

# Интеграл.

# Формула Ньютона – Лейбница.

составитель: преподаватель математики  
ГПОУ «Ижемский политехнический  
техникум»

Семяшкина Ирина Васильевна

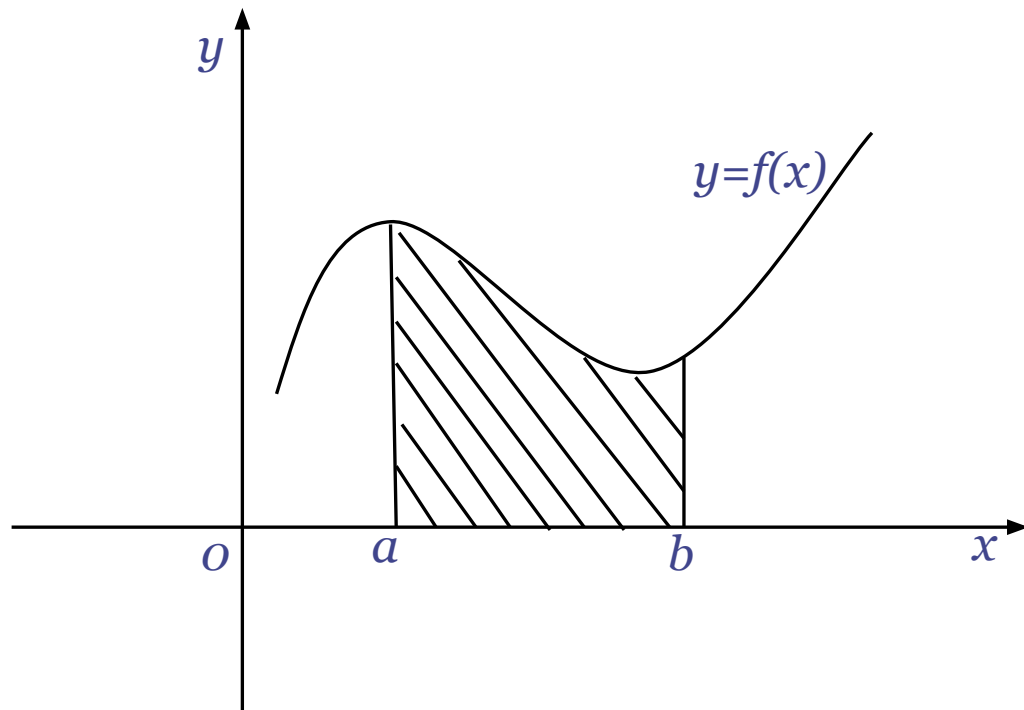
# Цель урока:

- Ввести понятие интеграла и его вычисление по формуле Ньютона – Лейбница, используя знания о первообразной и правила её вычисления;
- Проиллюстрировать практическое применение интеграла на примерах нахождения площади криволинейной трапеции;
- Закрепить изученное в ходе выполнения упражнений.


# Определение:

Пусть дана положительная функция  $f(x)$ , определенная на конечном отрезке  $[a;b]$ .

**Интегралом от функции  $f(x)$  на  $[a;b]$**  называется площадь её криволинейной трапеции.



Обозначение:


$$\int_a^b f(x) dx$$

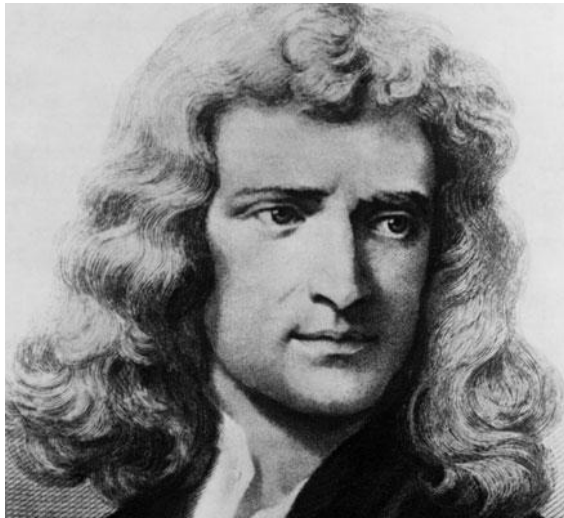
— «интеграл от  $a$  до  $b$  эф от икс дэ  
икс»

# Историческая справка:

Обозначение интеграла Лейбниц произвёл от первой буквы слова «*Сумма*» (*Summa*). Ньютон в своих работах не предложил альтернативной символики интеграла, хотя пробовал различные варианты. Сам термин *интеграл* придумал Якоб Бернулли.



Готфрид Вильгельм фон Лейбниц



Исаак Ньютон



Якоб Бернулли

Summa

Оформление определённого интеграла в привычном нам виде придумал Фурье.

Обозначение неопределённого интеграла ввёл Эйлер.



Леонард Эйлер



Жан Батист Жозеф  
Фурье

# Формула Ньютона - Лейбница

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

**Пример 1.** Вычислить определённый интеграл:

$$\int_{-2}^1 (3 - 2x - x^2) dx$$

**Решение:**

$$\int_{-2}^1 (3 - 2x - x^2) dx = \left. \begin{array}{l} f(x) = 3 - 2x - x^2 \\ F(x) = 3x - x^2 - \frac{x^3}{3} \end{array} \right| =$$

$$= \left( 3 \cdot 1 - 1^2 - \frac{1^3}{3} \right) - \left( 3 \cdot (-2) - (-2)^2 - \frac{(-2)^3}{3} \right) = 9$$

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$



## Пример 2. Вычислите определённые интегралы:

$$\int_2^7 dx$$

5

$$\int_1^4 (x - 1)^2 dx$$

9

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$$

1

# Пример 3.

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = 3 - 2x - x^2$  и осью абсцисс.

## Решение:

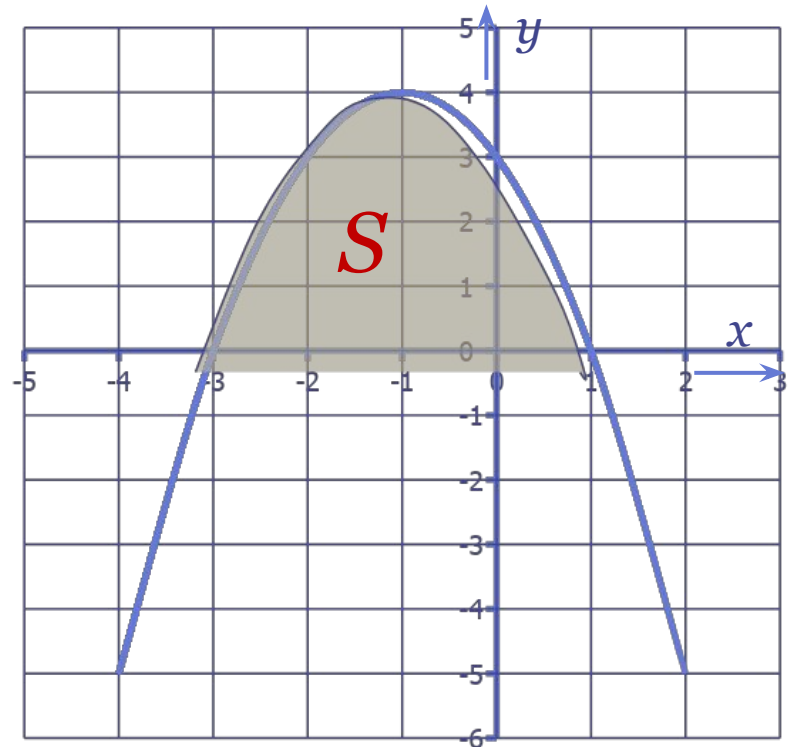
Для начала найдем точки пересечения оси абсцисс с графиком функции  $y = 3 - 2x - x^2$ . Для этого решим уравнение.

$$3 - 2x - x^2 = 0 \Rightarrow x_1 = -3 \text{ и } x_2 = 1$$

$$S = \int_{-3}^1 (3 - 2x - x^2) dx =$$

$$\begin{array}{l} \updownarrow \\ f(x) = 3 - 2x - x^2 \\ F(x) = 3x - x^2 - \frac{x^3}{3} \\ \updownarrow \end{array} =$$

$$\begin{aligned} & \left( 3 \cdot 1 - 1^2 - \frac{1^3}{3} \right) - \\ & \left( 3 \cdot (-3) - (-3)^2 - \frac{(-3)^3}{3} \right) = \\ & = 10 \frac{2}{3} \text{ (ед}^2\text{)} \end{aligned}$$



# Пример 4.

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  
 $y = 3 - 2x - x^2$  и  $y = 1 - x$

## Решение:

Найдём точки пересечения (абсциссы) этих линий, решив уравнение  
 $1 - x = 3 - 2x - x^2 \Rightarrow x_1 = -2; x_2 = 1$

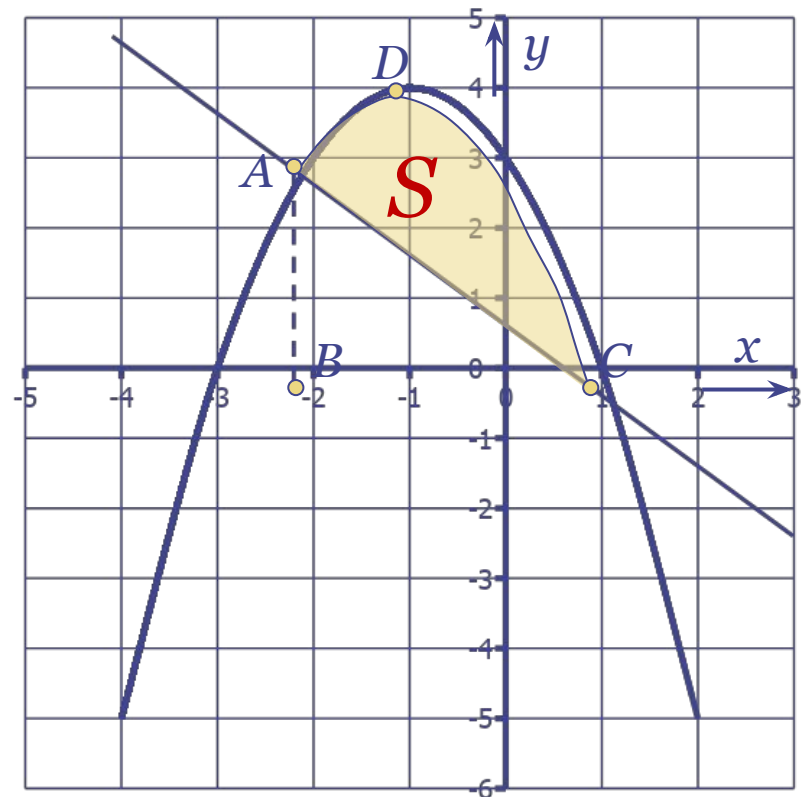
$$S = S_{\text{BADC}} - S_{\Delta \text{BAC}}$$

$$S_{\text{BADC}} = \int_{-2}^1 (3 - 2x - x^2) dx =$$

$$= \text{смотри пример 1} = 9(e\partial^2)$$

$$S_{\Delta \text{BAC}} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 = 4,5(e\partial^2)$$

$$\Rightarrow S = 9 - 4,5 = 4,5(e\partial^2)$$



# ПРАВИЛА СИНКВЕЙНА

**1 строка – тема синквейна 1 слово**

**2 строка – 2 прилагательных, описывающих  
признаки и свойства темы**

**3 строка – 3 глагола описывающие характер действия**

**4 строка – короткое предложение из 4 слов,  
показывающее Ваше личное отношение к теме**

**5 строка – 1 слово, синоним или Ваша ассоциация  
тема предмета.**



**1. Интеграл**

**2. Определённый, положительный**

**3. Считают, прибавляют, умножают**

**4. Вычисляют формулой Ньютона - Лейбница**

**5. Площадь**

# Список используемой литературы и ресурсов:

- учебник Колмагорова А.Н. и др. Алгебра и начала анализа 10 - 11 кл.
- Портрет Исаака Ньютона  
<http://severnymayak.ru/2016/07/18/chelovek-kotoryj-pervym-otkryl-zakon-vsemirnogo-tyagoteniya-ili-sharlatan-5-faktov-o-roberte-guke-ko-dnyu-ego-rozhdeniya/>
- Портрет Якоба Бернулли <https://rankly.com/item/jacob-bernoulli>  
Портрет Готфрид Вильгельм фон Лейбниц  
<http://vdvgazeta.ru/news/articles/etot-den-v-istorii-49733>
- Портрет Леонарда Эйлера  
[http://www.picstopin.com/225/leonhard-euler/http:%7C%7Cwww\\*nndb\\*com%7Cpeople%7C954%7C000048810%7Ceuler45\\*.jpg/](http://www.picstopin.com/225/leonhard-euler/http:%7C%7Cwww*nndb*com%7Cpeople%7C954%7C000048810%7Ceuler45*.jpg/)
- Портрет Жан Батист Жозеф Фурье  
[http://www.teor-meh.ru/bio/uf/fure\\_batist\\_jozef.html](http://www.teor-meh.ru/bio/uf/fure_batist_jozef.html)

« ТАЛАНТ -  
это 99% труда и 1% способности»

*народная мудрость*

**СПАСИБО ЗА  
ВНИМАНИЕ!**

**Пример 1.** Вычислить определённый интеграл:

$$\int_{-2}^1 (3 - 2x - x^2) dx$$

**Решение:**

$$\int_{-2}^1 (3 - 2x - x^2) dx = \left\{ \begin{array}{l} f(x) = 3 - 2x - x^2 \\ F(x) = 3x - x^2 - \frac{x^3}{3} \end{array} \right. =$$
$$= \left( 3 - 1 - \frac{1}{3} \right) - \left( 3 \cdot (-2) - (-2)^2 - \frac{(-2)^3}{3} \right) = 9$$

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$



пример