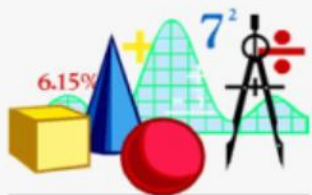


«Свойства квадратных корней»



$$\sqrt{a}$$

Задание: проверьте, верны ли данные равенства
и ответьте на вопрос «*почему?*»

$$\sqrt{16} = 4;$$

$$\sqrt{81} = 9;$$

$$\sqrt{8} = 3;$$

$$\sqrt{9} = 3;$$

$$\sqrt{0} = 0;$$

$$\sqrt{-25} = 5.$$



1 В этом пункте рассматриваются свойства *арифметических квадратных корней*. Однако для краткости вместо «арифметический квадратный корень» мы будем говорить «квадратный корень» или просто «корень».

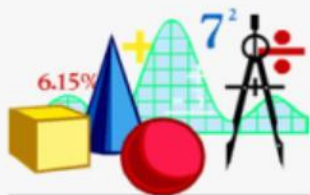
Прежде всего остановимся на свойстве, которое, по сути, вам уже знакомо. Вы знаете, что, например, $(\sqrt{2})^2 = 2$, $(\sqrt{3})^2 = 3$, $(\sqrt{5})^2 = 5$. Такое же равенство можно записать для любого неотрицательного числа a . А именно:

■ При любом $a \geq 0$ $(\sqrt{a})^2 = a$.

Это равенство непосредственно следует из определения квадратного корня.

$$\sqrt{a} \geq 0, (\sqrt{a})^2 = a$$

$$\sqrt{a^2} = |a|$$



1. Найдите значение выражения

$$\sqrt{81 \cdot 4} = \sqrt{324} = 18$$

$$\sqrt{81} \cdot \sqrt{4} = 9 \cdot 2 = 18$$

$$\sqrt{81 \cdot 4} = \sqrt{81} \cdot \sqrt{4}$$

Вывод:

Если $a \geq 0$, $b \geq 0$, то $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

Корень из произведения неотрицательных множителей равен произведению корней из этих множителей

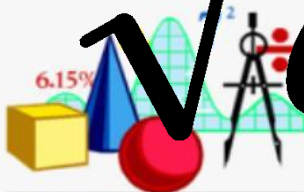
$$\sqrt{11^2 \cdot 15^2} = \sqrt{(11 \cdot 15)^2} = 11 \cdot 15 = 165.$$

Однако легко заметить, что если извлечь корень из каждого множителя отдельно и результаты перемножить, то получится то же число:

$$\sqrt{11^2 \cdot 15^2} = \sqrt{11^2} \cdot \sqrt{15^2} = 11 \cdot 15 = 165.$$

Этот результат не случаен. Справедливо следующее свойство:

Корень из произведения неотрицательных чисел равен произведению корней из этих чисел.


$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \sqrt{b}$$

Если $a \geq 0$, $b \geq 0$, то $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

$$\sqrt{64 \cdot 0,04} = \sqrt{64} \cdot \sqrt{0,04} = 8 \cdot 0,2 = 1,6$$

Решите самостоятельно

$$\sqrt{36 \cdot 0,25} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{0,25} = 6 \cdot 0,5 = 3$$

$$\sqrt{121 \cdot 0,49} = \sqrt{121} \cdot \sqrt{0,49} = 11 \cdot 0,7 = 7,7$$

$$\sqrt{9 \cdot 64 \cdot 0,25} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{64} \cdot \sqrt{0,25} = 3 \cdot 8 \cdot 0,5 = 12$$

$$\sqrt{0,36 \cdot 144 \cdot 2,25} = \sqrt{0,36} \cdot \sqrt{144} \cdot \sqrt{2,25} = 0,6 \cdot 12 \cdot 1,5 = 10,8$$



2. Найдите значение выражения

$$\sqrt{\frac{36}{169}} = \frac{6}{13} \qquad \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{169}} = \frac{6}{13}$$

Вывод: $\sqrt{\frac{36}{169}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{169}}$

Если $a \geq 0$, $b > 0$, то $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

Корень из дроби, числитель которой неотрицателен, а знаменатель положителен, равен корню из числителя, деленному на корень из знаменателя

Корень из частного от деления неотрицательного числа на положительное равен частному корней из этих чисел.

На символическом языке это свойство записывается так:

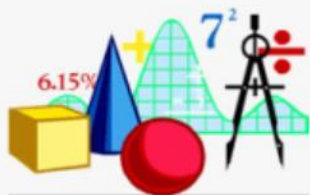
□ Для любых $a \geq 0$ и $b > 0$ $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

Приведём примеры применения рассмотренных свойств.

Пример 1. $\sqrt{81 \cdot 25 \cdot 64} = \sqrt{81} \cdot \sqrt{25} \cdot \sqrt{64} = 9 \cdot 5 \cdot 8 = 360$.

Пример 2. $\sqrt{\frac{49}{121}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{121}} = \frac{7}{11}$.

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$



Если $a \geq 0, b > 0$, то

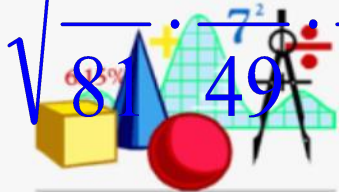
$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

Решите самостоятельно

$$\sqrt{\frac{81}{144}} = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{144}} = \frac{9}{12}$$

$$\sqrt{1\frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{16}} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$$

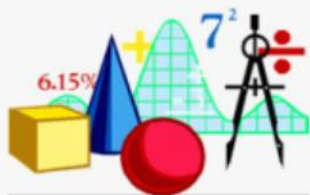
$$\sqrt{\frac{25 \cdot 16 \cdot 196}{81 \cdot 49 \cdot 9}} = \sqrt{\frac{25}{81}} \cdot \sqrt{\frac{16}{49}} \cdot \sqrt{\frac{196}{9}} = \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{14}{3} = \frac{40}{27} = 1\frac{13}{27}$$



Д) МЫ ПОЛУЧИМ правила умножения и деления корней:

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}, \text{ где } a \geq 0 \text{ и } b \geq 0;$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}, \text{ где } a \geq 0 \text{ и } b > 0.$$



$$\sqrt{12 \cdot 3}$$

3

$$\sqrt{9}$$

$$\sqrt{108}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{50}}$$

$$\sqrt{12}$$

$$\sqrt{36}$$

$$\sqrt{\frac{1}{25}}$$

6

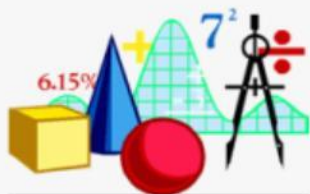
$$\sqrt{64}$$

$$\sqrt{\frac{108}{12}}$$

$$\sqrt{12} \cdot \sqrt{3}$$

0,2

8



$$\sqrt{12 \cdot 3} = \sqrt{12} \cdot \sqrt{3}$$

$$\frac{\sqrt{108}}{\sqrt{12}} = \sqrt{\frac{108}{12}} = \sqrt{9} = 3$$

$$\sqrt{64} = 8$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{50}} = \sqrt{\frac{1}{25}} = 0,2$$

$$\sqrt{36} = 6$$

$$\sqrt{9} = 3$$

Вычислите

$$\sqrt{a}$$

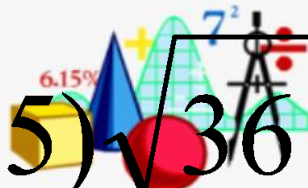
1) $\sqrt{81}$

2) $\sqrt{0,04}$

3) $\sqrt{\frac{81}{4}}$

4) $\sqrt{1600}$

5) $\sqrt{36} \cdot \sqrt{16}$



4 Воспользуемся свойством корня из произведения для преобразования выражения $\sqrt{48}$:

$$\sqrt{48} = \sqrt{16 \cdot 3} = \sqrt{4^2 \cdot 3} = 4\sqrt{3}.$$

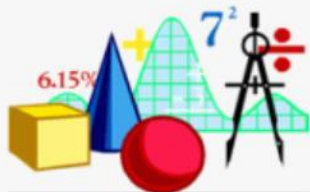
В таких случаях говорят, что *множитель вынесли из-под знака корня*.

Нетрудно выполнить и обратное преобразование — *внести множитель под знак корня*. Для этого нужно будет воспользоваться правилом умножения корней:

$$4\sqrt{3} = \sqrt{4^2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{4^2 \cdot 3} = \sqrt{48}.$$

Подчеркнём, что под корень можно вносить только положительный множитель. А если перед корнем стоит отрицательное число, то минус там и должен остаться. Например:

$$-4\sqrt{3} = -\sqrt{4^2} \cdot \sqrt{3} = -\sqrt{4^2 \cdot 3} = -\sqrt{48}.$$



Вычислите:

$$\sqrt{4 \cdot 9} =$$

$$\sqrt{49 \cdot 121} =$$

$$\sqrt{\frac{144}{169}} =$$

$$\sqrt{6^4} =$$

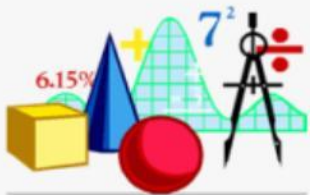
$$(a \cdot b)^2 =$$

$$\left(\frac{p}{q}\right)^3 =$$

$$3^2 + 5^2 =$$

$$a^2 - b^2 =$$

$$\sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^4} =$$



Упростите:

а) $2\sqrt{10} \cdot \sqrt{10}$;

б) $3\sqrt{15} \cdot 6\sqrt{15}$;

в) $3\sqrt{7} \cdot 10\sqrt{7}$;

г) $(2\sqrt{11})^2$;

д) $(3\sqrt{8})^2$;

е) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$.



Вычислите:

1. а) $\sqrt{15 \cdot 121}$; в) $\sqrt{1,44 \cdot 36}$; д) $\sqrt{0,09 \cdot 196}$;


б) $\sqrt{16 \cdot 900}$; г) $\sqrt{0,81 \cdot 0,49}$; е) $\sqrt{1,69 \cdot 0,25}$.

2. а) $\sqrt{\frac{25}{81}}$; в) $\sqrt{\frac{0,49}{4}}$; д) $\sqrt{2\frac{7}{9}}$; ж) $\sqrt{2\frac{14}{25}}$;

б) $\sqrt{\frac{121}{36}}$; г) $\sqrt{\frac{1,44}{25}}$; е) $\sqrt{1\frac{13}{36}}$; з) $\sqrt{5\frac{1}{16}}$.

3. а) $\sqrt{\frac{1}{16} \cdot \frac{9}{25}}$; б) $\sqrt{\frac{64}{9} \cdot \frac{4}{49}}$; в) $\sqrt{\frac{0,25 \cdot 49}{9}}$; г) $\sqrt{\frac{169 \cdot 81}{400}}$.

4. а) $\sqrt{4 \cdot 9 \cdot 0,36}$; в) $\sqrt{2,25 \cdot 0,04 \cdot 900}$; д) $\sqrt{2\frac{1}{4} \cdot 1\frac{9}{16} \cdot \frac{1}{100}}$;

 б) $\sqrt{0,64 \cdot 0,04 \cdot 1,21}$; г) $\sqrt{9,61 \cdot 0,01 \cdot 400}$; е) $\sqrt{2\frac{14}{121} \cdot 1\frac{7}{9} \cdot \frac{1}{9}}$.