

Формулы сокращенного умножения

Возведение в квадрат и в куб суммы и разности
двух выражений

Возведение в квадрат и в куб суммы и разности двух выражений

При умножении многочлена на многочлен каждый член одного многочлена умножают на каждый член другого. Однако в некоторых случаях умножение многочленов можно выполнить короче, воспользовавшись *формулами сокращённого умножения*.

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

Значит,

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

квадрат суммы двух выражений равен квадрату первого выражения плюс удвоенное произведение первого и второго выражений плюс квадрат второго выражения.

Возведение в квадрат и в куб суммы и разности двух выражений

$$(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

Значит,

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

квадрат разности двух выражений равен квадрату первого выражения минус удвоенное произведение первого и второго выражений плюс квадрат второго выражения.

Возведение в квадрат и в куб суммы и разности двух выражений

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3.$$

Куб суммы двух выражений равен кубу первого выражения плюс утроенное произведение квадрата первого выражения и второго плюс утроенное произведение первого выражения и квадрата второго плюс куб второго выражения.

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3.$$

Куб разности двух выражений равен кубу первого выражения минус утроенное произведение квадрата первого выражения и второго плюс утроенное произведение первого выражения и квадрата второго минус куб второго выражения.

Примеры

Возведём в квадрат сумму $8x + 3$.

По формуле квадрата суммы получим

$$(8x + 3)^2 = (8x)^2 + 2 \cdot 8x \cdot 3 + 3^2 = 64x^2 + 48x + 9.$$

Возведём в квадрат разность $10x - y$.

$$(10x - y)^2 = (10x)^2 - 2 \cdot 10x \cdot y + y^2 = 100x^2 - 20xy + y^2.$$

Примеры

Возведём в куб сумму $2x + 3$.

$$\begin{aligned}(2x + 3)^3 &= (2x)^3 + 3(2x)^2 \cdot 3 + 3 \cdot 2x \cdot 3^2 + 3^3 = \\ &= 8x^3 + 36x^2 + 54x + 27.\end{aligned}$$

Возведём в куб разность $3x - 5$.

$$\begin{aligned}(3x - 5)^3 &= (3x)^3 - 3(3x)^2 \cdot 5 + 3 \cdot 3x \cdot 5^2 - 5^3 = \\ &= 27x^3 - 135x^2 + 225x - 125.\end{aligned}$$

Задания

Преобразуйте квадрат двучлена в многочлен стандартного вида:

№1.

а) $(a + x)^2$; б) $(b - y)^2$;

№2.

а) $(-x + 1)^2$; б) $(-z - 3)^2$; в) $(-n + 8)^2$; г) $(-m - 10)^2$.

№3.

а) $(-3a + 5x)^2$;

в) $(-3m + 4n)^2$;

б) $(-6y - 2z)^2$;

г) $(-12z - 3t)^2$.

Задания

№4.

Преобразуйте выражение в многочлен стандартного вида:

а) $3(x - y)^2$;

б) $-c(3a + c)^2$;

в) $-6(5m - n)^2$;

г) $b(1 + 2b)^2$.

№5.

а) $2(a - 2)(a + 2)$;

б) $x(x + 4)(x - 4)$;

в) $5c(c + 3)(c - 3)$;

г) $7d^2(d - 1)(d + 1)$.

Задания

№6.

Упростите выражение и найдите его значение:

а) $(a + 3)^2 - (a - 2)(a + 2)$ при $a = -3,5$;

б) $(x - 3)^2 - (x + 3)(x - 3)$ при $x = -0,1$;

№7.

Преобразуйте выражение в многочлен стандартного вида:

а) $(10x^2 - 3xy^3)^2$;

в) $(0,6b^3 - 5b^2c^4)^2$;

б) $(8p^3 + 5p^2q)^2$;

г) $(3z^7 + 0,5z^3t)^2$.

№8.

Замените символы * одночленами так, чтобы выполнялось равенство:

а) $(6a^5 + *)^2 = * + * + 25x^2$;

б) $(10m^5 + *)^2 = * + * + 36m^4n^6$;

Список использованной литературы

- В данной презентации использованы материалы следующих учебников и учебных пособий:
- Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова. Алгебра 7 класс. Учебник для общеобразовательных учреждений. – М.: «Просвещение», 2013. – 256 с.
- Алгебра 7 класс. В двух частях. Часть 2. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений. Под редакцией А.Г. Мордковича. 17-е издание стереотипное. – М.: Мнемозина, 2013. – 271 с.