ГБПОУ ПО «Кузнецкий многопрофильный колледж»

ПЕРВООБРАЗНАЯ

Преподаватель:Мустакаева Г.Р.

Определение производной

Производной в данной точке называется предел отношения приращения функции к приращению аргумента.

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Механический смысл производной.

Пусть задан путь движения материальной точки. Скорость данной материальной точки в момент времени t есть производная пути времени t:

$$v(t)=s'(t)$$

Ускорение материального тела равно первой производной скорости, то есть:

$$a(t)=v'(t)$$

Задача 1.

Материальная точка движется прямолинейно по закону:

$$s(t) = t^3 + 2t^2 - 5t.$$

Найти функцию, выражающую закон изменения скорости движения v(t).

$$v(t)=S'(t)=3t^2+4t-5.$$

Задача 2.

Скорость прямолинейно движущейся точки изменяется по закону:

$$v(t)=3t^2+4t-5.$$

Найти функцию *s(t)*, выражающую зависимость перемещения точки от времени.

$$s(t) = t^3 + 2t^2 - 5t.$$

Скорость это ***результат*** производной пути по времени.

Путь –это первоначальная величина- **ПЕРВООБРАЗНАЯ**

Определение первообразной

Функция F(x) называется первообразной для функции f(x) на заданном промежутке X, если для всех x из этого промежутка

$$F'(x) = f(x)$$

Основное свойство первообразных

Если F(x) – первообразная функции f(x) на некотором промежутке, то

F(x)+C – первообразная функции f(x) на этом промежутке.

$$(F(x)+C)'=F'(x)=f(x)$$

Таблица производных

Функция	Производная
$y = C, \quad C = Const$	0
$y = Cx$	$y' = C$
$y = x^n$	$y' = n \cdot x^{n-1}$
$y = e^{nx}$	$y' = ne^{nx}$
$y = a^x$	$y' = a^x \ln a$
$y = \ln x$	$y' = \frac{1}{x}$
$y = \sin x$	$y' = \cos x$
$y = \cos x$	$y' = -\sin x$
$y = tgx$	$y' = \frac{1}{\cos^2 x}$
$y = ctgx$	$y' = -\frac{1}{\sin^2 x}$

Таблица первообразных

	Функция	Первообразная
1	$x^p,\ p \neq -1$	$\frac{x^{p+1}}{p+1} + C$
2	$\frac{1}{x},\ x > 0$	$\ln x + C$
3	e^x	$e^x + C$
4	$\sin x$	$-\cos x + C$
5	$\cos x$	$\sin x + C$
6	$(kx+b)^p,\ \ p \neq -1,\ k \neq 0$	$\frac{(kx+b)^{p+1}}{k(p+1)} + C$
7	$\frac{1}{kx+b},\ \ k \neq 0$	$\frac{1}{k} \ln (kx+b) + C$
8	$e^{kx+b},\ \ k \neq 0$	$\frac{1}{k} e^{kx+b} + C$
9	$\sin (kx+b),\ \ k \neq 0$	$-\frac{1}{k} \cos (kx+b) + C$
10	$\cos (kx+b),\ \ k \neq 0$	$\frac{1}{k} \sin (kx+b) + C$

Пример №1.

Выяснить, является ли функция

$$F(x)=x^3-3x+1$$

первообразной для функции

$$f(x)=3(x^2-1).$$

Решение:

$F'(x) = (x^3 - 3x + 1)' = 3x^2 - 3 =$

$3(x^2 - 1) = f(x)$, т.е. $F'(x) = f(x)$,

следовательно, F(x)является

первообразной для функции f(x).

Пример №2

Найти все первообразные функции f(x) :

а) $f(x) = x^4 + 3x^2 + 5$

б) $f(x) = \sin(3x - 2)$

Используя таблицу и правила нахождения первообразных, получим:

а)Решение:

$$F(x) = \frac{x^5}{5} + 3\,\frac{x^3}{3} + 5x + C = \frac{x^5}{5} + x^3 + 5x + C$$

Ответ: $\frac{x^5}{5} + x^3 + 5x + C$

б)Решение: $F(x) = \frac{1}{3}(-\cos(3x - 2)) + C = -\frac{1}{3}\cos(3x - 2) + C$

Ответ: $-\frac{1}{3}\cos(3x - 2) + C$

Производная–«производит» новую функцию.

Первообразная-первичный образ.