

10

класс

угол

между прямыми

$$V = \frac{1}{3} h (S + S_1 + \sqrt{SS_1})$$

# Устная работа

- Как могут быть расположены прямые в пространстве?

*Прямые в пространстве могут быть пересекающимися, параллельными, скрещивающимися.*

- Какие прямые в пространстве называются параллельными?

*Две прямые в пространстве называются параллельными, если они лежат в одной плоскости и не пересекаются.*

# Устная работа

- Какие прямые в пространстве называются скрещивающимися?

*Две прямые называются скрещивающимися,  
если они не лежат в одной плоскости*

- Сформулируйте признак скрещивающихся прямых

*Если одна из двух прямых лежит в некоторой плоскости, а другая прямая пересекает эту плоскость в точке, не лежащей на первой прямой, то эти прямые скрещивающиеся*

# Устная работа

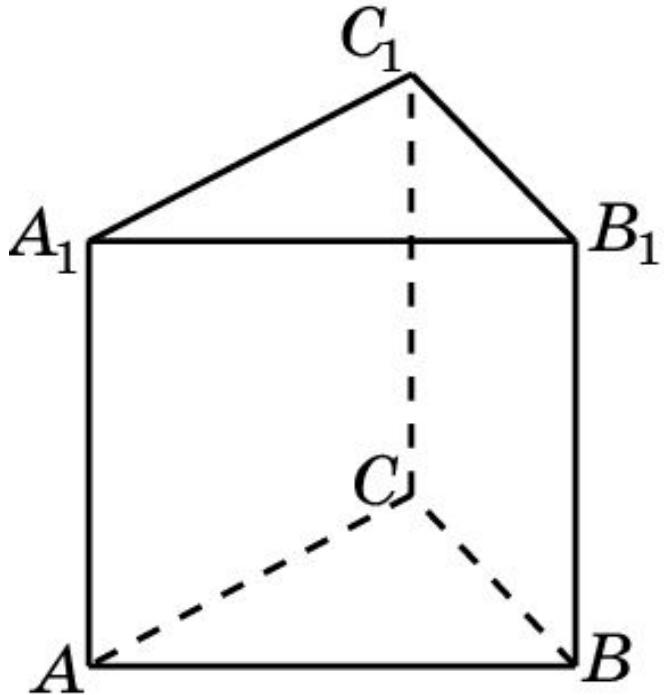
- Верно ли утверждение: если две прямые не имеют общих точек, то они не пересекаются  
*Да, они параллельны или скрещиваются*
- Точка М не лежит на прямой  $a$ . Сколько прямых, не пересекающих прямую  $a$ , проходит через точку М? Сколько из них параллельны прямой  $a$ ?  
*Бесконечно много. Одна*
- Каким может быть взаимное расположение двух прямых, одна из которых лежит в плоскости, а другая параллельна этой плоскости?  
*Параллельны или скрещиваются*

# Устная работа

- Верно ли утверждение: если одна из двух параллельных прямых параллельна плоскости, то вторая прямая не пересекает эту плоскость  
*Нет, она может лежать в плоскости*
- Каким может быть взаимное расположение двух прямых, из которых одна параллельна некоторой плоскости, а другая пересекает эту плоскость?  
*Пересекаются или скрещиваются*

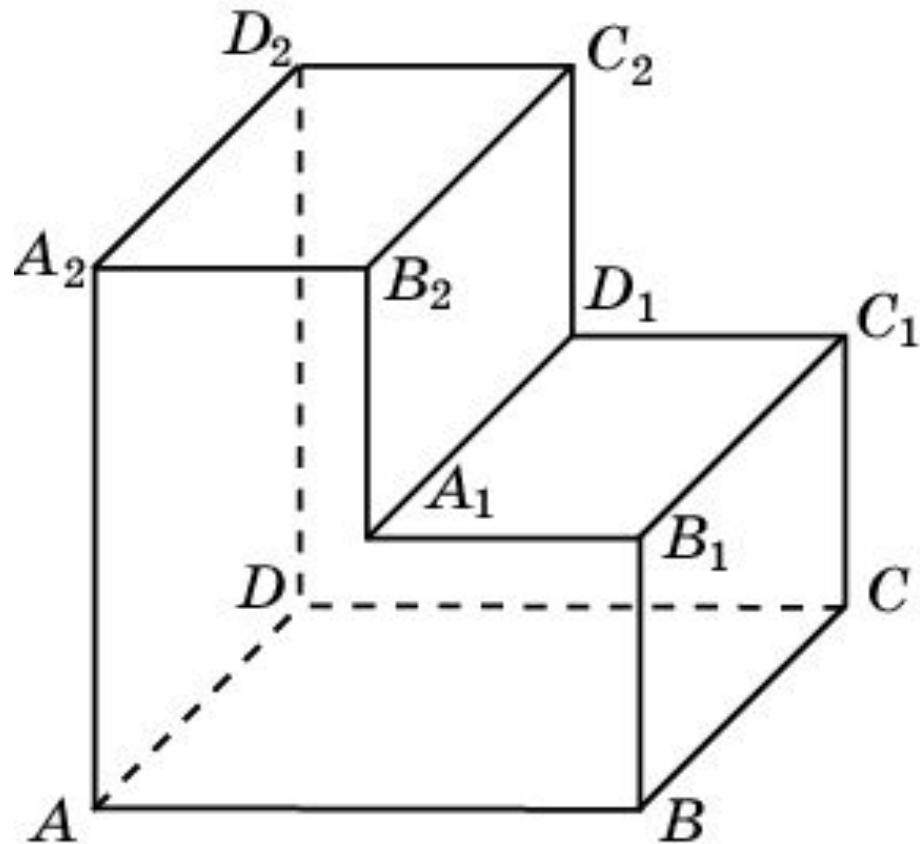
Укажите ребра, скрещивающихся с ребром:

- a) BC; б) AA<sub>1</sub>



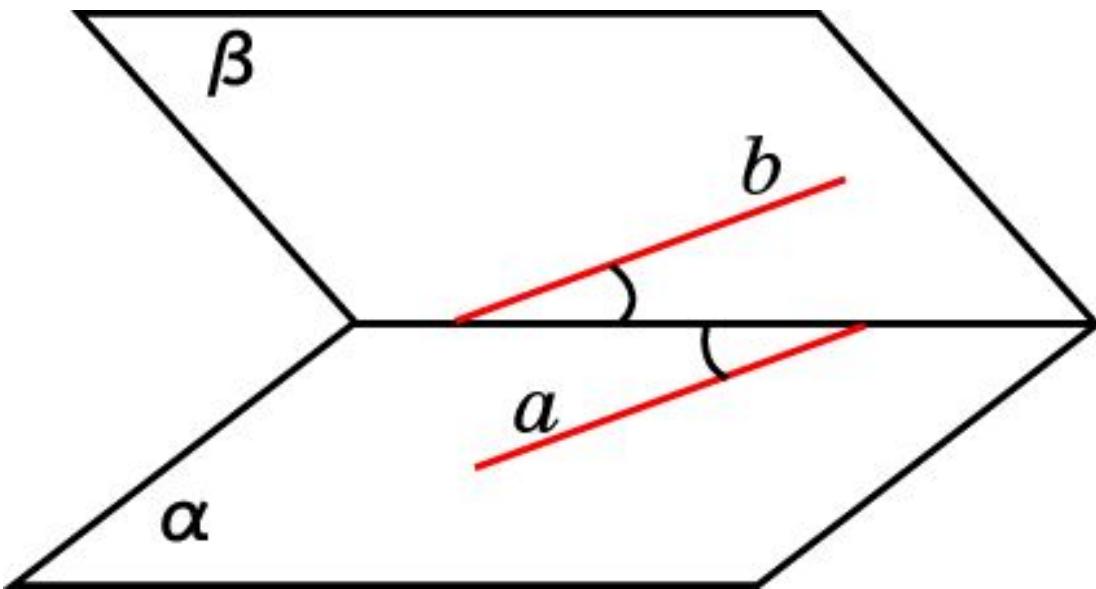
**Ответ:** а) A<sub>1</sub>B<sub>1</sub>, A<sub>1</sub>C<sub>1</sub>, AA<sub>1</sub>;    б) B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>, BC.

**Назовите прямые, содержащие ребра, скрещивающиеся с прямой  $AA_2$ .**



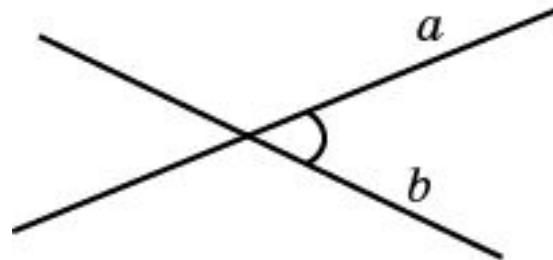
**Ответ:**  $BC, CD, B_1C_1, A_1D_1, B_2C_2, C_1D_1, C_2D_2$ .

Как расположены в пространстве  
прямые  $a$  и  $b$ , проведенные в плоскостях  
 $\alpha$  и  $\beta$ ?

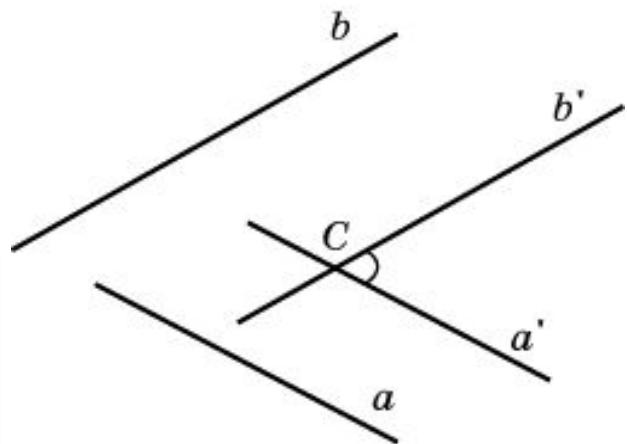


**Ответ:** Скрещиваются.

# Угол между прямыми в пространстве



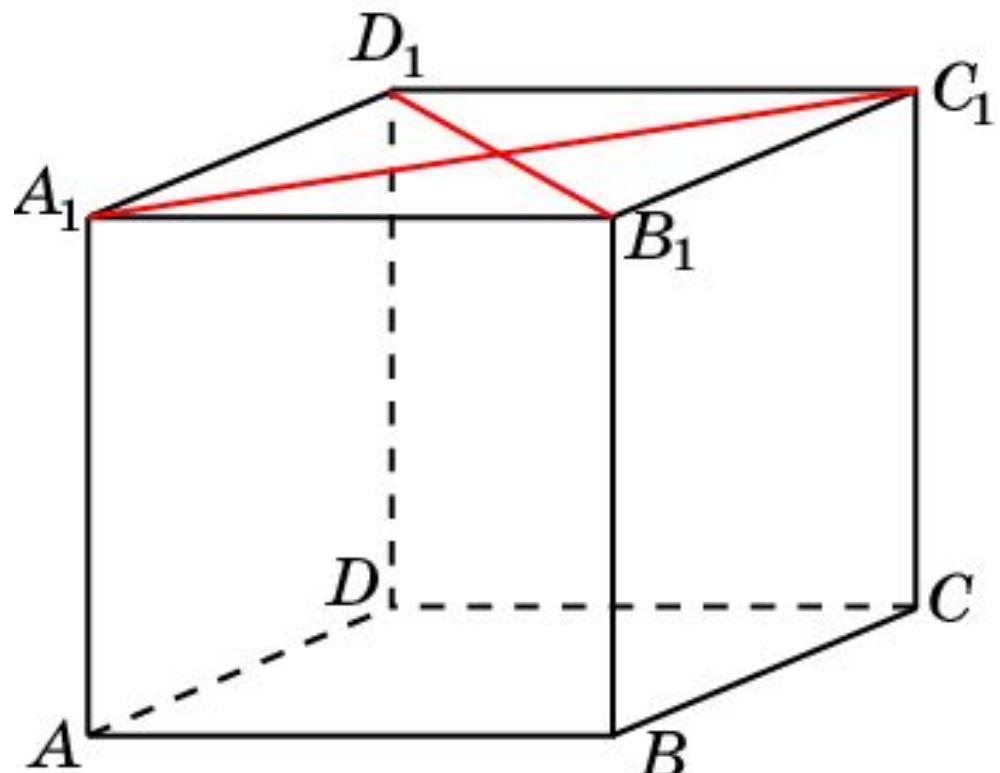
*Углом между двумя пересекающимися прямыми* в пространстве называется наименьший из углов, образованных лучами этих прямых с вершиной в точке их пересечения.



*Углом между скрещивающимися прямыми* называется угол между пересекающимися прямыми, соответственно параллельными данным.

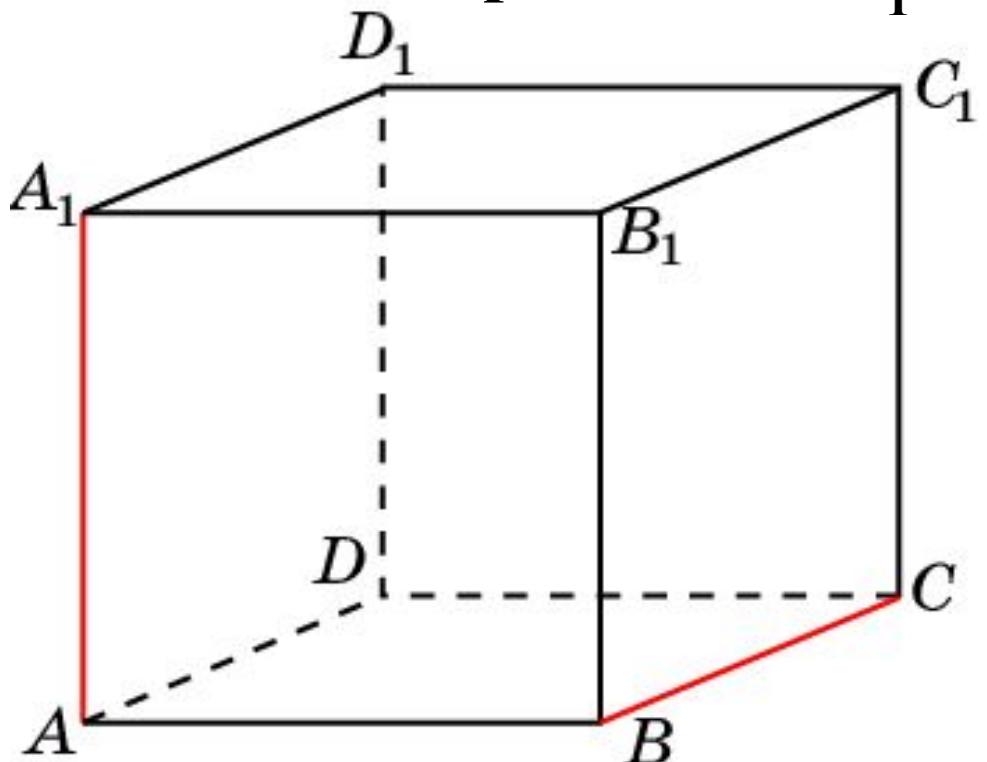
Если прямые параллельны, то угол между ними считается равным  $0^\circ$

В кубе  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  найдите угол между прямыми  $A_1C_1$  и  $B_1D_1$ .



Ответ:  
**90°**

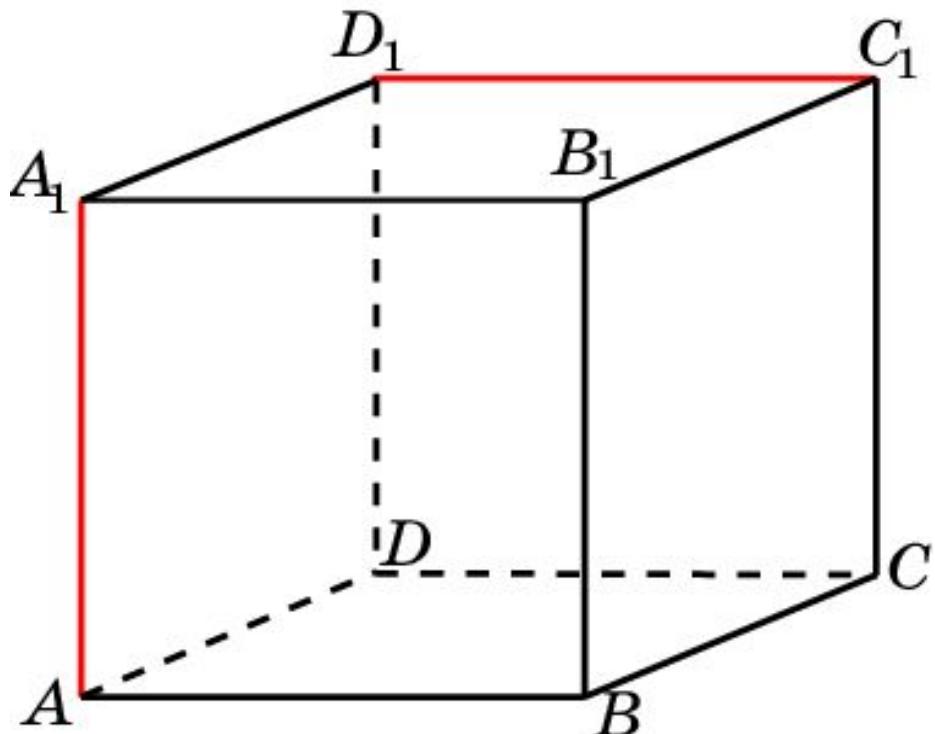
В кубе  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  найдите угол между прямыми  $AA_1$  и  $BC$ .



Ответ:  
 $90^\circ$

$$AA_1 \wedge BC = AA_1 \wedge AD$$

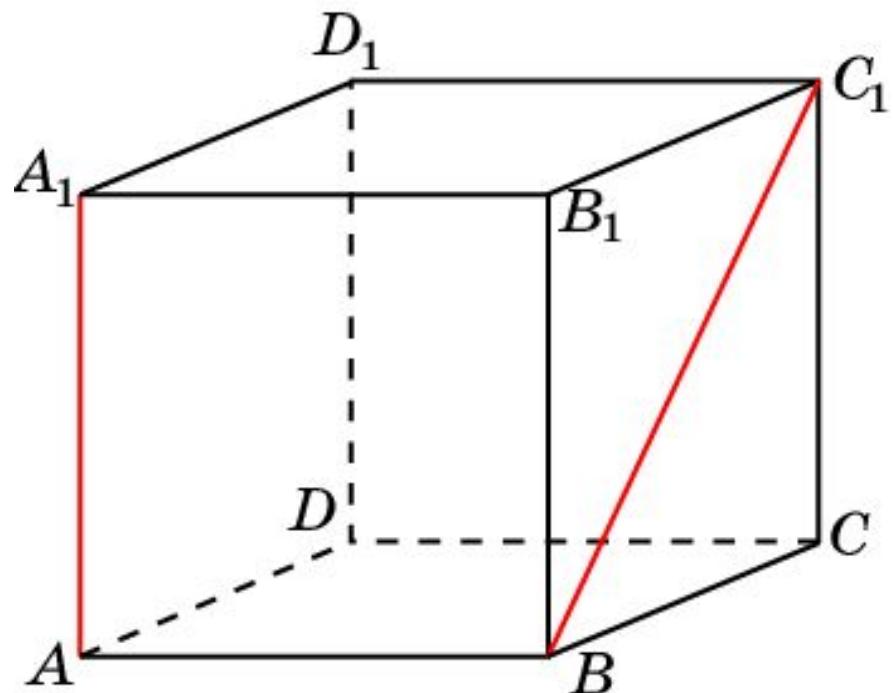
В кубе  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  найдите угол между прямыми  $AA_1$  и  $C_1D_1$ .



Ответ:  
 $90^\circ$

$$AA_1 \wedge D_1C_1 = AA_1 \wedge A_1B_1$$

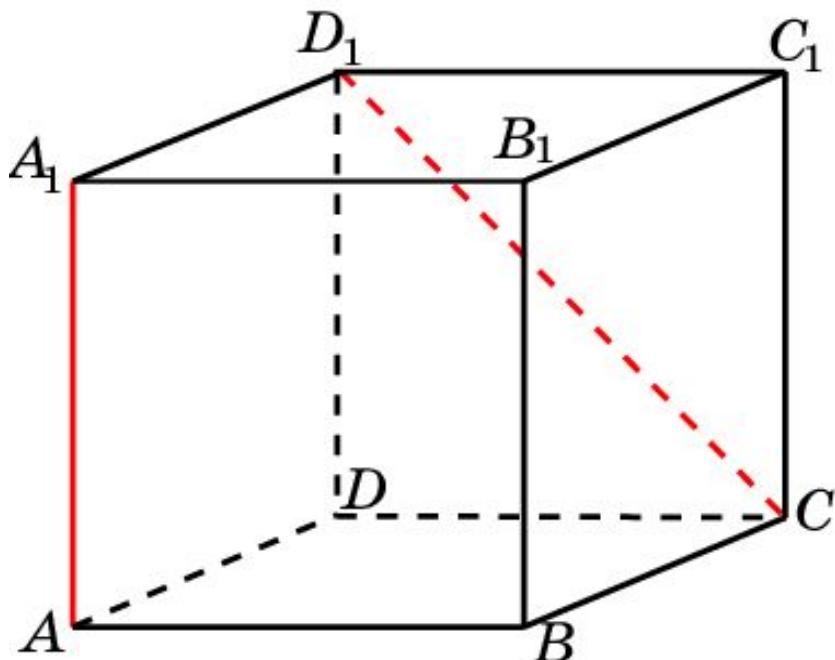
В кубе  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  найдите угол между прямыми  $AA_1$  и  $BC_1$ .



Ответ:  
 $45^\circ$

$$AA_1 \wedge BC_1 = AA_1 \wedge AD_1$$

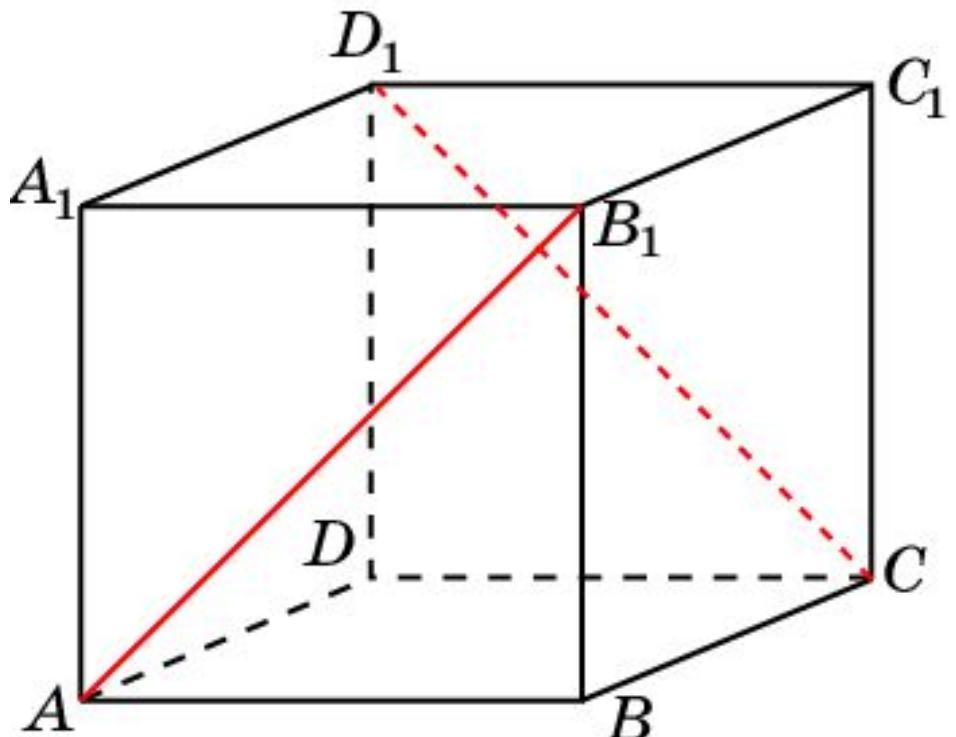
В кубе  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  найдите угол между прямыми  $AA_1$  и  $CD_1$ .



Ответ:  
**45°**

$$AA_1 \wedge D_1C = AA_1 \wedge A_1B$$

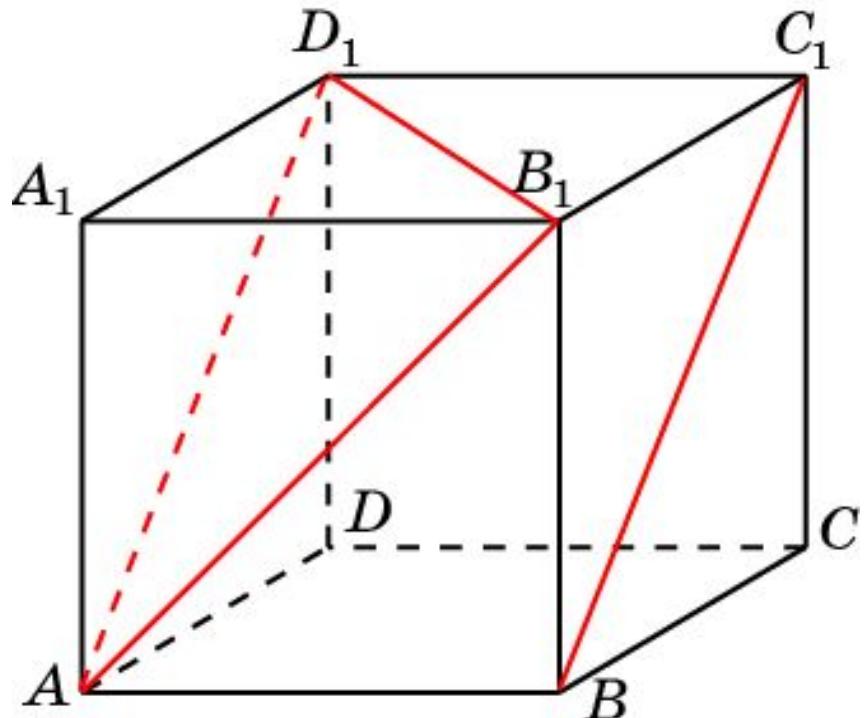
В кубе  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  найдите угол между прямыми  $AB_1$  и  $CD_1$ .



Ответ:  
 $90^\circ$

$$AB_1 \wedge D_1C = AB_1 \wedge A_1B$$

В кубе  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  найдите угол между прямыми  $AB_1$  и  $BC_1$ .



Через точку  $A$  проведем прямую  $AD_1$ , параллельную  $BC_1$ . Искомый угол равен углу  $B_1AD_1$ . Треугольник  $B_1AD_1$  – равносторонний. Следовательно, искомый угол равен  $60^\circ$ .

Ответ:  $60^\circ$

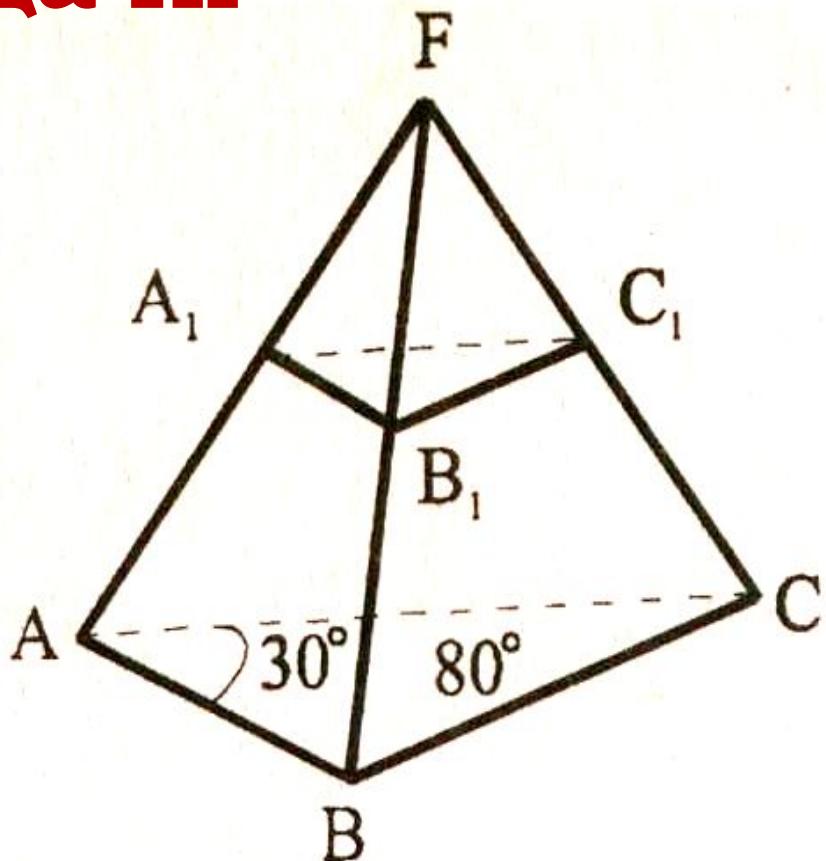
# Задачи

1. Дан  $\triangle ABC$ .

$AA_1 \cap BB_1 \cap CC_1 = F$ ,  
 $A_1B_1 \parallel AB$ ,  $A_1C_1 \parallel AC$ ,  
 $B_1C_1 \parallel BC$ ,  $\angle BAC = 30^\circ$ ,  
 $\angle ABC = 80^\circ$ .

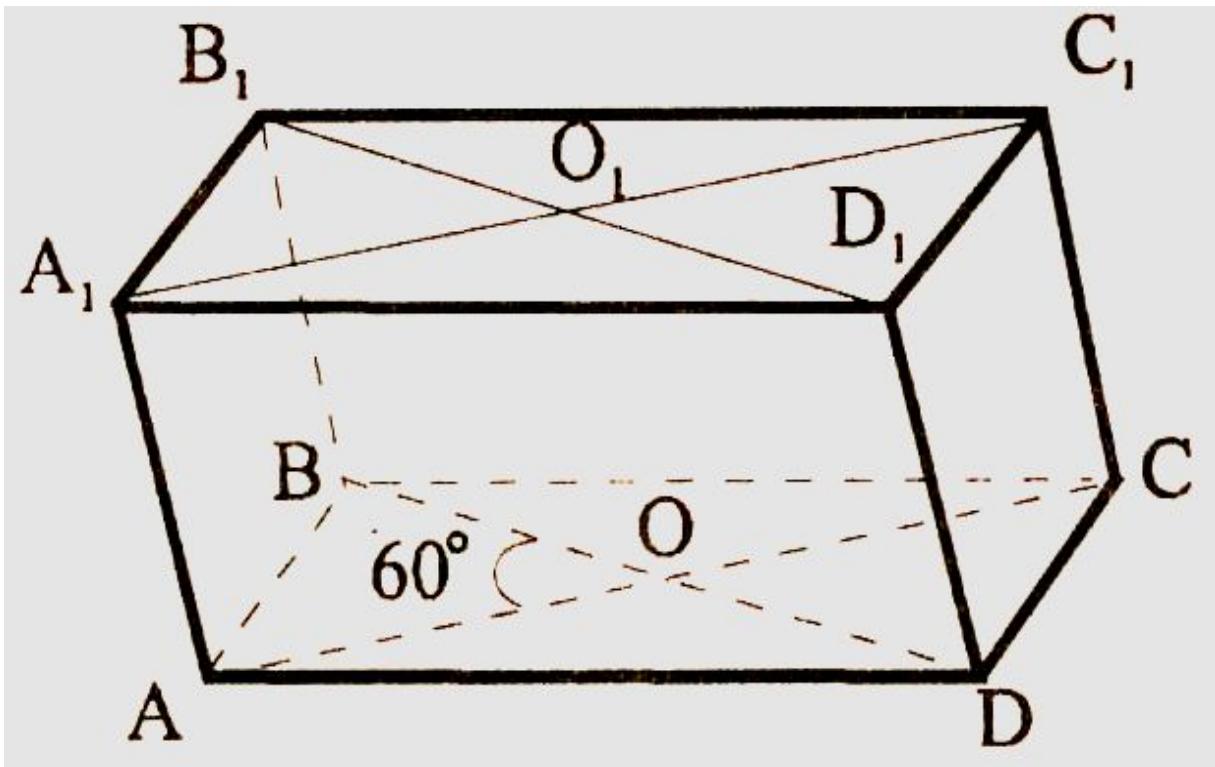
Найдите угол между  
прямыми:

- а)  $AB$  и  $B_1C_1$ ;
- б)  $A_1C_1$  и  $BC$ .

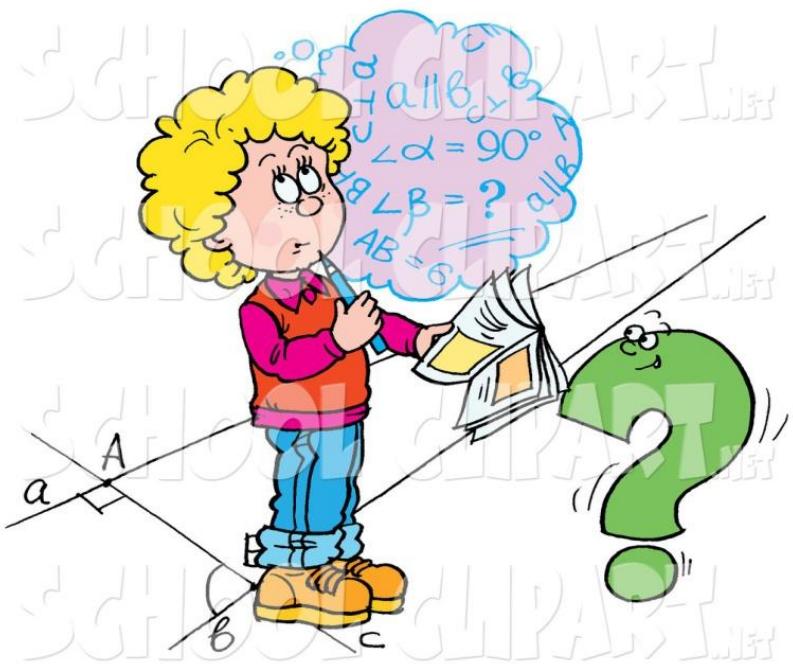


## Задачи

2.  $ABCD$  – прямоугольник.  $\angle AOB = 60^\circ$ ,  $AA_1 \parallel BB_1 \parallel CC_1 \parallel DD_1$ . Найдите угол между прямыми: а)  $A_1B_1$  и  $AC$ ; б)  $AB$  и  $A_1D_1$ .



# Домашнее задание



- п. 7 – 9
- № 44
- № 45