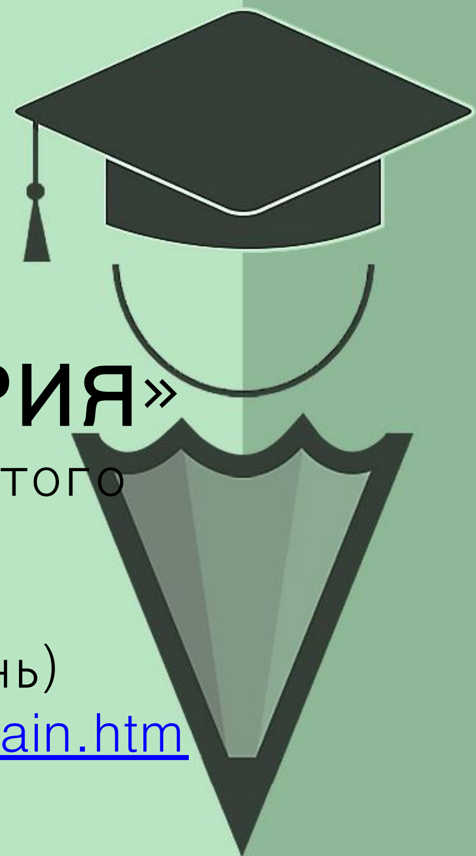
Практикум по решению задания №9 ЕГЭ по математике



«ТРИГОНОМЕТРИЯ»

(по материалам открытого банка задач ЕГЭ по математике (профильный уровень)

http://mathege.ru/or/ege/Main.html

Учитель математики: Вантрусов Д.Е.
МБОУ «Средняя школа №3 города Няндома»

Задание №9 «Вычисления и преобразования»

Задание содержит:

- преобразования числовых рациональных выражений;
- преобразования алгебраических выражений и дробей;
- преобразования числовых иррациональных выражений;
- преобразования буквенных иррациональных выражений;
- вычисление значений степенных выражений;
- действия со степенями;
- преобразования числовых логарифмических выражений;
- преобразования буквенных логарифмических выражений;
- ***вычисление значений тригонометрических выражений;***
- ***преобразования числовых тригонометрических выражений;***
- ***преобразования буквенных тригонометрических выражений***

ВСПОМНИМ ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ

$$\sin 2t = 2\sin t \cdot \cos t$$

$$\cos 2t = \cos^2 t - \sin^2 t$$

$$\sin(-t) = -\sin t$$

$$\cos(-t) = \cos t$$

$$tg^2\, t + 1 = \frac{1}{\cos^2 t}$$

$$tg\, t = \frac{\sin t}{\cos t}$$

$$tg\, t \cdot ctg\, t = 1$$

$$\sin^2 t + \cos^2 t = 1$$

$$\cos 2t = 1 - 2\sin^2 t$$
$$\cos 2t = 2\cos^2 t - 1$$

$$tg(-t) = -tg\, t$$

Формулы приведения

Найдите значение выражения:

Задание:

$$\frac{2\sin 11^\circ \cdot \cos 11^\circ}{\sin 22^\circ}.$$

Решение:

$$\frac{2\sin 11^\circ \cdot \cos 11^\circ}{\sin 22^\circ} = \frac{\sin 22^\circ}{\sin 22^\circ} = 1.$$

Задание:

$$\frac{33\cos 63^\circ}{\sin 27^\circ}.$$

Решение:

$$\frac{33\cos 63^\circ}{\sin 27^\circ} = \frac{33\cos(90^\circ - 27^\circ)}{\sin 27^\circ} = \frac{33\sin 27^\circ}{\sin 27^\circ} = 33.$$

Формулы:

$$\cos(90^o - t) = \sin t$$

Найдите значение выражения:

Задание:

$$\frac{60}{\sin\left(-\frac{19\pi}{3}\right)\cos\left(\frac{31\pi}{6}\right)}.$$

Решение:

$$\frac{60}{\sin\left(-\frac{19\pi}{3}\right)\cos\left(\frac{31\pi}{6}\right)} = \frac{60}{-\sin\left(3\cdot 2\pi + \frac{\pi}{3}\right)\cos\left(3\cdot 2\pi - \frac{5\pi}{6}\right)} =$$

$$= \frac{60}{-\sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{5\pi}{6}} = \frac{60}{-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right)} = \frac{60}{-\frac{\sqrt{3}}{2}\left(-\cos\frac{\pi}{6}\right)} = \frac{60}{\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{60}{\frac{3}{4}} = 80.$$

Найдите значение выражения:

Задание:

$$\frac{34\sin 100^\circ}{\sin 260^\circ}.$$

Решение:

$$\frac{34\sin 100^\circ}{\sin 260^\circ}=\frac{34\sin\left(90^\circ+10^\circ\right)}{\sin\left(270^\circ-10^\circ\right)}=\frac{34\cos 10^\circ}{-\cos 10^\circ}=-34.$$

Задание:

$$5tg154^\circ\cdot tg244^\circ.$$

Решение:

$$5tg154^\circ\cdot tg244^\circ=5tg\left(90+64^\circ\right)\cdot tg\left(180+64\right)^\circ=$$

$$=-5ctg64^\circ\cdot tg64^\circ=-5.$$

Найдите

Задание:

Найдите tg t, если $\cos t = \dfrac{5\sqrt{29}}{29},\ t \in \left(\dfrac{3\pi}{2}; 2\pi\right).$

Решение:

$$\cos t = \frac{5\sqrt{29}}{29} = \frac{5}{\sqrt{29}}$$

$$\sin^2 t = 1 - \cos^2 t = 1 - \left(\frac{5}{\sqrt{29}}\right)^2 = 1 - \frac{25}{29} = \frac{29}{29} - \frac{25}{29} = \frac{4}{29}$$

$$\sin t = -\sqrt{\frac{4}{29}} = -\frac{2}{\sqrt{29}},\ \text{где } t \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right) \Rightarrow \sin t < 0$$

$$\mathrm{tg}\, t = \frac{\sin t}{\cos t} = \frac{-\frac{2}{\sqrt{29}}}{\frac{5}{\sqrt{29}}} = -\frac{2}{5} = -0{,}4.$$

Найдите значение выражения:

Задание:

$-20\cos 2t$, если $\sin t = -0{,}8$

Решение:

$$-20\cos 2t = -20\left(1-2\sin^2 t\right) = -20\left(1-2\cdot(-0{,}8)^2\right) =$$

$$= -20\left(1-2\cdot 0{,}64\right) = -20\left(1-1{,}28\right) = -20\cdot\left(-0{,}28\right) = 5{,}6.$$

Задание:

Найдите $\dfrac{2\sin 4t}{5\cos 2t}$, если $\sin 2t = -0{,}7$.

Решение:

$$\frac{2\sin 4t}{5\cos 2t} = \frac{4\sin 2t\cdot\cos 2t}{5\cos 2t} = \frac{4\sin 2t}{5} = \frac{4\cdot(-0{,}7)}{5} = \frac{-2{,}8}{5} = -0{,}56.$$

Найдите значение выражения:

Задание:

$4tg(-3\pi - t) - 3tg\, t$, *если* $tg\, t = 1$.

Решение:

$$4tg(-3\pi - t) - 3tgt = -4tg(3\pi + t) - 3tgt = -4tgt - 3tgt = -7tgt =$$
$$= -7 \cdot 1 = -7.$$

Задание:

$$-4sin\left(\frac{3\pi}{2} - t\right), \text{ если } \sin t = 0,96, \quad t \in (0;\ 0,5\pi).$$

Решение:

$$cos^2 t = 1 - sin^2 t = 1 - (0,96)^2 = 1 - \left(\frac{24}{25}\right)^2 = \frac{625}{625} - \frac{576}{625} = \frac{49}{625}$$

$$cost = \sqrt{\frac{49}{625}} = \frac{7}{25} = \frac{28}{100} = 0,28, \quad где\ t \in (0;\ 0,5\pi) \Rightarrow cost > 0$$

$$-4sin\left(\frac{3\pi}{2} - t\right) = 4cost = 4 \cdot 0,28 = 1,12.$$

Найдите значение выражения:

Задание:

$tg^2\, t$, если $5\sin^2 t + 12\cos^2 t = 6.$

Решение:

$$5\sin^2 t + 12\cos^2 t = 6 \quad \Big|: \cos^2 t$$

$$\frac{5\sin^2 t}{\cos^2 t} + \frac{12\cos^2 t}{\cos^2 t} = \frac{6}{\cos^2 t}$$

$$5tg^2 t + 12 = 6 \cdot \frac{1}{\cos^2 t}$$

$$5tg^2 t + 12 = 6\left(tg^2 t + 1\right)$$

$$5tg^2 t - 6tg^2 t = 6 - 12$$

$$-tg^2 t = -6$$

$$tg^2 t = 6.$$

Найдите значение выражения:

Задание:

$$\frac{10cost-2\sin t+10}{\sin t-5cost+5},\ \text{если}\ \ tg\ t=5.$$

Решение:

Поделим числитель и знаменатель дробина cost,

где $cost \neq 0$:

$$\frac{10cost-2\sin t+10}{\sin t-5cost+5}=\frac{\dfrac{10cost}{cost}-\dfrac{2\sin t}{cost}+\dfrac{10}{cost}}{\dfrac{\sin t}{cost}-\dfrac{5cost}{cost}+\dfrac{5}{cost}}=\frac{10-2tgt+\dfrac{10}{cost}}{tgt-5+\dfrac{5}{cost}}=$$

$$=\frac{10-2\cdot 5+\dfrac{10}{cost}}{5-5+\dfrac{5}{cost}}=\frac{\dfrac{10}{cost}}{\dfrac{5}{cost}}=2.$$

Найдите значение выражения:

Задание:

$$tg\ t,\ \ если\ \ \frac{7\sin t - 2\cos t}{4\sin t - 9\cos t} = 2.$$

Решение:

$$\frac{7\sin t - 2\cos t}{4\sin t - 9\cos t} = \frac{2}{1}$$

$$7\sin t - 2\cos t = 2(4\sin t - 9\cos t)$$

$$16\cos t = 10\sin t \quad \Big|: \cos t$$

$$\frac{16\cos t}{\cos t} = \frac{10\sin t}{\cos t}$$

$$16 = 10tgt$$

$$tgt = \frac{16}{10}$$

$$tgt = 1{,}6.$$

Найдите значение выражения:

Задание:

$$2\cos(2\pi+t)+5\sin\left(-\frac{\pi}{2}+t\right),$$ если $$\cos t=-\frac{2}{3}.$$

Решение:

$$2\cos(2\pi+t)+5\sin\left(-\frac{\pi}{2}+t\right)=2\cos t-5\sin\left(\frac{\pi}{2}-t\right)=2\cos t-5\cos t=$$

$$=-3\cos t=-3\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)=2.$$

Найдите значение выражения:

Задание:

$$2\sqrt{2}\sin\frac{13\pi}{8}\cos\frac{13\pi}{8}.$$

Решение:

$$2\sqrt{2}\sin\frac{13\pi}{8}\cos\frac{13\pi}{8}=\sqrt{2}\sin\left(2\cdot\frac{13\pi}{8}\right)=\sqrt{2}\sin\frac{13\pi}{4}=$$

$$=\sqrt{2}\sin\left(4\pi-\frac{3\pi}{4}\right)=\sqrt{2}\sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right)=-\sqrt{2}\sin\frac{3\pi}{4}=-\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=-1.$$

Найдите значение выражения:

Задание:

$$\sqrt{27}\cos^2\frac{13\pi}{12}-\sqrt{27}\sin^2\frac{13\pi}{12}.$$

Решение:

$$\sqrt{27}\cos^2\frac{13\pi}{12}-\sqrt{27}\sin^2\frac{13\pi}{12}=\sqrt{27}\left(\cos^2\frac{13\pi}{12}-\sin^2\frac{13\pi}{12}\right)=$$

$$=\sqrt{27}\cos\left(2\cdot\frac{13\pi}{12}\right)=\sqrt{27}\cos\left(\frac{13\pi}{6}\right)=\sqrt{27}\cos\left(2\pi+\frac{\pi}{6}\right)=\sqrt{27}\cos\frac{\pi}{6}=$$

$$=3\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{9}{2}=4{,}5.$$

Задание:

$$\sqrt{72}\cos^2\frac{15\pi}{8}-\sqrt{18}.$$

Решение:

$$\sqrt{72}\cos^2\frac{15\pi}{8}-\sqrt{18}=\sqrt{18}\left(2\cos^2\frac{15\pi}{8}-1\right)=\sqrt{18}\cos\left(2\cdot\frac{15\pi}{8}\right)=$$

$$=\sqrt{18}\cos\left(\frac{15\pi}{4}\right)=\sqrt{18}\cos\left(4\pi-\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{18}\cos\frac{\pi}{4}=3\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=3.$$

ТЕСТ (проверь свои знания по теме…)

1 $\dfrac{22\left(\sin^2 9^\circ - \cos^2 9^\circ\right)}{\cos 18^\circ}.$

1) −22 2) 7 3) 49

2 $6\sqrt{3}\,tg\dfrac{\pi}{6}\sin\dfrac{\pi}{6}.$

1) 5 2) 25 3) 3

3 $24\sqrt{3}\cos\left(-750^\circ\right).$

1) −9 2) 9 3) 36

4 $\dfrac{37}{\sin^2 173^\circ + \sin^2 263^\circ}.$

1) 4 2) 37 3) 2

5 $\dfrac{\cos(3\pi - t) - \sin\left(-\dfrac{3\pi}{2} + t\right)}{5\cos(t - \pi)}.$

1) − 2) 0,4 3) 0,5

6 *16. Найдите* $tg\left(t + \dfrac{5\pi}{2}\right)$, *если* $tg\, t = 0,1.$

1) −10 2) 10 3) 49

7

Найдите $\dfrac{7\cos t - 6\sin t}{3\sin t - 5\cos t}$, *если* $tg\ t = 1.$

1) −0,5 2) 0,5 3)5

8

Найдите $tg\ t$, *если* $\dfrac{3\sin t + 5\cos t + 1}{2\sin t + \cos t + 4} = \dfrac{1}{4}.$

1) 1,4 2) −1,9 3) 1

9

$$\frac{-6\sin 142^\circ}{\sin 71^\circ \cdot \sin 19^\circ}.$$

1) 11 2)12 3)−12

10

$$\sqrt{8} - \sqrt{32}\sin^2\frac{11\pi}{8}.$$

1) 8 2) −2 3) 4

Проверь себя:

Номер задания	Номер правильного ответа
1	1
2	3
3	3
4	2
5	2
6	1
7	1
8	2
9	3
10	2

Удачи на ЕГЭ!!!