Квадратные уравнения

Учитель математики
Сорокина Л.В.

Определение квадратного уравнения

- Квадратным уравнением называется уравнение вида:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

- Где a, b и c – произвольные числа, причём $a \neq 0$

a – первый (старший) коэффициент;

b – второй коэффициент;

c – свободный член.

Решение квадратного уравнения

Дискриминант *D*	**Количество корней**	**Корни**
D > 0	Два корня	$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$
D = 0	Один корень (Два совпадающих)	$x = \dfrac{-b}{2a}$
D < 0	Нет корней	--

Решение квадратного уравнения с чётным вторым коэффициентом

Дискриминант D_1	**Количество корней**	**Корни**
$D_1 > 0$	Два корня	$x = \dfrac{-\frac{b}{2} \pm \sqrt{D_1}}{a}$
$D_1 = 0$	Один корень (Два совпадающих)	$x = \dfrac{-\frac{b}{2}}{a}$
$D_1 < 0$	Нет корней	--

Неполные квадратные уравнения

Вид	$ax^2 + c = 0$	$ax^2 + bx = 0$	$ax^2 = 0$
Коэффициент, равный нулю	$b = 0$	$c = 0$	$b = 0$ $c = 0$
Решение	$ax^2 = -c$ $x^2 = -\frac{c}{a}$	$x(ax + b) = 0$ $x = 0$ или $ax + b = 0$	$x^2 = 0$
Корни	Если $-\frac{c}{a} < 0$, то корней нет. Если $-\frac{c}{a} > 0$, то $x = \pm\sqrt{-\frac{c}{a}}$	$x = 0$ $x = -\frac{b}{a}$	$x = 0$

Теорема Виета

Если x_1 и x_2 – корни уравнения

$x^2 + px + q = 0$, то

$x_1 + x_2 = -p, x_1 \cdot x_2 = q.$

* Если x_1 и x_2 – корни уравнения

$ax^2 + bx + c = 0$, то

$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}.$

Теорема, обратная теореме Виета

Если числа *m* и *n* таковы, что $m+n = -p$, а $m \cdot n = q$, то эти числа являются корнями уравнения:

$$x^2 + px + q = 0$$

Подбор корней квадратного уравнения с помощью теоремы, обратной теореме Виета

Знаки чисел p и q	$p > 0$	$p < 0$
$q > 0$ Корни имеют одинаковые знаки	Оба корня отрицательные	Оба корня положительные
$q < 0$ Корни имеют разные знаки	Отрицательный корень по модулю больше положительного	Положительный корень по модулю больше отрицательного

Свойства коэффициентов квадратного уравнения

- Если $a + b + c = 0$, то

$$x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a}$$

- Если $b = a + c$, то

$$x_1 = -1, x_2 = -\frac{c}{a}$$

Разложение квадратного трёхчлена на множители

Если x_1 и x_2 – корни квадратного трёхчлена

$$ax^2 + bx + c,$$

то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$