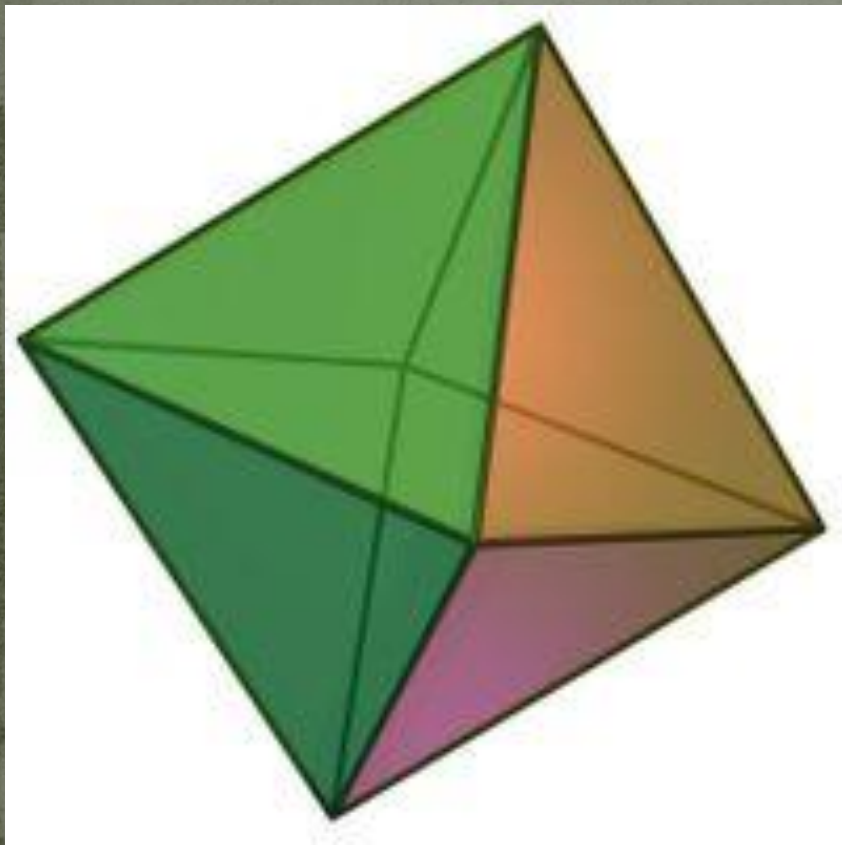
Тип	Правильный многогранник
Грань	Квадрат
Вершин	8
Рёбер	12
Граней	6
Граней при вершине	3
Длина ребра	a

Куб



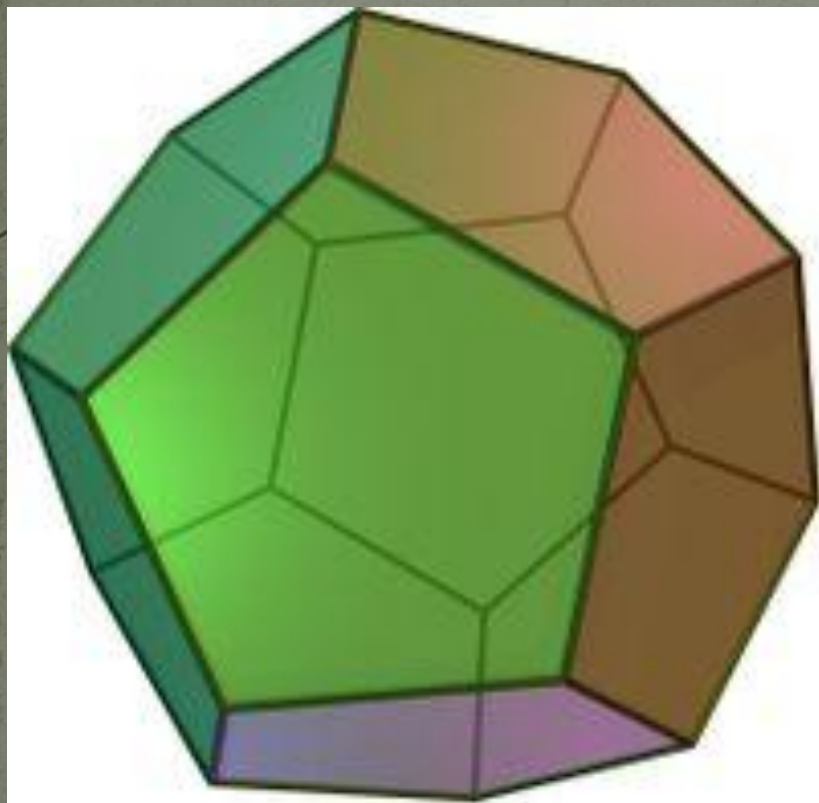
Тип	Правильный многогранник
Площадь поверхности	$6a^2$
Объём	a^3
Радиус вписанной сферы	$\frac{1}{2}a$
Радиус описанной сферы	$\frac{\sqrt{3}}{2}a$
Угол наклона грани	$\frac{\pi}{2}$
Угол наклона ребра	$\frac{\pi}{2}$
Двойственный многогранник	Октаэдр

Октаэдр



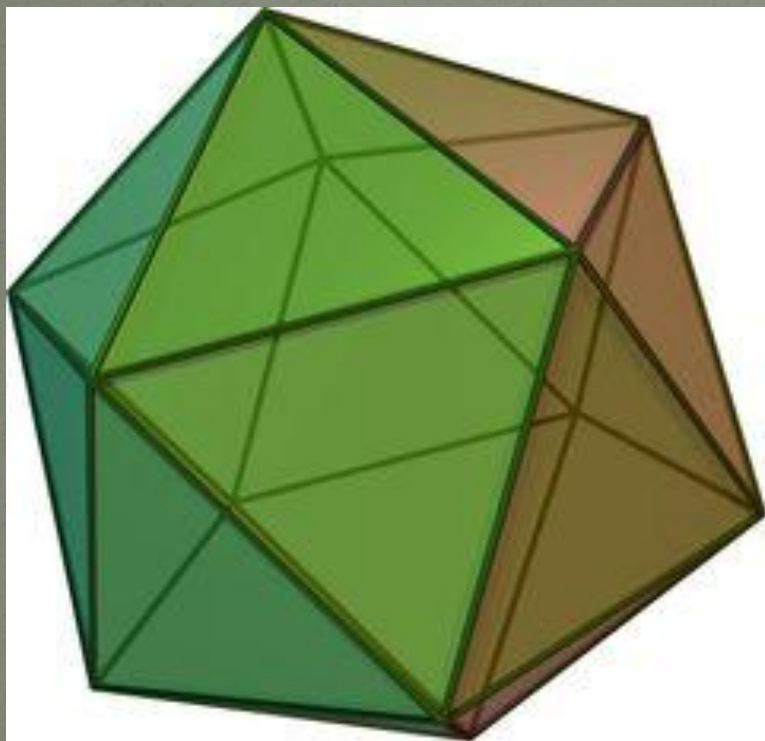
Тип	Правильный многогранник
Грань	Треугольник
Граней	8
Рёбер	12
Вершин	6
Граней при вершине	4
Двойственный многогранник	Куб

Додекаэдр



Тип	Правильный многогранник
Грань	Правильный пятиугольник
Граней	12
Рёбер	30
вершин	20
Граней при вершине	3
Двойственный многогранник	Икосаэдр

Икосаэдр

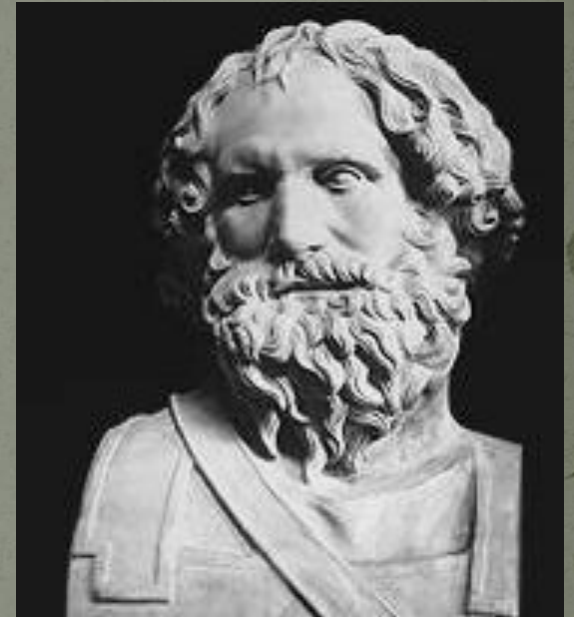


Тип	Правильный многогранник
Грань	Правильный треугольник
Граней	20
Рёбер	30
Вершин	12
Граней при вершине	5
Двойственный многогранник	Додекаэдр

Но есть и такие многогранники, у которых все многогранные углы равны, а грани - правильные, но разноимённые правильные многоугольники. Многогранники такого типа называются

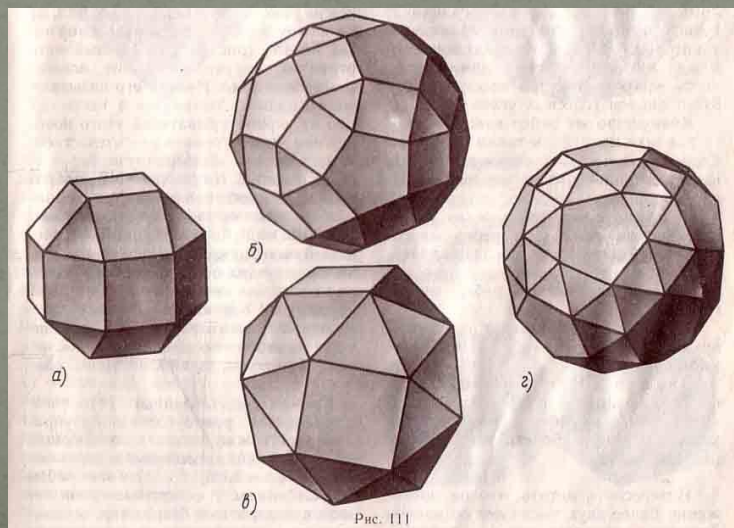
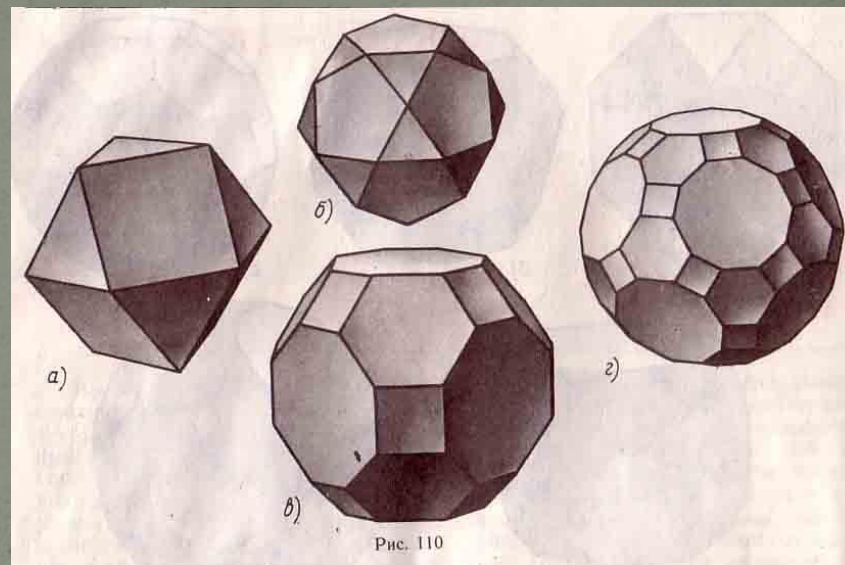
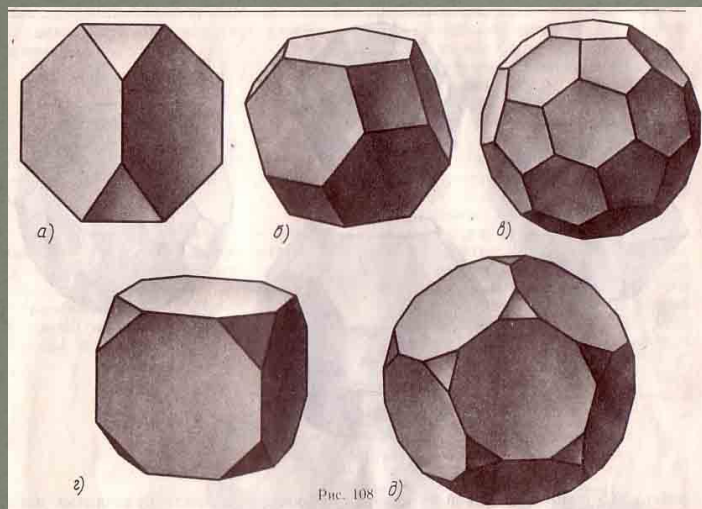
**равноугольно
полуправильными
многогранниками.**

Впервые многогранники такого типа открыл Архимед. Им подробно описаны 13 многогранников, которые позже в честь великого учёного были названы **телами Архимеда.**



Полуправильные многогранники:
усечённый тетраэдр, усечённый
октаэдр, усечённый икосаэдр,
усечённый куб, усечённый додекаэдр,
кубооктаэдр, икосододекаэдр,
усечённый кубооктаэдр, усечённый
икосододекаэдр, ромбокубооктаэдр,
ромбоикосододекаэдр, "плосконосый"
(курносый) куб, "плосконосый"
(курносый) додекаэдр.

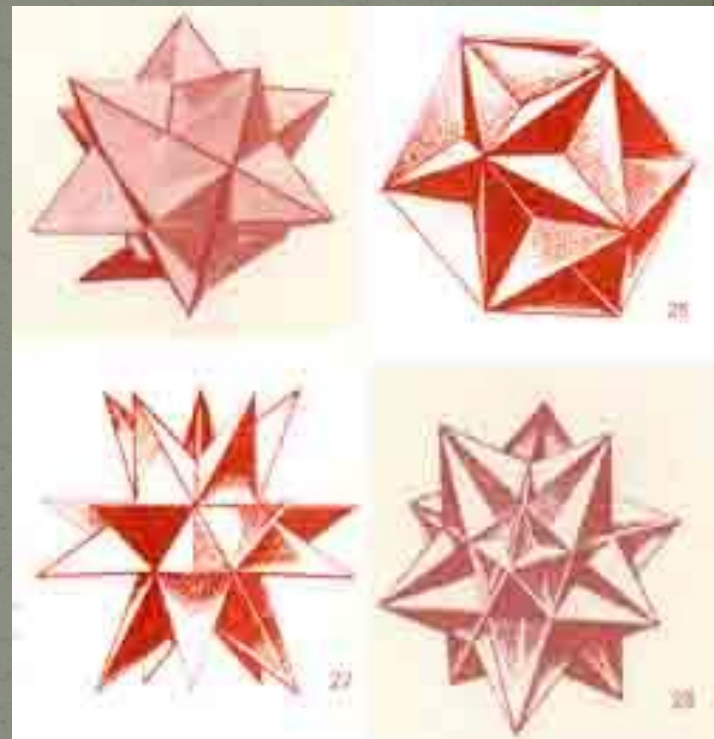
Тела Архимеда



Кроме полуправильных многогранников из правильных многогранников - Платоновых тел, можно получить так называемые правильные звездчатые многогранники. Их всего четыре, они называются также телами Кеплера-Пуансо.

Тела Кеплера - Пуансо.

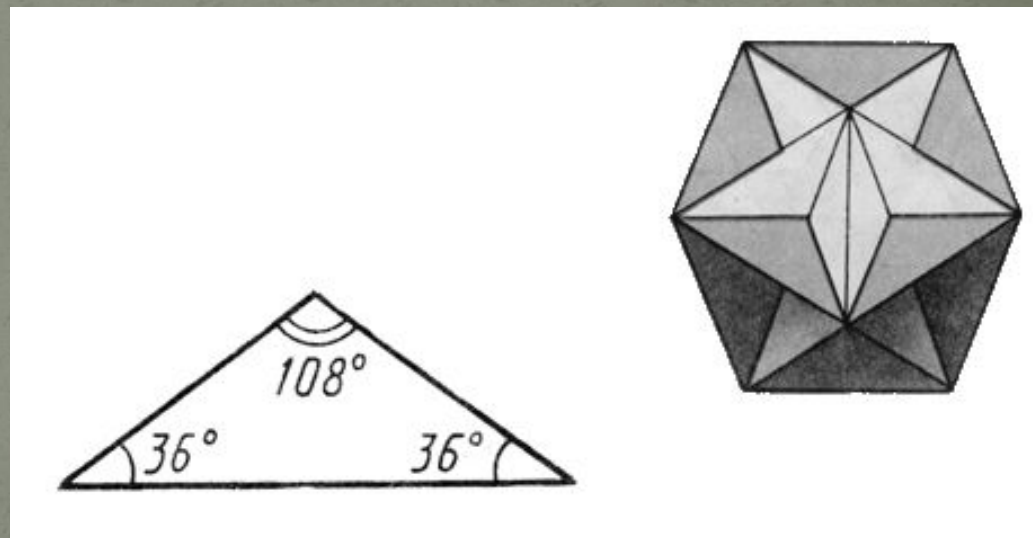
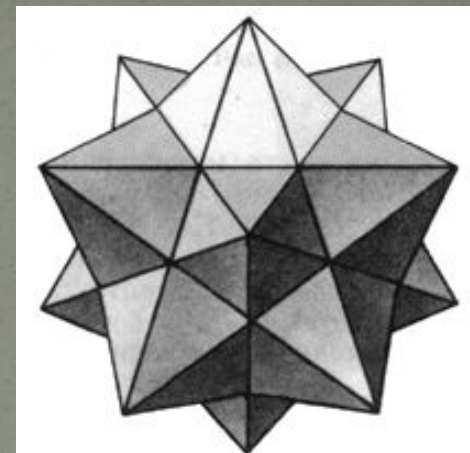
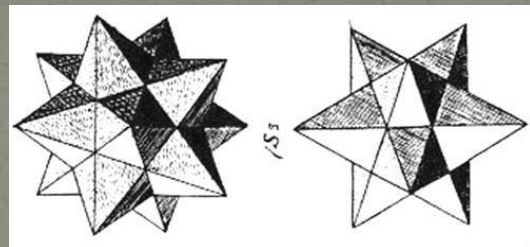
Кеплер открыл малый додекаэдр, названный им колючим или ежом, и большой додекаэдр. Пуансо открыл два других правильных звездчатых многогранника, двойственных соответственно первым двум: большой звездчатый додекаэдр и большой икосаэдр.



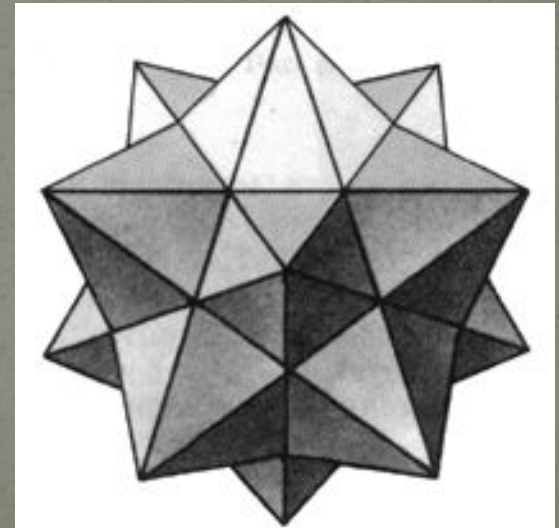
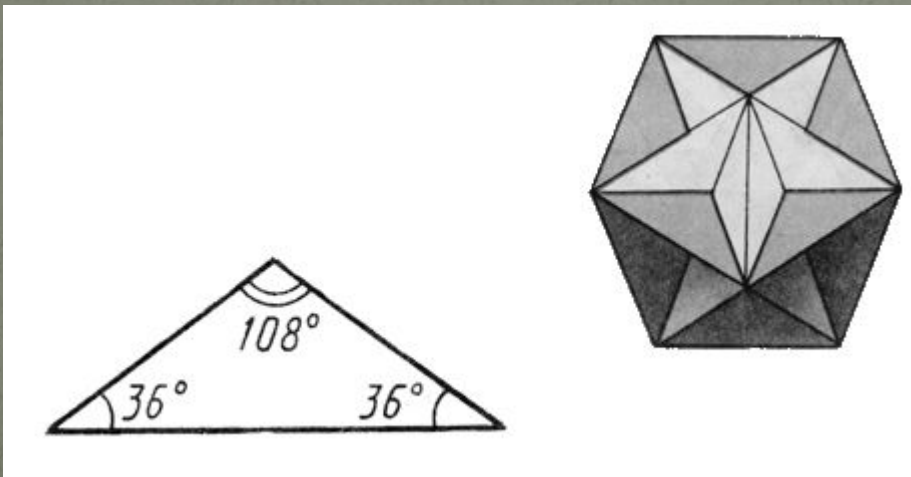
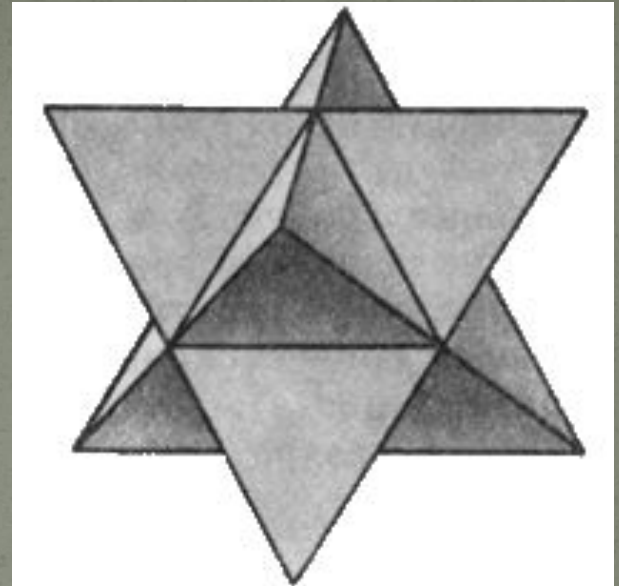
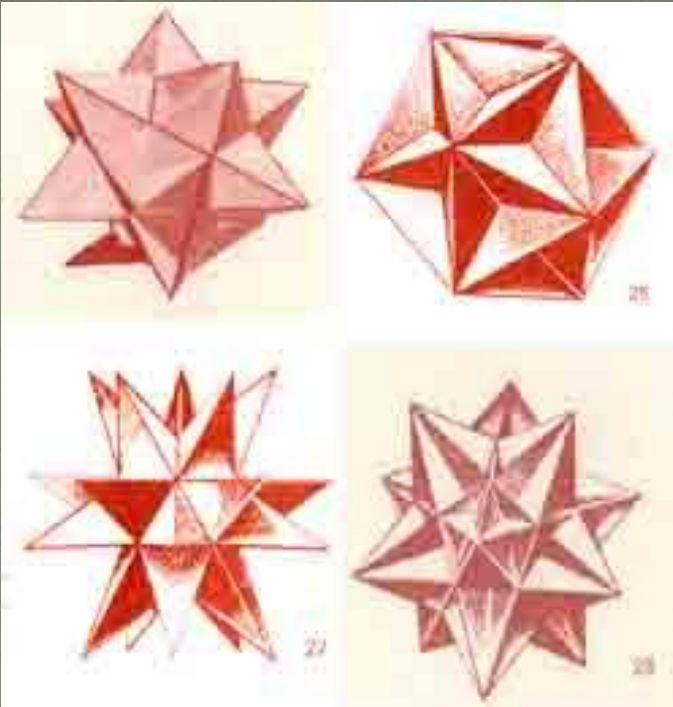
Малый звёздчатый додекаэдр

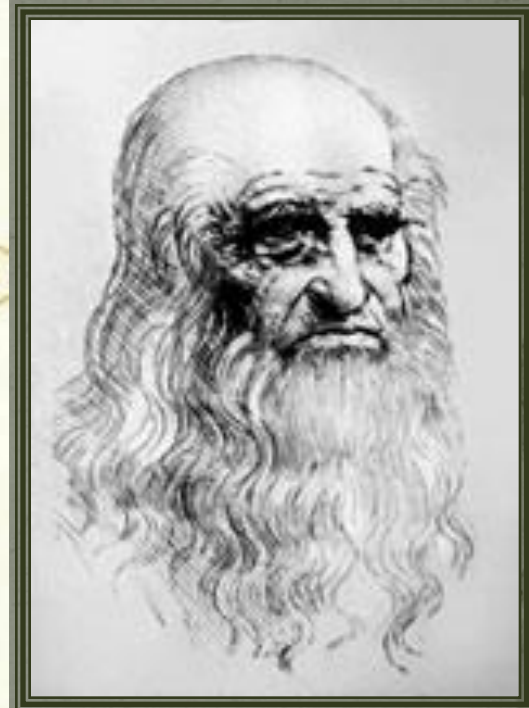
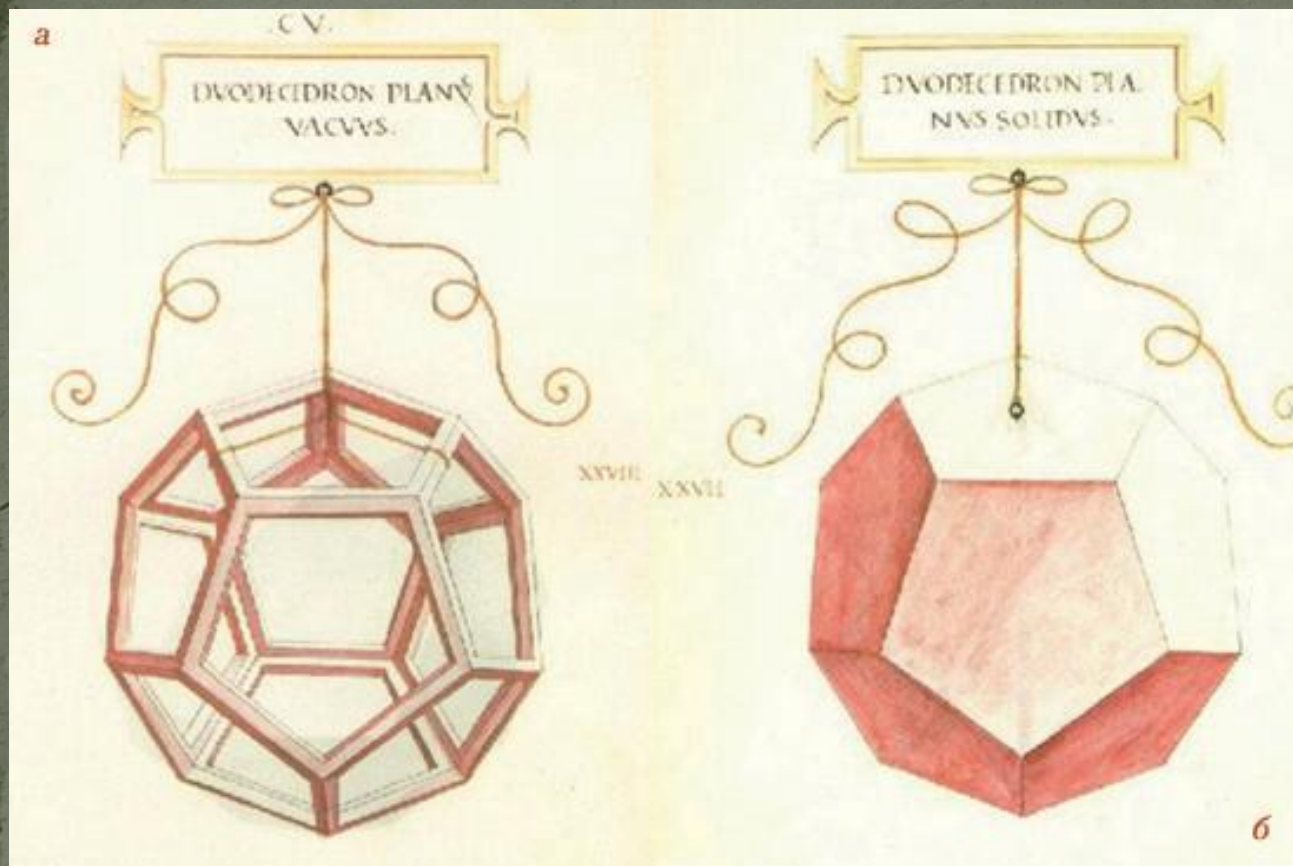


Иоганн
Кеплер

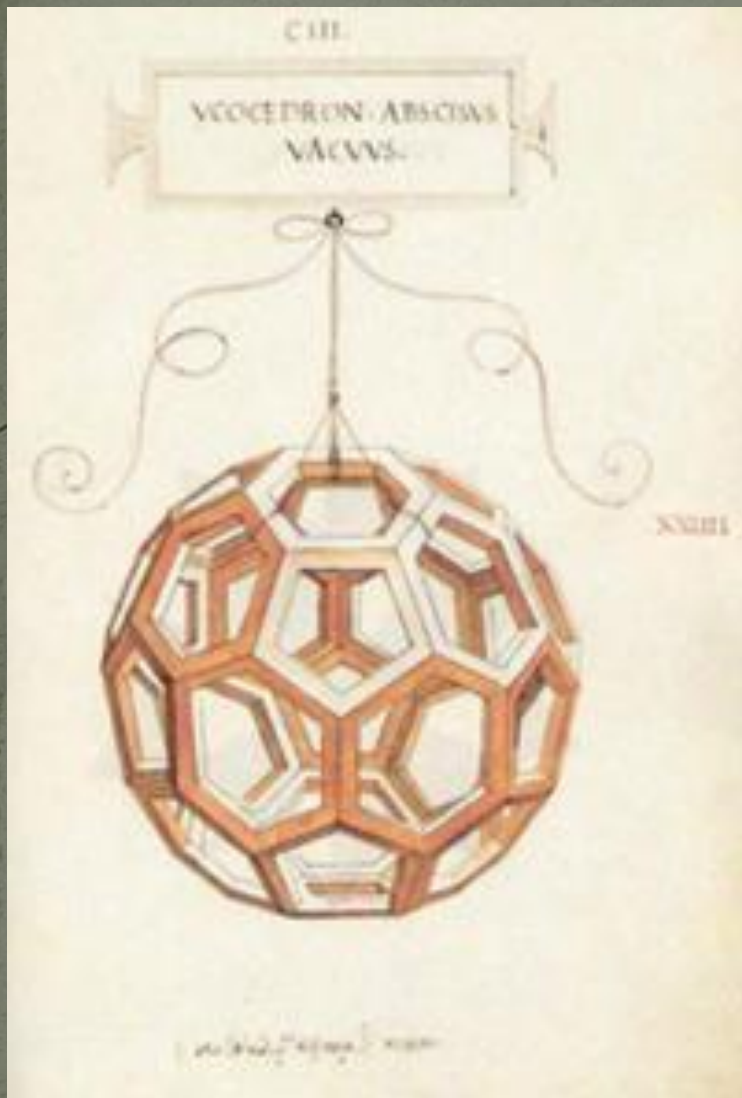


Большой додекаэдр





Изображения Леонардо да Винчи додекаэдра методом жестких ребер (а) и методом сплошных граней (б) в книге Л. Пачоли «Божественная пропорция».



Изображение Леонардо да Винчи усечённого икосаэдра методом жёстких рёбер в книге Л. Пачоли «Божественная пропорция».



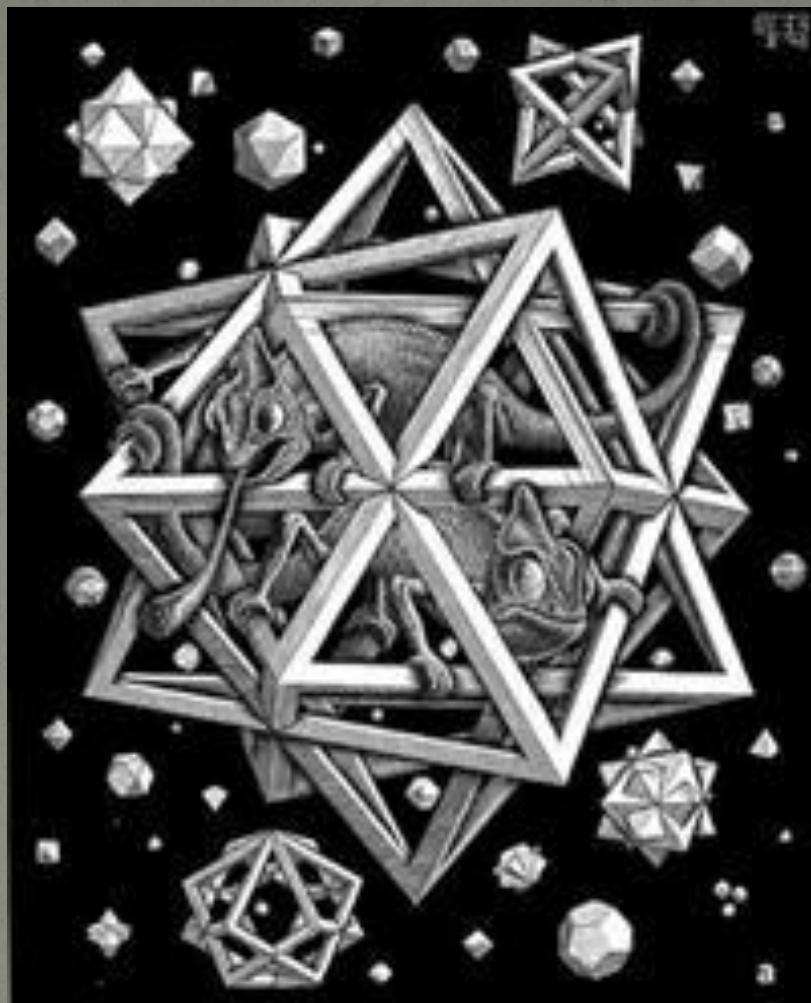
Художественное изображение многогранников в разработанной Леонардо технике жёстких рёбер



Титульный лист книги Ж. Кузена «Книга о перспективе».



Надгробный памятник в кафедральном соборе Солсбери.

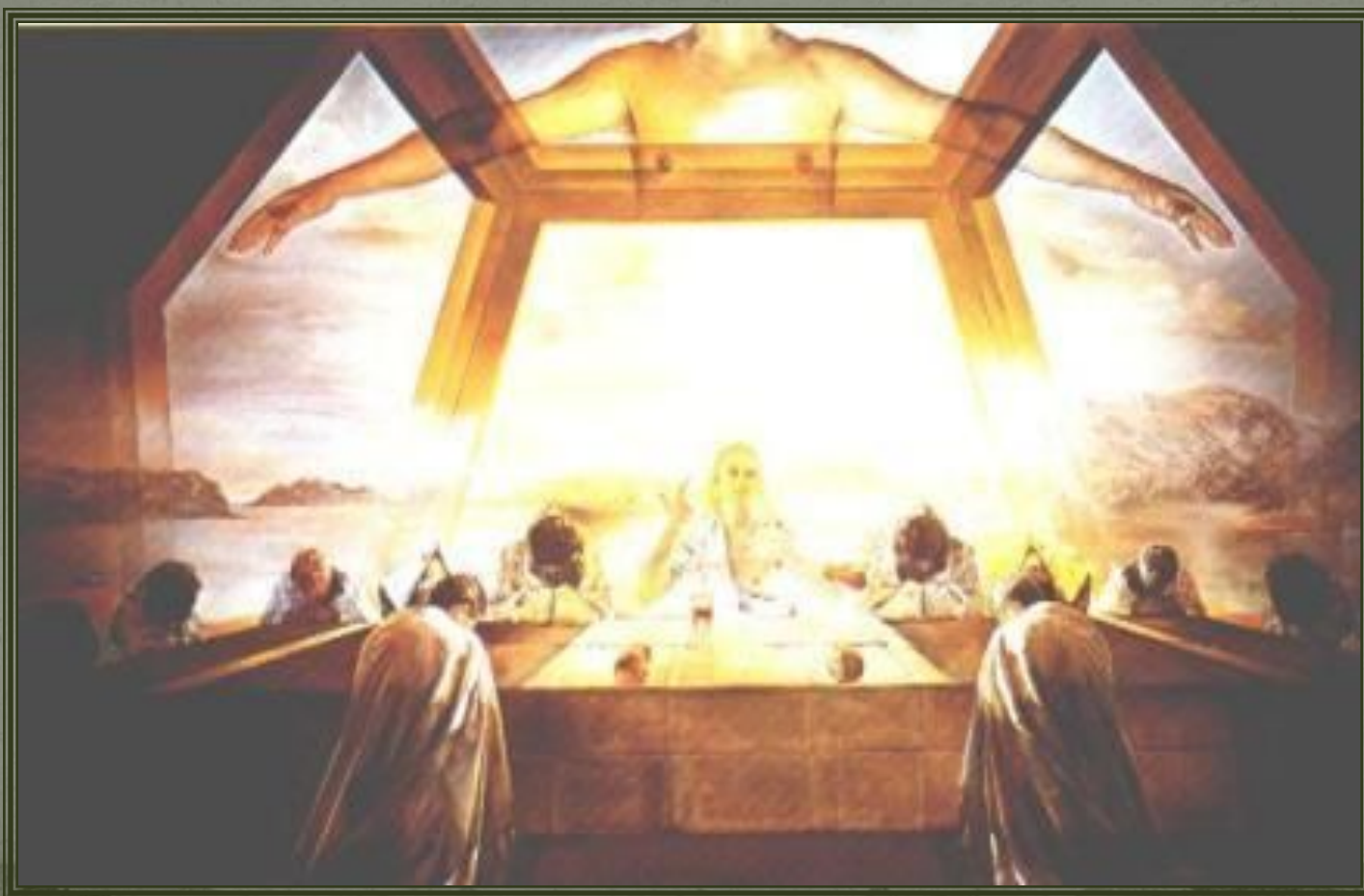


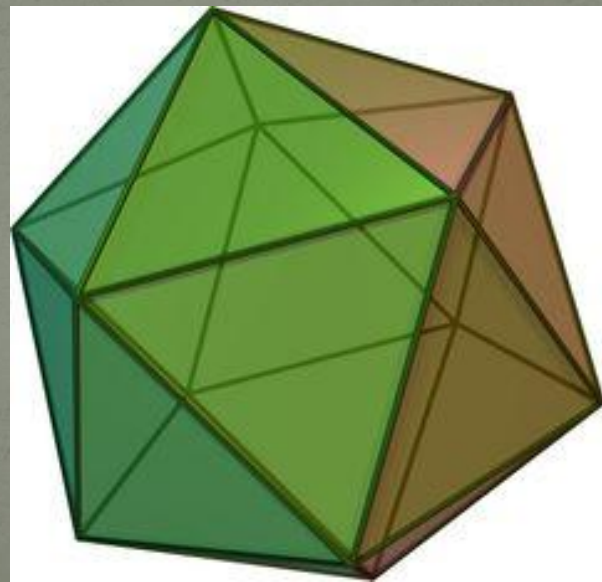
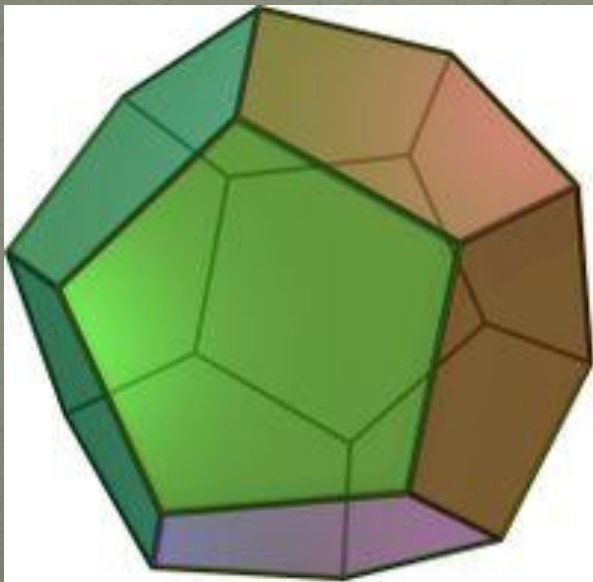
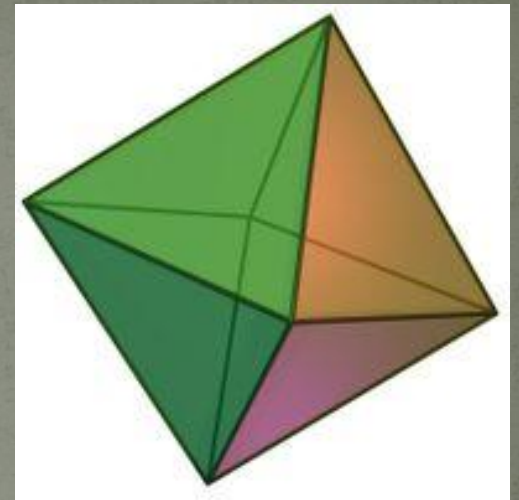
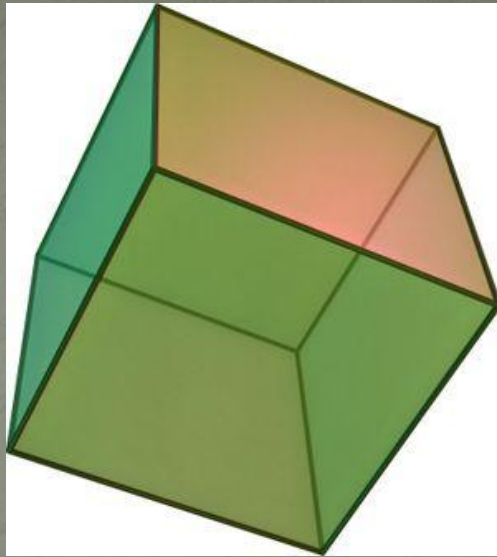
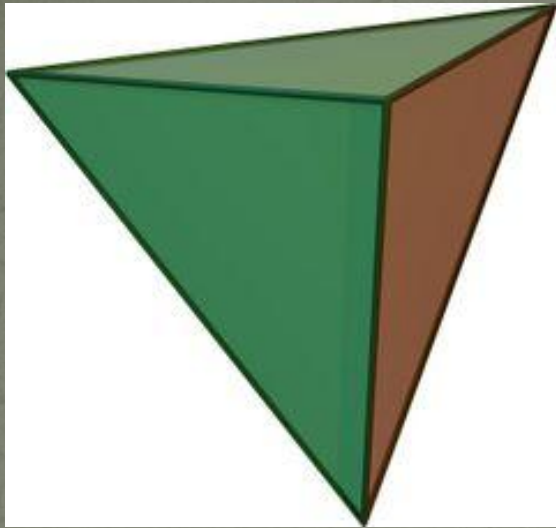
**Графические фантазии
Маурица Эшера**

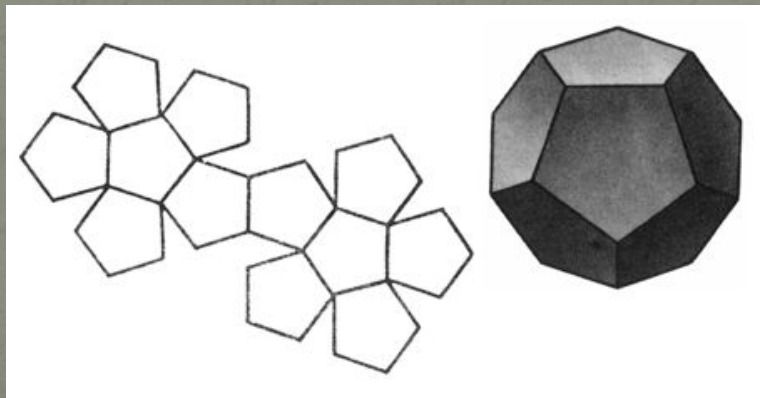
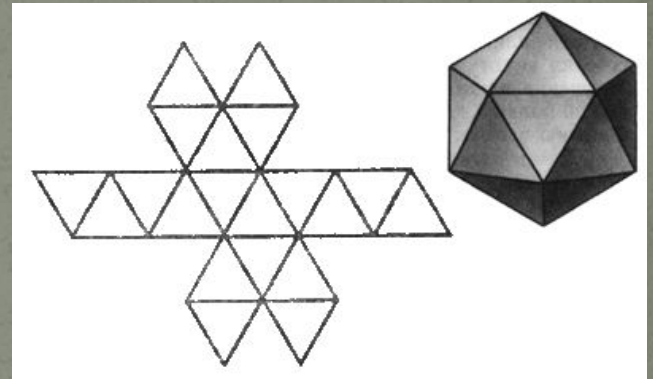
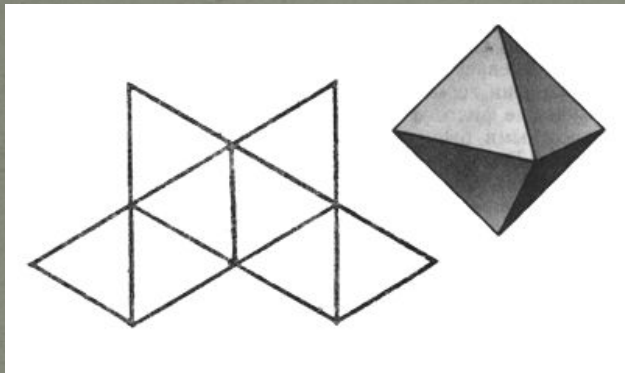
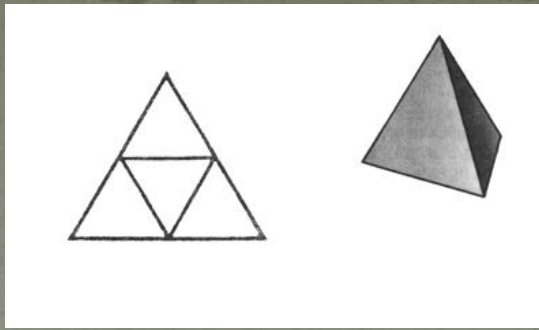
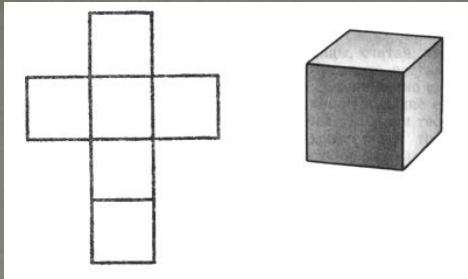


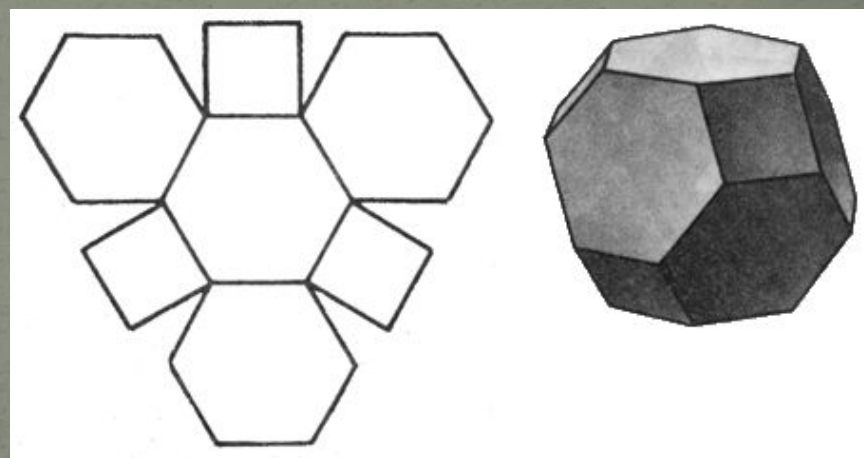
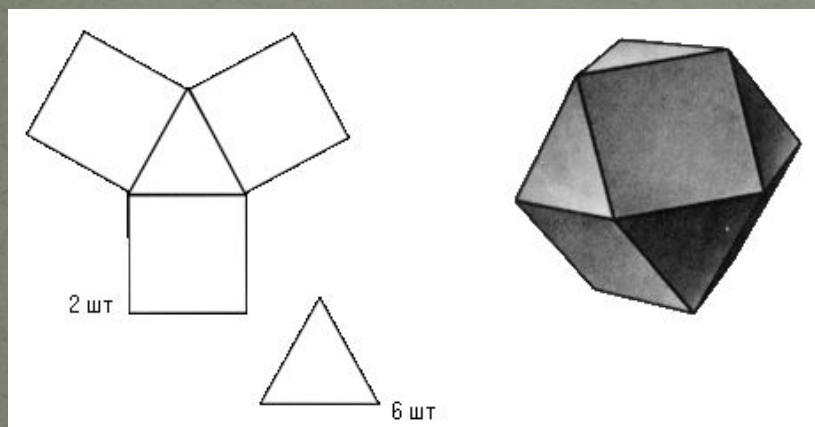
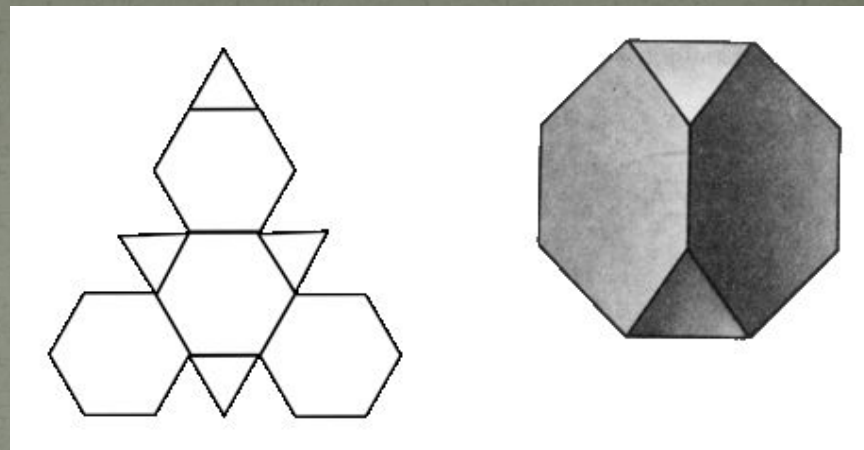
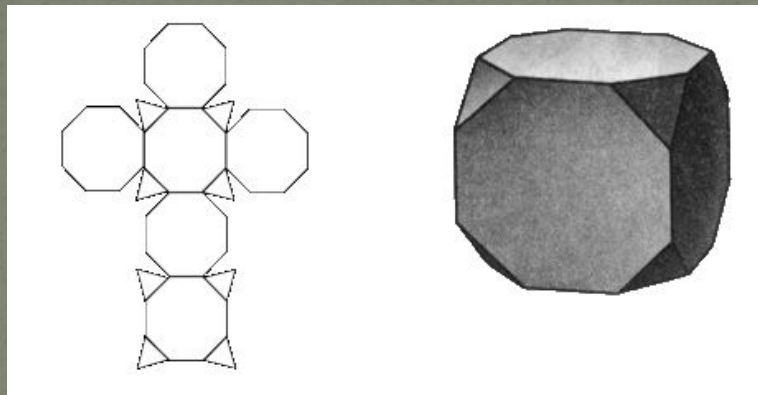
**Работы Фра Джовани да Верона,
созданные для церкви Santa Maria in Organo
в Вероне.**

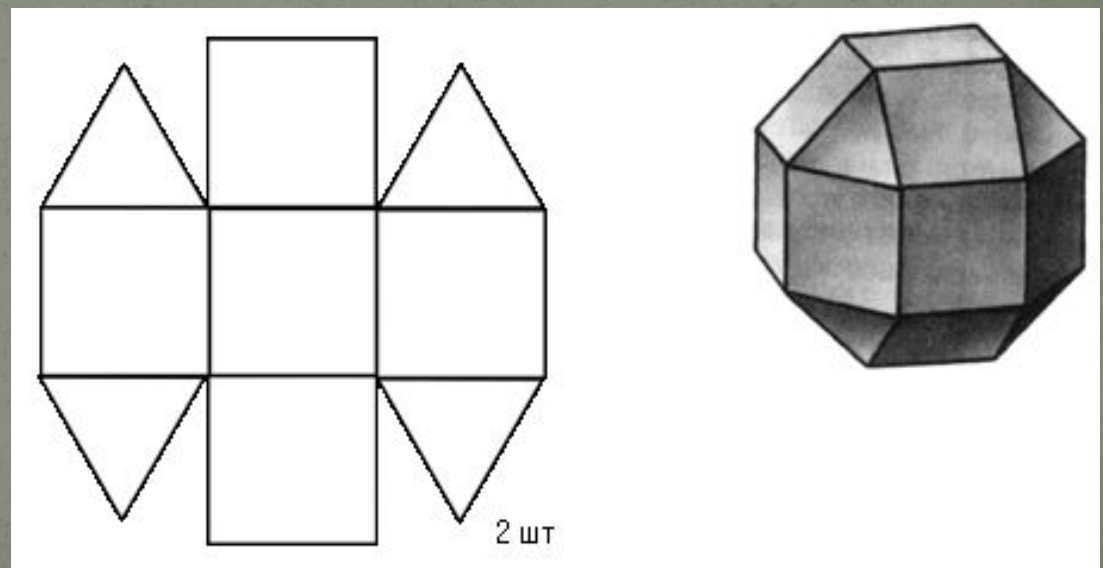
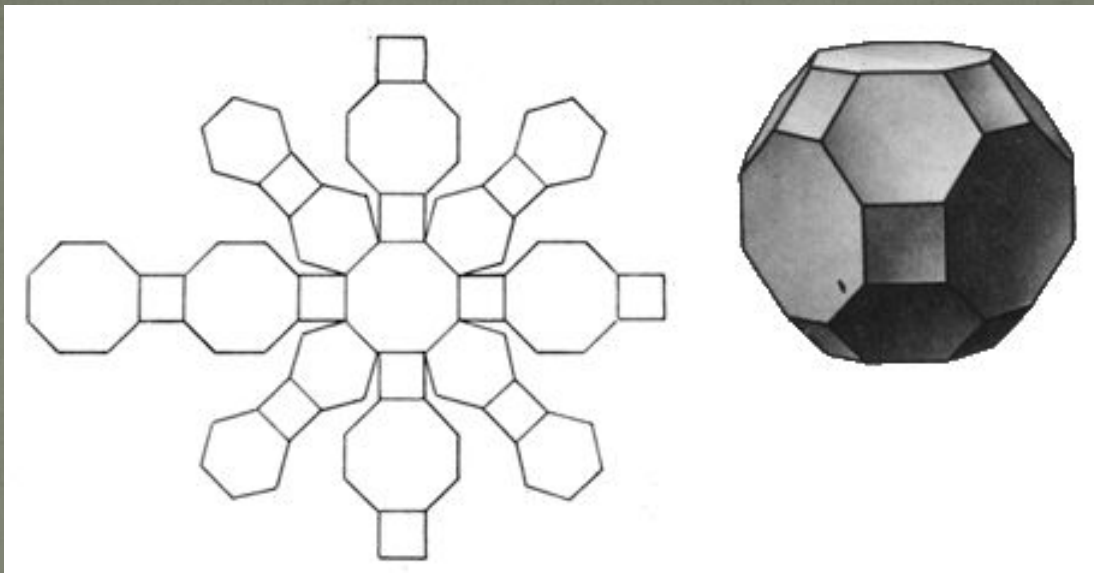
Холст, на котором написана "Тайная вечеря" Сальвадора Дали имеет форму золотого прямоугольника. Золотые прямоугольники меньших размеров использованы художником при размещении фигур двенадцати апостолов. В центре картины расположен додекаэдр.











Спасибо за внимание