



«ТРИГОНОМЕТРИЯ»

(по материалам открытого
банка задач ЕГЭ
по математике
(профильный уровень)

<http://mathege.ru/or/ege/Main.htm>



Учитель математики: Вантусов Д.Е.
МБОУ «Средняя школа №3 города Няндомы»

Задание №9 «Вычисления и преобразования»

Задание содержит:

- преобразования числовых рациональных выражений;
- преобразования алгебраических выражений и дробей;
- преобразования числовых иррациональных выражений;
- преобразования буквенных иррациональных выражений;
- вычисление значений степенных выражений;
- действия со степенями;
- преобразования числовых логарифмических выражений;
- преобразования буквенных логарифмических выражений;
- вычисление значений тригонометрических выражений;
- преобразования числовых тригонометрических выражений;
- преобразования буквенных тригонометрических выражений



ВСПОМНИМ ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ

$$\sin 2t = 2\sin t \cdot \cos t$$

$$\cos 2t = \cos^2 t - \sin^2 t$$

$$\sin (-t) = -\sin t$$

$$\cos (-t) = \cos t$$

$$\operatorname{tg}^2 t + 1 = \frac{1}{\cos^2 t}$$

$$\operatorname{tg} t = \frac{\sin t}{\cos t}$$

$$\operatorname{tg} t \cdot \operatorname{ctg} t = 1$$

$$\sin^2 t + \cos^2 t = 1$$

$$\begin{aligned}\cos 2t &= 1 - 2\sin^2 t \\ \cos 2t &= 2\cos^2 t - 1\end{aligned}$$

$$\operatorname{tg} (-t) = -\operatorname{tg} t$$

Формулы приведения



Найдите значение выражения:

Задание:

$$\frac{2\sin 11^\circ \cdot \cos 11^\circ}{\sin 22^\circ}$$

Решение:

$$\frac{2\sin 11^\circ \cdot \cos 11^\circ}{\sin 22^\circ} = \frac{\sin 22^\circ}{\sin 22^\circ} = 1.$$

Задание:

$$\frac{33\cos 63^\circ}{\sin 27^\circ}$$

Решение:

$$\frac{33\cos 63^\circ}{\sin 27^\circ} = \frac{33\cos(90^\circ - 27^\circ)}{\sin 27^\circ} = \frac{33\sin 27^\circ}{\sin 27^\circ} = 33.$$

Формулы:

$$\cos(90^\circ - t) = \sin t$$



Найдите значение выражения:

Задание:

$$\frac{60}{\sin\left(-\frac{19\pi}{3}\right)\cos\left(\frac{31\pi}{6}\right)}$$

Решение:

$$\begin{aligned} \frac{60}{\sin\left(-\frac{19\pi}{3}\right)\cos\left(\frac{31\pi}{6}\right)} &= \frac{60}{-\sin\left(3 \cdot 2\pi + \frac{\pi}{3}\right)\cos\left(3 \cdot 2\pi - \frac{5\pi}{6}\right)} = \\ &= \frac{60}{-\sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{5\pi}{6}} = \frac{60}{-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right)} = \frac{60}{-\frac{\sqrt{3}}{2}\left(-\cos\frac{\pi}{6}\right)} = \frac{60}{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{60}{\frac{3}{4}} = 80. \end{aligned}$$



Найдите значение выражения:

Задание:

$$\frac{34 \sin 100^\circ}{\sin 260^\circ}$$

Решение:

$$\frac{34 \sin 100^\circ}{\sin 260^\circ} = \frac{34 \sin(90^\circ + 10^\circ)}{\sin(270^\circ - 10^\circ)} = \frac{34 \cos 10^\circ}{-\cos 10^\circ} = -34.$$

Задание:

$$5 \operatorname{tg} 154^\circ \cdot \operatorname{tg} 244^\circ.$$

Решение:

$$\begin{aligned} 5 \operatorname{tg} 154^\circ \cdot \operatorname{tg} 244^\circ &= 5 \operatorname{tg}(90 + 64^\circ) \cdot \operatorname{tg}(180 + 64^\circ) = \\ &= -5 \operatorname{ctg} 64^\circ \cdot \operatorname{tg} 64^\circ = -5. \end{aligned}$$



Найдите

Задание:

Найдите $\operatorname{tg} t$, если $\operatorname{cost} = \frac{5\sqrt{29}}{29}$, $t \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.

Решение:

$$\operatorname{cost} = \frac{5\sqrt{29}}{29} = \frac{5}{\sqrt{29}}$$

$$\sin^2 t = 1 - \cos^2 t = 1 - \left(\frac{5}{\sqrt{29}}\right)^2 = 1 - \frac{25}{29} = \frac{29}{29} - \frac{25}{29} = \frac{4}{29}$$

$$\sin t = -\sqrt{\frac{4}{29}} = -\frac{2}{\sqrt{29}}, \text{ где } t \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right) \Rightarrow \sin t < 0$$

$$\operatorname{tgt} = \frac{\sin t}{\operatorname{cost}} = \frac{-\frac{2}{\sqrt{29}}}{\frac{5}{\sqrt{29}}} = -\frac{2}{5} = -0,4.$$



Найдите значение выражения:

Задание:

$$-20\cos 2t, \text{ если } \sin t = -0,8$$

Решение:

$$\begin{aligned} -20\cos 2t &= -20(1 - 2\sin^2 t) = -20(1 - 2 \cdot (-0,8)^2) = \\ &= -20(1 - 2 \cdot 0,64) = -20(1 - 1,28) = -20 \cdot (-0,28) = 5,6. \end{aligned}$$

Задание:

$$\text{Найдите } \frac{2\sin 4t}{5\cos 2t}, \text{ если } \sin 2t = -0,7.$$

Решение:

$$\frac{2\sin 4t}{5\cos 2t} = \frac{4\sin 2t \cdot \cos 2t}{5\cos 2t} = \frac{4\sin 2t}{5} = \frac{4 \cdot (-0,7)}{5} = \frac{-2,8}{5} = -0,56.$$



Найдите значение выражения:

Задание:

$$4\operatorname{tg}(-3\pi - t) - 3\operatorname{tg} t, \text{ если } \operatorname{tg} t = 1.$$

Решение:

$$\begin{aligned} 4\operatorname{tg}(-3\pi - t) - 3\operatorname{tg} t &= -4\operatorname{tg}(3\pi + t) - 3\operatorname{tg} t = -4\operatorname{tg} t - 3\operatorname{tg} t = -7\operatorname{tg} t = \\ &= -7 \cdot 1 = -7. \end{aligned}$$

Задание:

$$-4\sin\left(\frac{3\pi}{2} - t\right), \text{ если } \sin t = 0,96, t \in (0; 0,5\pi).$$

Решение:

$$\cos^2 t = 1 - \sin^2 t = 1 - (0,96)^2 = 1 - \left(\frac{24}{25}\right)^2 = \frac{625}{625} - \frac{576}{625} = \frac{49}{625}$$

$$\cos t = \sqrt{\frac{49}{625}} = \frac{7}{25} = \frac{28}{100} = 0,28, \text{ где } t \in (0; 0,5\pi) \Rightarrow \cos t > 0$$

$$-4\sin\left(\frac{3\pi}{2} - t\right) = 4\cos t = 4 \cdot 0,28 = 1,12.$$



Найдите значение выражения:

Задание:

$tg^2 t$, если $5\sin^2 t + 12\cos^2 t = 6$.

Решение:

$$5\sin^2 t + 12\cos^2 t = 6 \quad | : \cos^2 t$$

$$\frac{5\sin^2 t}{\cos^2 t} + \frac{12\cos^2 t}{\cos^2 t} = \frac{6}{\cos^2 t}$$

$$5tg^2 t + 12 = 6 \cdot \frac{1}{\cos^2 t}$$

$$5tg^2 t + 12 = 6(tg^2 t + 1)$$

$$5tg^2 t - 6tg^2 t = 6 - 12$$

$$-tg^2 t = -6$$

$$tg^2 t = 6.$$




Найдите значение выражения:

Задание:

$$\frac{10\cos t - 2\sin t + 10}{\sin t - 5\cos t + 5}, \text{ если } \operatorname{tg} t = 5.$$

Решение:

Поделим числитель и знаменатель дроби на $\cos t$,
где $\cos t \neq 0$:


$$\begin{aligned} \frac{10\cos t - 2\sin t + 10}{\sin t - 5\cos t + 5} &= \frac{\frac{10\cos t}{\cos t} - \frac{2\sin t}{\cos t} + \frac{10}{\cos t}}{\frac{\sin t}{\cos t} - \frac{5\cos t}{\cos t} + \frac{5}{\cos t}} = \frac{10 - 2\operatorname{tg} t + \frac{10}{\cos t}}{\operatorname{tg} t - 5 + \frac{5}{\cos t}} = \\ &= \frac{10 - 2 \cdot 5 + \frac{10}{\cos t}}{5 - 5 + \frac{5}{\cos t}} = \frac{10}{\frac{5}{\cos t}} = 2. \end{aligned}$$

Найдите значение выражения:

Задание:

$$\operatorname{tg} t, \text{ если } \frac{7 \sin t - 2 \cos t}{4 \sin t - 9 \cos t} = 2.$$

Решение:

$$\frac{7 \sin t - 2 \cos t}{4 \sin t - 9 \cos t} = \frac{2}{1}$$

$$7 \sin t - 2 \cos t = 2(4 \sin t - 9 \cos t)$$

$$16 \cos t = 10 \sin t \quad | : \cos t$$

$$\frac{16 \cos t}{\cos t} = \frac{10 \sin t}{\cos t}$$

$$16 = 10 \operatorname{tg} t$$

$$\operatorname{tg} t = \frac{16}{10}$$

$$\operatorname{tg} t = 1,6.$$



Найдите значение выражения:

Задание:

$$2\cos(2\pi + t) + 5\sin\left(-\frac{\pi}{2} + t\right), \quad \text{если} \quad \cos t = -\frac{2}{3}.$$

Решение:

$$\begin{aligned} 2\cos(2\pi + t) + 5\sin\left(-\frac{\pi}{2} + t\right) &= 2\cos t - 5\sin\left(\frac{\pi}{2} - t\right) = 2\cos t - 5\cos t = \\ &= -3\cos t = -3 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = 2. \end{aligned}$$



Найдите значение выражения:

Задание:

$$2\sqrt{2} \sin \frac{13\pi}{8} \cos \frac{13\pi}{8}.$$

Решение:

$$\begin{aligned} 2\sqrt{2} \sin \frac{13\pi}{8} \cos \frac{13\pi}{8} &= \sqrt{2} \sin \left(2 \cdot \frac{13\pi}{8} \right) = \sqrt{2} \sin \frac{13\pi}{4} = \\ &= \sqrt{2} \sin \left(4\pi - \frac{3\pi}{4} \right) = \sqrt{2} \sin \left(-\frac{3\pi}{4} \right) = -\sqrt{2} \sin \frac{3\pi}{4} = -\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -1. \end{aligned}$$



Найдите значение выражения:

Задание:

$$\sqrt{27} \cos^2 \frac{13\pi}{12} - \sqrt{27} \sin^2 \frac{13\pi}{12}.$$

Решение:

$$\begin{aligned} \sqrt{27} \cos^2 \frac{13\pi}{12} - \sqrt{27} \sin^2 \frac{13\pi}{12} &= \sqrt{27} \left(\cos^2 \frac{13\pi}{12} - \sin^2 \frac{13\pi}{12} \right) = \\ &= \sqrt{27} \cos \left(2 \cdot \frac{13\pi}{12} \right) = \sqrt{27} \cos \left(\frac{13\pi}{6} \right) = \sqrt{27} \cos \left(2\pi + \frac{\pi}{6} \right) = \sqrt{27} \cos \frac{\pi}{6} = \\ &= 3\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{9}{2} = 4,5. \end{aligned}$$

Задание:

$$\sqrt{72} \cos^2 \frac{15\pi}{8} - \sqrt{18}.$$

Решение:

$$\begin{aligned} \sqrt{72} \cos^2 \frac{15\pi}{8} - \sqrt{18} &= \sqrt{18} \left(2 \cos^2 \frac{15\pi}{8} - 1 \right) = \sqrt{18} \cos \left(2 \cdot \frac{15\pi}{8} \right) = \\ &= \sqrt{18} \cos \left(\frac{15\pi}{4} \right) = \sqrt{18} \cos \left(4\pi - \frac{\pi}{4} \right) = \sqrt{18} \cos \frac{\pi}{4} = 3\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 3. \end{aligned}$$



ТЕСТ (проверь свои знания по теме...)

1 $\frac{22(\sin^2 9^\circ - \cos^2 9^\circ)}{\cos 18^\circ}$.

- 1) -22 2) 7 3) 49

2 $6\sqrt{3}\operatorname{tg}\frac{\pi}{6}\sin\frac{\pi}{6}$.

- 1) 5 2) 25 3) 3

3 $24\sqrt{3}\cos(-750^\circ)$.

- 1) -9 2) 9 3) 36

4 $\frac{37}{\sin^2 173^\circ + \sin^2 263^\circ}$.

- 1) 4 2) 37 3) 2

5 $\frac{\cos(3\pi - t) - \sin\left(-\frac{3\pi}{2} + t\right)}{5\cos(t - \pi)}$.

- 1) - 2) 0,4 3) 0,5

6 16. Найдите $\operatorname{tg}\left(t + \frac{5\pi}{2}\right)$, если $\operatorname{tg} t = 0,1$.

- 1) -10 2) 10 3) 49



7 Найдите $\frac{7\cos t - 6\sin t}{3\sin t - 5\cos t}$, если $\operatorname{tg} t = 1$.

- 1) -0,5 2) 0,5
3) 5

8 Найдите $\operatorname{tg} t$, если $\frac{3\sin t + 5\cos t + 1}{2\sin t + \cos t + 4} = \frac{1}{4}$.

- 1) 1,4 2) -1,9 3) 1

9 $\frac{-6\sin 142^\circ}{\sin 71^\circ \cdot \sin 19^\circ}$.

- 1) 11 2) 12 3) -12

10 $\sqrt{8} - \sqrt{32} \sin^2 \frac{11\pi}{8}$.

- 1) 8 2) -2 3) 4



Проверь себя:



Номер задания	Номер правильного ответа
1	1
2	3
3	3
4	2
5	2
6	1
7	1
8	2
9	3
10	2



Удачи на ЕГЭ!!!