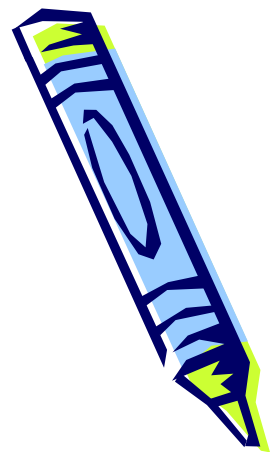
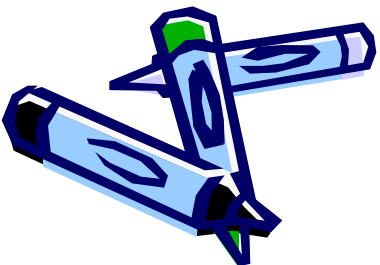




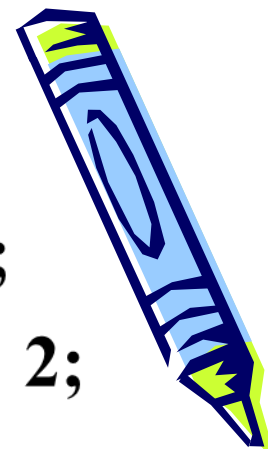
Решение показательных уравнений методом введения новой переменной



Поречная Ирина Викторовна
МКОУ «Суджанская средняя
общеобразовательная школа
№2» Суджанского района
Курской области
учитель математики



Устные упражнения



1. Приведите 25^{2+x} к основанию 5;
 $\left(\frac{1}{4}\right)^{1-x}$ к основанию 2;
 4^{2x} к основанию 2.

2. Разложите на множители:

$$5^{1-x}, \quad 5^{2x+1}, \quad 5^{x-2}.$$

3. Представьте данную функцию в виде показательной $y = a^t$

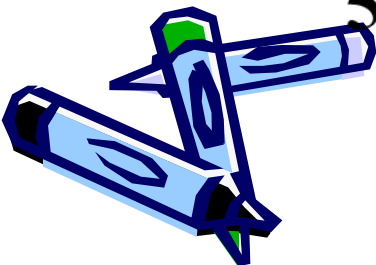
$$y = \frac{6^x}{3^x},$$

$$y = 3^x 5^x,$$

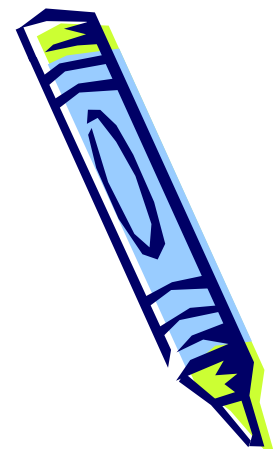
$$y = \frac{4^{3x}}{2^{5x}}.$$

4. Решите уравнения: $3^x=1$, $2^x=-2$,

$$5^{|x|}=5$$



Тестовые задания

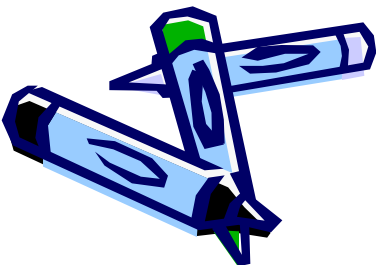


•1) Какая из формул верна?

1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

2. $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{n}{m}}$

3. $(a^m)^n = a^{m+n}$

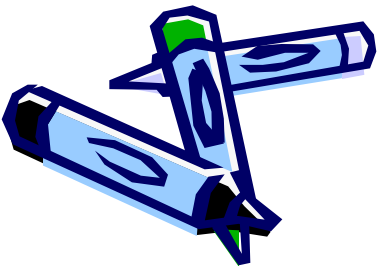
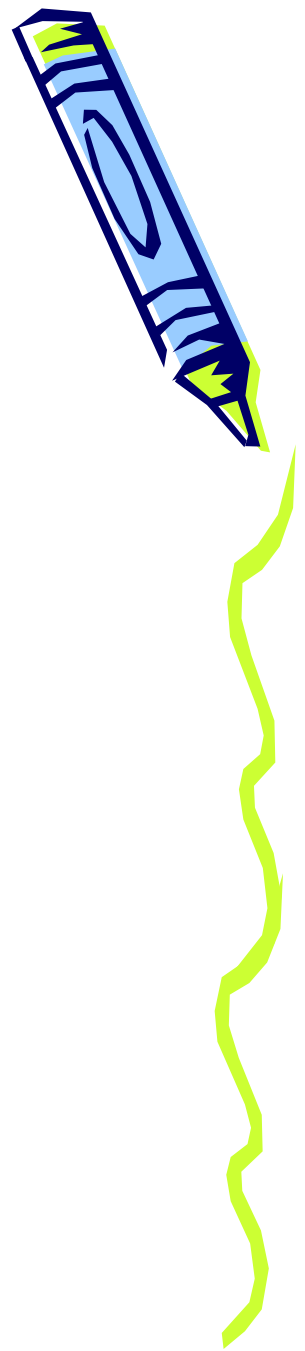


- **2) Представить в виде степени с основанием 6 выражение $\sqrt[3]{6^2}$:**

1. $6^{\frac{3}{2}}$

2. $6^{\frac{2}{3}}$

3. $6^{\frac{1}{3}}$

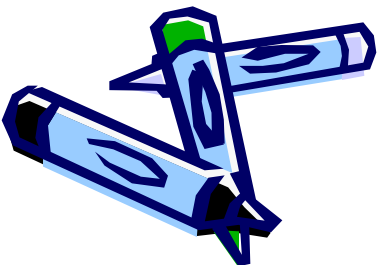
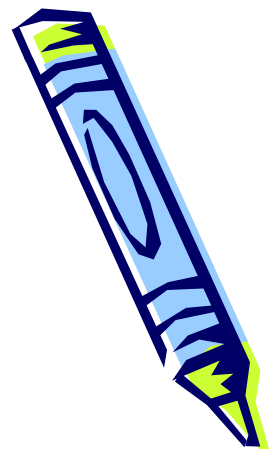


3) Вычислить: $\left(\frac{7}{5}\right)^3 \cdot \frac{25}{49}$

1. $\frac{7}{5}$

2. $\frac{5}{7}$

3. $\frac{25}{7}$

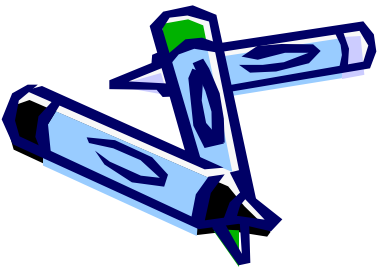
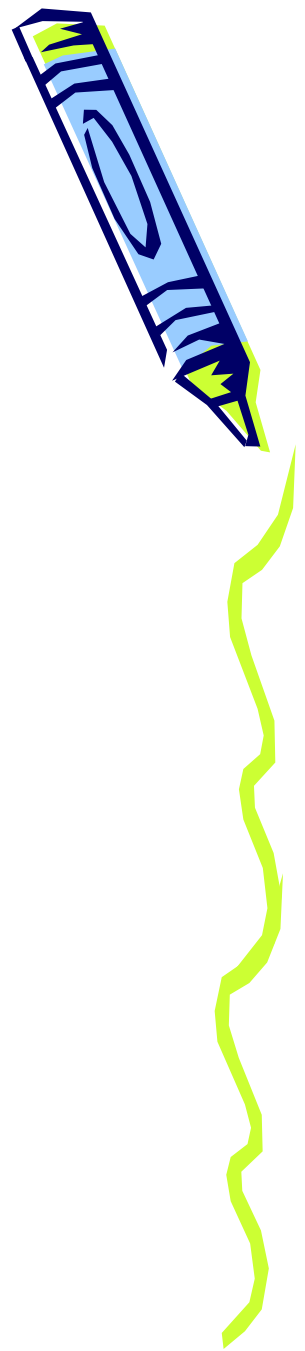


4) Какое из уравнений не имеет корней?

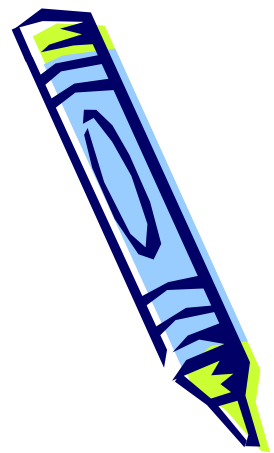
1. $3^{x+1}=3$

2. $6^x=10$

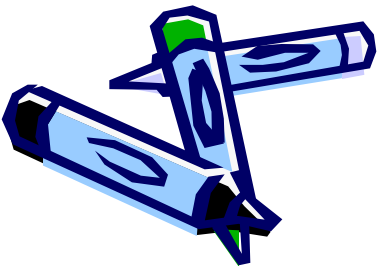
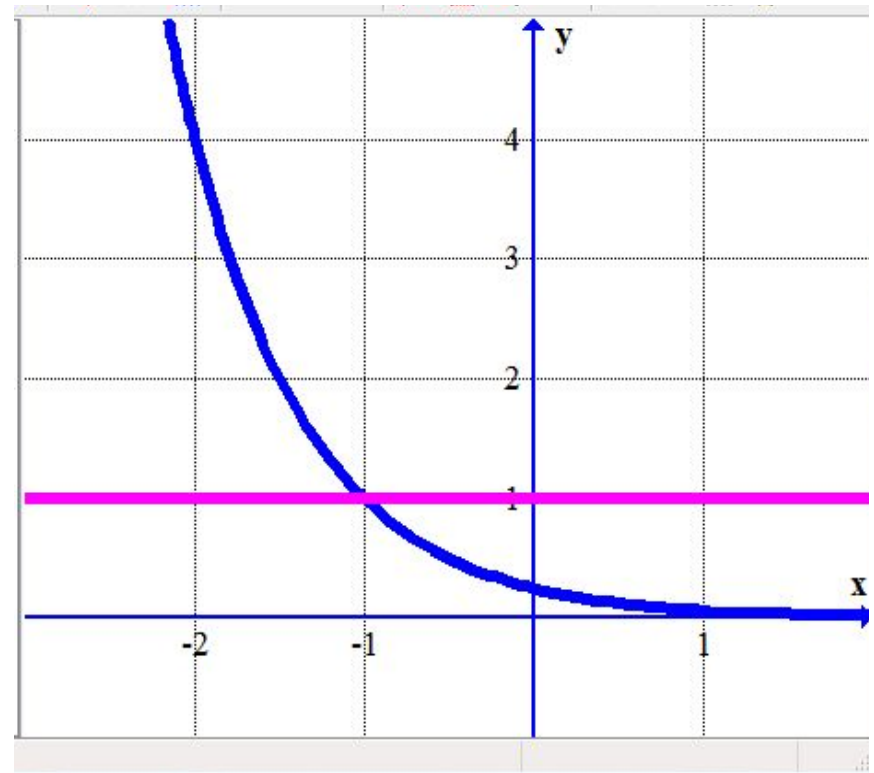
3. $3^x=0$



5) Какое из уравнений решено графически?



- 1. $4^{x+1}=1$
- 2. $\left(\frac{1}{4}\right)^{x+1} = 1$
- 3. $\left(\frac{1}{4}\right)^{x-1} = 1$



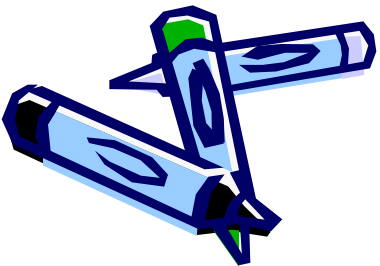
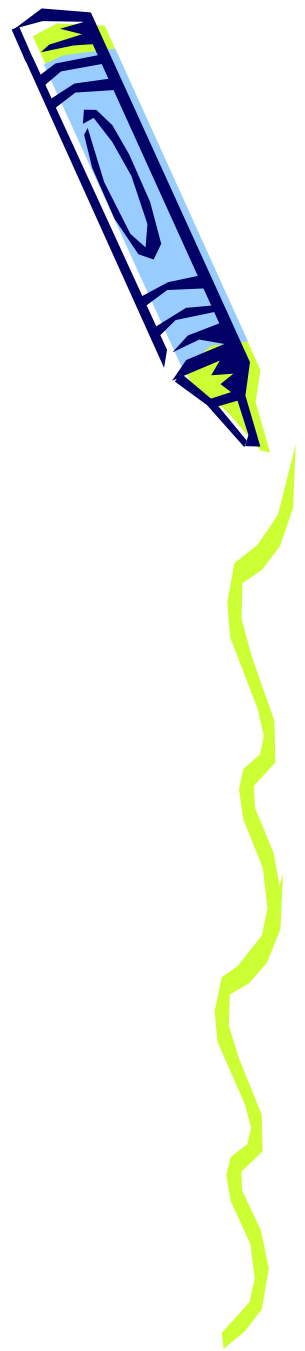
• 6) Вычислить:

$$\frac{6^{-4} \cdot 6^{-9}}{6^{-12}}$$

1. 6

2. $\frac{1}{6}$

3. 36

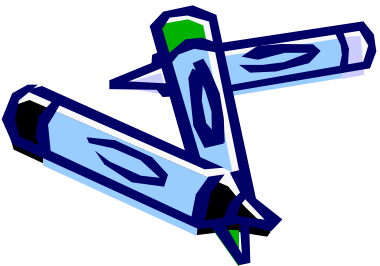


7) Представить 0,25 в виде степени числа 2:

1. 2^2

2. 2^{-2}

3. 2^{-5}



Какие уравнения называются показательными?

1. $3^{x+2} = 27$

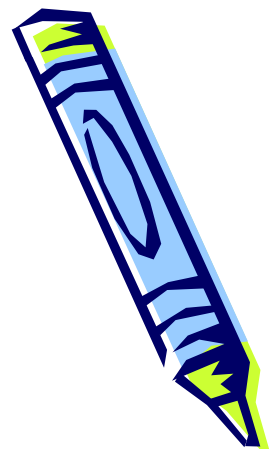
2. $3^{x+1} - 2 \cdot 3^{x-2} = 25$

3. $3^x = 5^x$

4. $9^x - 4 \cdot 3^x - 45 = 0$

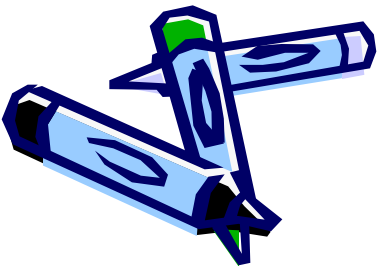
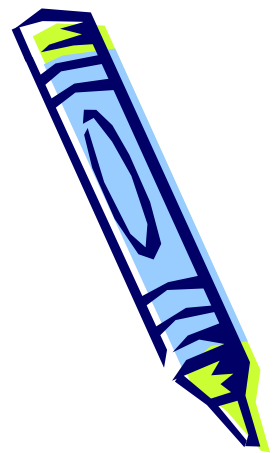
5. $\left(\frac{1}{3}\right)^x = x + 1$

6. $5^{x^2-3x} = 1$



Тема урока:

**Решение показательных
уравнений методом
введения новой
переменной**



$$9^x - 4 \cdot 3^x - 45 = 0$$

т.к. $9^x = (3^2)^x = 3^{2x} = (3^x)^2$,

Пусть $3^x = t$, где $t > 0$

$$t^2 - 4t - 45 = 0$$

По Виета

$$t_1 = -5$$

$$3^x = -5$$

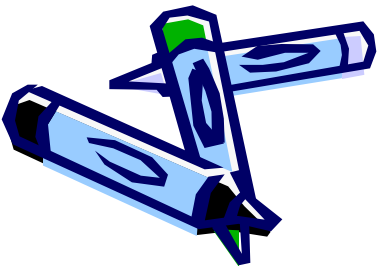
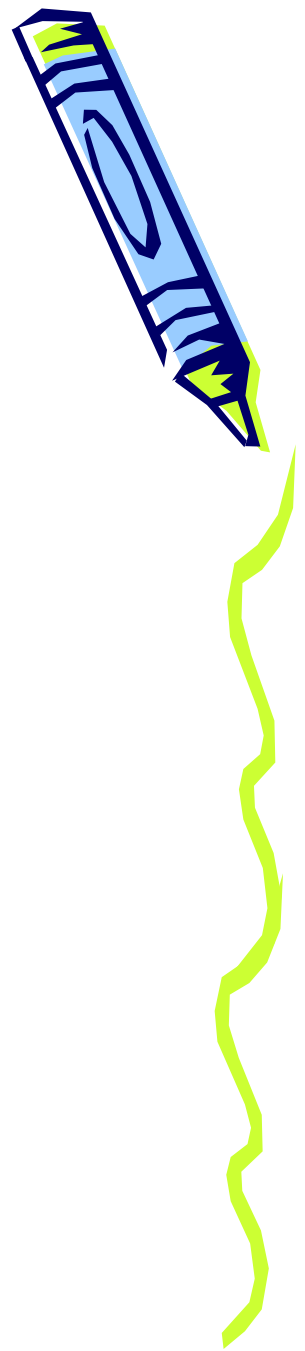
решений нет

$$t_2 = 9$$

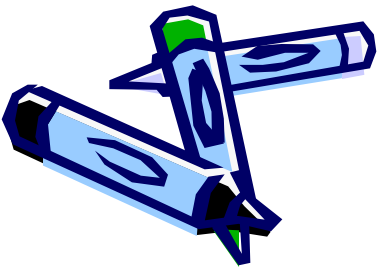
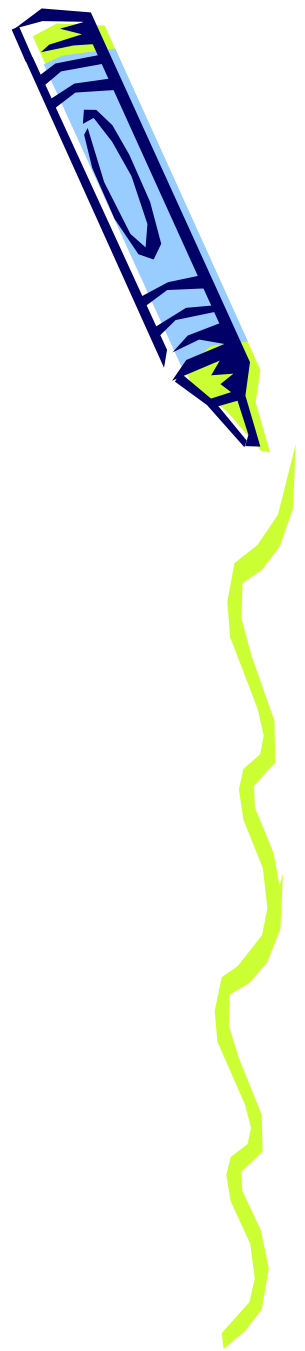
$$3^x = 9$$

$$x=2$$

Ответ: 2



$$2^{2-x} - 2^{x-1} = 1$$



$$2^{2-x} - 2^{x-1} = 1$$
$$2^2 \cdot 2^{-x} - 2^x \cdot 2^{-1} = 1$$

$$\frac{4}{2^x} - \frac{2^x}{2} = 1$$

$$2^x = t, \quad t > 0$$

$$\frac{4}{t} - \frac{t}{2} = 1$$

$$8 - t^2 - 2t = 0,$$

$$t^2 + 2t - 8 = 0$$

По Виета

$$t_1 = -4$$

$$2^x = -4$$

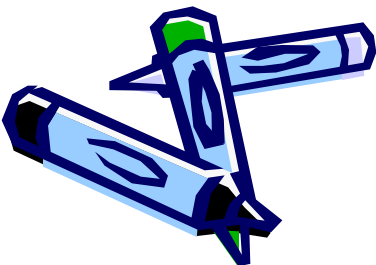
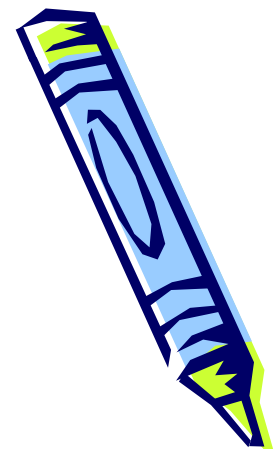
решений нет

$$t_2 = 2$$

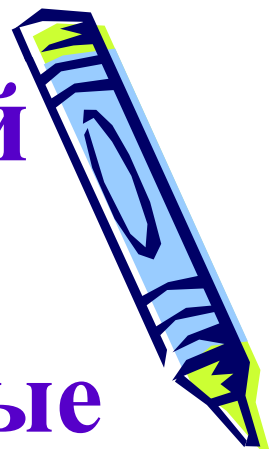
$$2^x = 2$$

$$x = 1$$

Ответ: 1



**Метод замены переменной
применяют, если
основания степеней одинаковые**

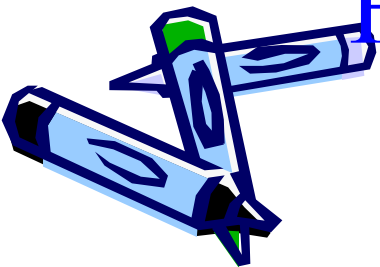


**а) показатель одной степени в 2
раза больше, чем другой;**

Например: $3^{2x} - 4 \cdot 3^x - 45 = 0$

**б) коэффициенты при степенях
противоположны.**

Например: $2^{2-x} - 2^{x-1} = 1$



Заполните пропуски

$$5^{2x+1} - 26 \cdot 5^x + 5 = 0$$

$$\dots\dots\dots - 26 \cdot 5^x + 5 = 0$$

$$\dots\dots^x = t, \quad t > 0$$

$$\dots t^2 - 26t + 5 = 0$$

$$D=676 - \dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$t_1 = \frac{26 + \dots}{10} = \dots \quad t_2 = \frac{26 - \dots}{10} = \dots$$

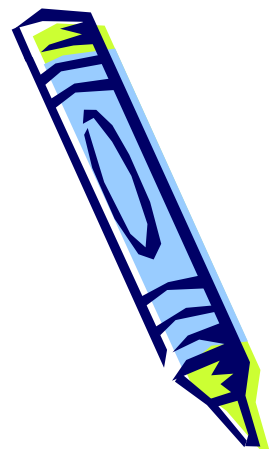
$$5^x = \dots\dots\dots$$

$$5^x = \dots\dots\dots$$

$$x = \dots\dots\dots$$

$$x = \dots\dots\dots$$

Ответ:



Исправьте ошибки

$$3 \cdot 25^x - 8 \cdot 15^x + 5 \cdot 9^x = 0$$

$$\text{ОДЗ: } x > 0$$

$$3 \cdot 5^{2x} - 8 \cdot 5^x \cdot 3^x + 5 \cdot 3^{2x} = 0$$

$$\frac{3 \cdot 5^{2x}}{3^{2x}} - 8 \cdot \frac{5^x \cdot 3^x}{3^x \cdot 3^x} + \frac{5 \cdot 3^{2x}}{3^{2x}} = \frac{0}{3^x}$$

$$3 \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^{2x} - 8 \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^x + 5 = 0$$

$$\text{Пусть } \left(\frac{5}{3}\right)^x = t, \quad t \geq 0$$

$$3t^2 - 8t + 5 = 0$$

$$D = 64 - 60 = 4$$

$$t_1 = \frac{-8 + 4}{6} = -\frac{2}{3} \quad t_2 = \frac{8 - 2}{6} = 1$$

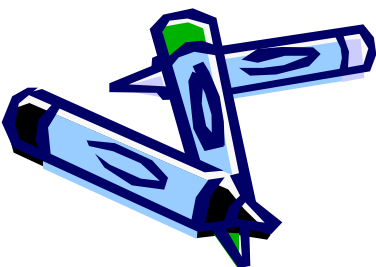
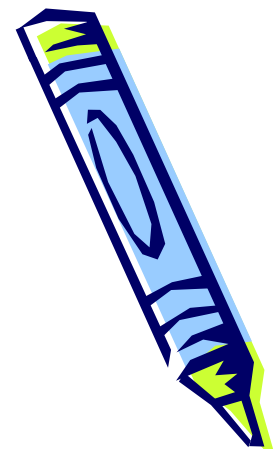
$$\left(\frac{5}{3}\right)^x = -\frac{2}{3}$$

$$\left(\frac{5}{3}\right)^x = 1$$

решений нет

$$x = 1$$

Ответ: 1



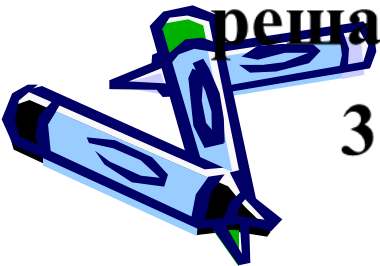
Деление на показательную функцию используется, если основания степеней разные.



**1. в уравнениях вида $a^x = b^x$ делим на b^x
 $3^x = 5^x$ разделим на 5^x**

**2. в уравнениях вида $A a^{2x} + B a^x b^x + C b^{2x} = 0$
делим на b^{2x} и получим квадратное
уравнение $A \left(\frac{a}{b}\right)^{2x} + B \left(\frac{a}{b}\right)^x + C = 0$, которое
решаем с помощью подстановки $\left(\frac{a}{b}\right)^x = t$**

$3 \cdot 25^x - 8 \cdot 15^x + 5 \cdot 9^x = 0$ разделим на 9^x



1 группа

$$9^{x^2-1} - 12 \cdot 3^{x^2-1} + 27 = 0$$

2 группа

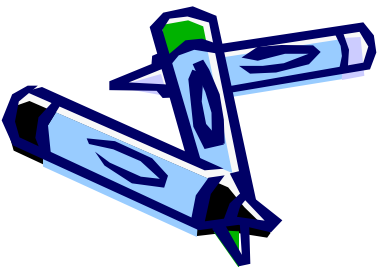
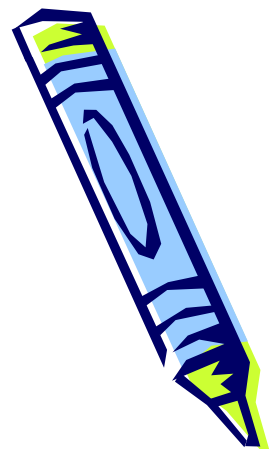
$$4^{\frac{2}{x}} - 5 \cdot 4^{\frac{2}{x}} + 4 = 0$$

3 группа

$$3 \cdot 9^x - 7 \cdot 12^x + 4 \cdot 16^x = 0$$

4 группа

$$3^x + 3^{3-x} = 12$$



1 группа

$$9^{x^2-1} - 12 \cdot 3^{x^2-1} + 27 = 0$$
$$(3^{x^2-1})^2 - 12 \cdot 3^{x^2-1} + 27 = 0$$

Пусть $3^{x^2-1} = t, t > 0$

$$t^2 - 12t + 27 = 0$$

$$t_1 = 3$$

$$t_2 = 9$$

$$3^{x^2-1} = 3$$

$$3^{x^2-1} = 9$$

$$x^2 - 1 = 1$$

$$x^2 - 1 = 2$$

$$x^2 = 2$$

$$x^2 = 3$$

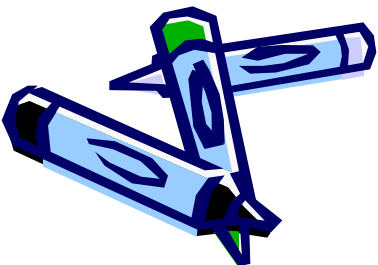
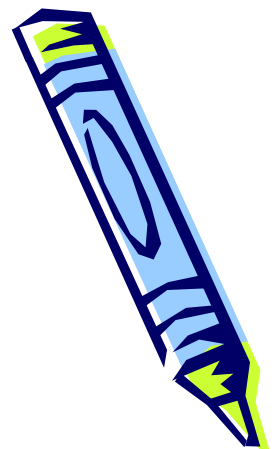
$$x_1 = \sqrt{2}$$

$$x_2 = -\sqrt{2}$$

$$x_3 = \sqrt{3}$$

$$x_4 = -\sqrt{3}$$

Ответ: $\sqrt{2}; -\sqrt{2}; \sqrt{3}; -\sqrt{3}$



2 группа

$$4^{\frac{2}{x}} - 5 \cdot 4^{\frac{1}{x}} + 4 = 0$$

ОДЗ: $x \neq 0$

$$\left(4^{\frac{1}{x}}\right)^2 - 5 \cdot 4^{\frac{1}{x}} + 4 = 0$$

Пусть $4^{\frac{1}{x}} = t, t > 0$

$$t^2 - 5t + 4 = 0$$

$$t_1 = 4$$

$$t_2 = 1$$

$$4^{\frac{1}{x}} = 4$$

$$4^{\frac{1}{x}} = 1$$

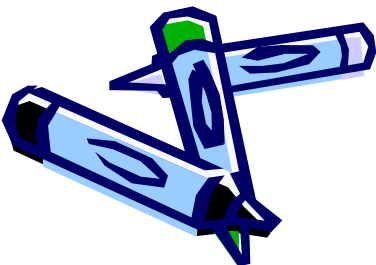
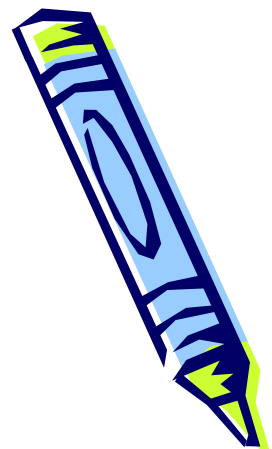
$$\frac{1}{x} = 1$$

$$\frac{1}{x} = 0$$

$$x = 1$$

решений нет

Ответ: 1



3 группа

$$3 \cdot 9^x - 7 \cdot 12^x + 4 \cdot 16^x = 0$$

$$3 \cdot 3^{2x} - 7 \cdot 3^x \cdot 4^x + 4 \cdot 4^{2x} = 0 \quad \text{разделим на } 4^{2x}$$

$$3 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{2x} - 7 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^x + 4 = 0$$

$$\text{Пусть } \left(\frac{3}{4}\right)^x = t, \quad t > 0$$

$$3t^2 - 7t + 4 = 0$$

$$D = 49 - 48 = 1$$

$$t_1 = \frac{7 + 1}{6} = \frac{4}{3}$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^x = \frac{4}{3}$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^x = \left(\frac{3}{4}\right)^{-1}$$

$$x = -1$$

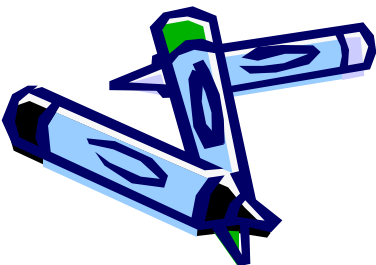
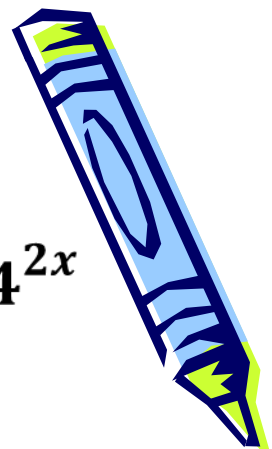
$$t_2 = \frac{7 - 1}{6} = 1$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^x = 1$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^x = \left(\frac{3}{4}\right)^0$$

$$x = 0$$

Ответ: -1; 0



4 группа

$$3^x + 3^{3-x} = 12$$

$$3^x + 3^3 \cdot 3^{-x} = 12$$

$$3^x + 3^3 \cdot \frac{1}{3^x} = 12$$

Пусть $3^x = t, t > 0$

$$t + 27 \cdot \frac{1}{t} - 12 = 0$$

$$t^2 - 12t + 27 = 0, t \neq 0$$

$$t_1 = 3$$

$$t_2 = 9$$

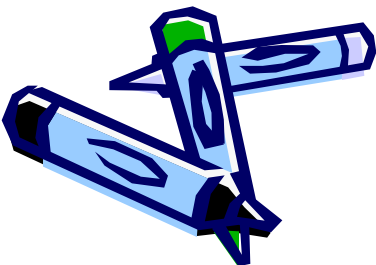
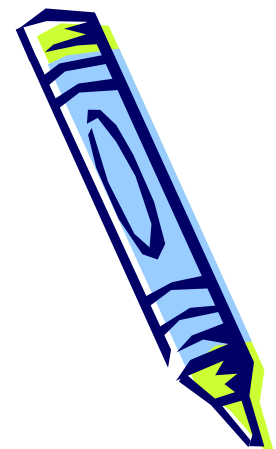
$$3^x = 3$$

$$3^x = 9$$

$$x=1$$

$$x=2$$

Ответ: 1; 2

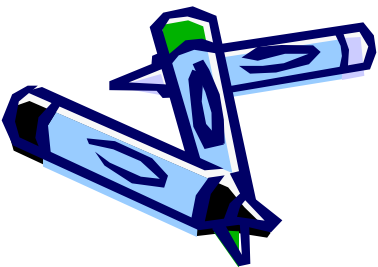


- 1 группа - вынесением множителя за скобки
- 2 группа - заменой переменной
- 3 группа - делением на показательную функцию
- 4 группа - уравнение, которые не имеет корней



$$\begin{aligned} &5 \cdot 2^{2x} \\ &5^x \\ &-7 \cdot 10^x \\ &-5 \\ &4 \cdot 5^x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &5^{x-1} \\ &2 \cdot 5^{2x} \\ &0 \\ &25^x \\ &150 \\ &5^{x-1} \end{aligned}$$

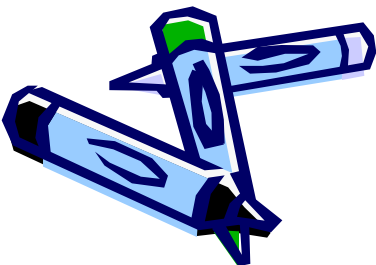
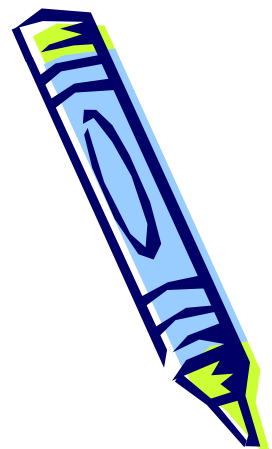


Показательными уравнениями называются уравнения вида

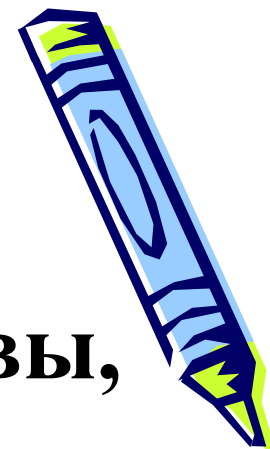
....., где $a > 0$, $a \neq 1$ и уравнения, сводящиеся к этому виду
.....

Показательное уравнение $a^{f(x)} = a^{g(x)}$, где $a > 0$, $a \neq 1$, равносильно уравнению

.....



Способ замены переменной используют, если

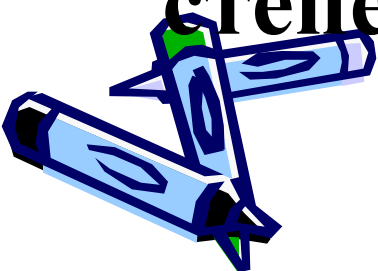


1) основания степеней одинаковы,
но показатель
в 2 раза больше, чем другой;

$$2 \cdot 5^{2x} + \dots + 4 = 0$$

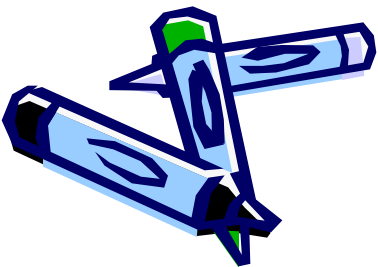
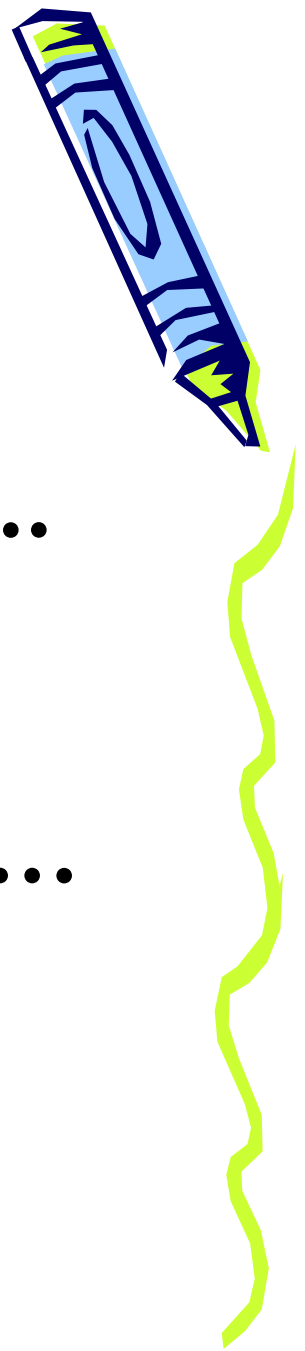
2) основания степеней одинаковы,
но коэффициенты при
степенях

$$4 \cdot 5^x - \dots + 3 = 0$$



**Деление на показательную
функцию используется, если
основания степеней**

$a^x = b^x$ делим на



**Деление на показательную функцию
используется, в уравнениях вида**

$$Aa^{2x} + Ba^x b^x + Cb^{2x} = 0.$$

**Делим на, получим уравнение
вида....., которое
решается с помощью замены**

.....

