

Электромагнитная индукция

З.М.Кенжаев

Основные формулы

Магнитный поток Φ через плоский контур площадью S :

а) в случае однородного поля

$$\Phi = BS \cos \alpha = B_n S,$$

где α - угол между вектором нормали к плоскости контура и вектором магнитной индукции; B_n – проекция вектора \mathbf{B} на нормаль \mathbf{n} ($B_n = B \cos \alpha$);

Потокоцепление, т.е. полный магнитный поток

$$\psi = N\Phi,$$

где Φ – магнитный поток через один виток; N – число витков.

Работа по перемещению замкнутого контура с током I в магнитном поле определяется соотношением

$$A = I \Delta\Phi,$$

где $\Delta\Phi$ – изменение магнитного потока, пронизывающего поверхность, ограниченную контуром.

Основной закон электромагнитной индукции (закон Фарадея-Максвелла)

$$\mathcal{E}_i = -N \cdot \frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\psi}{dt},$$

где ε_i – ЭДС индукции, возникающая в контуре; $d\Phi/dt$ – скорость изменения магнитного потока, N – число витков контура; ψ – потокосцепление ($\psi = N\Phi$).

Разность потенциалов U на концах проводника длиной l , движущегося со скоростью u в однородном магнитном поле с индукцией B , выражается формулой

$$U = Blu \sin \alpha,$$

где α – угол между направлениями векторов \mathbf{v} и \mathbf{B} .

Заряд, протекающий по замкнутому контуру при изменении на величину $\Delta\psi$ потокосцепления, пронизывающего все витки контура, выражается формулой

$$q = \Delta\psi/R,$$

где R – сопротивление контура.

Индуктивность контура

$$L = \psi/I.$$

ЭДС самоиндукции

$$\varepsilon_s = -L \cdot \frac{dI}{dt},$$

$\frac{dI}{dt}$ где – скорость изменения силы тока.

Индуктивность соленоида

$$L = \mu_0 \mu n^2 l S,$$

где l – длина соленоида, S – площадь его поперечного сечения; n – число витков на единицу его длины.

ЭДС взаимной индукции

$$\varepsilon_{12} = - \frac{d}{dt} (L_{21} I_1)$$

где L_{21} – коэффициент взаимной индукции.

Магнитная энергия W контура с током I

$$W = LI^2/2,$$

где L – индуктивность контура.

Объемная плотность энергии w_0 однородного магнитного поля

$$w_0 = BH/2 = \mu_0 \mu H^2/2 = B^2/(2\mu_0 \mu).$$

Примеры решения задач

Пример 1. Магнитный момент соленоида $2 \text{ А} \cdot \text{м}^2$. Найти поток магнитной индукции сквозь соленоид. Длина соленоида равна 30 см.

Дано:

$$p_m = 2 \text{ А} \cdot \text{м}^2; \quad m = 1;$$

$$l = 30 \text{ см} = 0,3 \text{ м}$$

$$\Phi = ?$$

Решение

Магнитный момент соленоида складывается из магнитных моментов каждого витка $p_i = I S$, где I - сила тока в обмотке, S - площадь поперечного сечения соленоида:

$$p_m = N I S \quad (1)$$

Из определения потока Φ вектора магнитной индукции B

$$\Phi = B S = \mu_0 m I S N. \quad (2)$$

Используя (1) и (2), получаем:

$$\Phi = \mu_0 p_m / l = 4\pi \cdot 10^{-7} \times 2 / 0,3 = 8,37 \times 10^{-6} \text{ Вб.}$$

Ответ: $\Phi = 8,37 \text{ мВб.}$

Пример 2. Сила тока в соленоиде изменяется по закону $I = 20t - t^3$. Индуктивность соленоида 5 Гн. Какая ЭДС самоиндукции будет в соленоиде через 2 с?

Дано:

$$I = 20t - t^3;$$

$$\underline{t = 2 \text{ с}; L = 5 \text{ Гн}}$$

$$e_{\text{инд}} = ?$$

Решение

Согласно закону электромагнитной индукции Фарадея

$$e_{\text{инд}} = - d\Phi/dt$$

Из определения индуктивности магнитного контура $\Phi = LI$, где I – сила тока в контуре, а L – его индуктивность. Тогда

$$e_{\text{инд}} = -L \, dI/dt = L(20 - 3t^2) = 5(20 - 3 \cdot 2^2) = 40 \text{ В.}$$

Ответ: $e_{\text{инд}} = 40 \text{ В.}$

Пример 3. Скот плывет горизонтально со скоростью 2 м/с. Определить разность потенциалов, возникающую между концами боковых плавников рыбы, если вертикальная составляющая индукции магнитного поля Земли равна $5 \cdot 10^{-5}$ Тл. Ширина рыбы 30 см.

Дано:

$$v = 2 \text{ м/с};$$

$$l = 30 \text{ см} = 0,3 \text{ м};$$

$$\underline{B_{\perp} = 5 \times 10^{-5} \text{ Тл}}$$

$$U = ?$$

Решение

При движении скота пересекаются силовые линии магнитного поля Земли; при этом за время dt рыба проходит путь dx и происходит изменение магнитного потока

$$d\Phi = B_{\perp} dS = B_{\perp} l dx = B_{\perp} l v dt$$

На концах боковых плавников возникает разность потенциалов согласно закону электромагнитной индукции:

$$U = |e_{\text{инд}}| = d\Phi/dt = B_{\perp} l v = 5 \times 10^{-5} \times 0,3 \times 2 = 30 \text{ мкВ}.$$

Ответ: $U = 30 \text{ мкВ}$.

Пример 4. При индукции магнитного поля 0,1 Тл плотность энергии магнитного поля в железе 10 Дж/м³. Какова относительная магнитная проницаемость железа при этих условиях и величина напряженности магнитного поля?

Дано:

$$B = 0,1 \text{ Тл};$$

$$w = 10 \text{ Дж/м}^3 ;$$

$$\underline{\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн /м}}$$

$$m = ? \quad H = ?$$

Решение

Плотность энергии магнитного поля в магнетике

$$w = BH/2 = B^2/(2\mu_0\mu)$$

Отсюда находим

$$H = 2w/B;$$

$$m = B^2/(2\mu_0 w)$$

Подставив численные данные, получим

Ответ: $m = 398 @ 400; \quad H = 200 \text{ А/м} .$

Пример 5. Для магнитной обработки виноматериалов и питьевой воды используют установку на электромагнитах (рис.19), потребляющих мощность 2,4 кВт. Индукция магнитного поля в рабочем зазоре $15,1 \times 10^{-2}$ Тл. Определить КПД установки, если ее производительность $100 \text{ м}^3/\text{час}$.

Дано:

$$N_{\text{потр}} = 2,4 \times 10^3 \text{ Вт};$$

$$B = 15,1 \times 10^{-2} \text{ Тл};$$

$$m = 1;$$

$$Q = 200 \text{ м}^3/\text{час} = 1/18 \text{ м}^3/\text{с}$$

$$h = ?$$

Решение

По определению коэффициента полезного действия

$$h = A_{\text{полезн}} / A_{\text{затр}} \quad (1)$$

Затраченная работа равна потребляемой из сети энергии

$$A_{\text{затр}} = N_{\text{потр}} Dt, \quad (2)$$

где Dt – отрезок времени.

Полезная работа состоит в намагничивании протекающей жидкости в объеме

$$V = Q Dt.$$

Эта работа равна энергии магнитного поля, создаваемого в зазоре:

$$A_{\text{полезн}} = W_m = w V = B^2 V / (2\mu_0 \mu) = B^2 Q Dt / 2\mu_0. \quad (3)$$

Подставив (3) и (2) в (1), получаем КПД:

$$h = B^2 Q / (2\mu_0 N_{\text{потр}}) = 1,5^2 / (18 \times 2 \times 12,56 \times 10^{-7} \times 2,4 \times 10^3) = 0,104.$$

Ответ: КПД составляет 10,4 % .