

Учиться можно только весело...Чтобы переваривать знания, надо
поглощать их с аппетитом

Французский писатель
Анатолий Франц

«Решение логарифмических уравнений и неравенств. Подготовка к ЕГЭ»»

СЕГОДНЯ НА УРОКЕ:

1. Повторить:

- * Определение логарифма
- * Свойства логарифмов
- * Решение логарифмических уравнений
- * Решение логарифмических неравенств

2. Рассмотреть:

- * Решение логарифмических уравнений и неравенств из заданий ЕГЭ, №5 (базового и профильного уровней)

Логарифмом

*положительного числа b по
положительному и
отличному от 1 основанию a
- называют показатель
степени, в которую нужно
возвести число a , что бы
получить число b*

$$b > 0$$

$$a > 0$$

$$a \neq 1$$

$$\log_a b = x, \quad a^x = b$$

Найти область определения функции

$$y = \log_a(-x)$$

$$(-\infty; 0)$$

$$-x > 0; x < 0.$$

$$y = \log_a \sqrt{x}$$

$$(0; \infty)$$

$$\sqrt{x} > 0; x > 0.$$

$$y = \log_a(x-1)$$

$$(1; \infty)$$

$$x-1 > 0; x > 1.$$

$$y = \log_a(x^2 - 1)$$

$$(-\infty; -1) \cup (1; \infty)$$

$$x^2 - 1 > 0; \begin{cases} x < -1, \\ x > 1 \end{cases}.$$

$$y = \log_a(x^2 + 1)$$

$$\mathbf{R}$$

$$x^2 + 1 > 0, \\ \text{при } x \in \mathbf{R}.$$

$$y = \log_{x-2}|x|$$

$$(2; 3) \\ (3; \infty)$$

$$x-2 > 0; x-2 \neq 1; \\ x \neq 0$$

Вычислите устно:

$$\log_{1/2} 4 = -2$$

$$\log_3 27 = 3$$

$$\log_2 \frac{1}{4} = -2$$

$$\log_5 \sqrt{5} = 1/2$$

$$5^{2 \log_3 3} = 9$$

$$8^{\log_2 3} = 27$$

$$\lg 0,1 = -1$$

$$\log_2(-8) \text{ не существует}$$

$$4^{2 + \log_4 5} = 80$$



1) Сравните с 1: $\log_{2019} 2018$

меньше 1

2) Сравните с 1: $\log_{2018} 2019$

больше 1



Определите метод решения уравнения

Уравнения

$$\log_a f(x) = b$$

$$\log_a f(x) = \log_a g(x)$$

$$\log_{a(x)} f(x) = \log_{b(x)} f(x)$$

$$f_1(x)^{f_2(x)} = f_3(x)$$

$$\log^2_a f(x) + \log_a f(x) = c$$

$$a^{\log_a f(x)} = b^{\log_b f(x)}$$

$$\log_a f(x) + \log_a g(x) = c$$

Методы решения

По определению логарифма

Метод потенцирования

Метод приведения к одному основанию

Метод логарифмирования

Метод постановки

Применение основного тождества

Сворачивание в один логарифм

1 метод: решение уравнений, основанное на определении логарифма.

$$\log_a x = b$$

$$x = a^b$$

НАПРИМЕР:

$$\log_5(x - 2) = 1$$

РЕШИТЕ УРАВНЕНИЯ

1. $\lg(x + 3) = 2\lg 2 + \lg x$
2. $\lg(\lg x) = 0$
3. $\log_7 x + \log_x 7 = 2,5$
4. $x^{\lg x + 2} = 100x$
5. $\log_x^2 \sqrt{5} - \log_x 5 \sqrt{5} + 1,25 = 0$
6. $\text{Log}_4^2 x - \log_4 x - 2 = 0$
7. $\text{Log}_3(2x + 1) = 2$
8. $\text{Log}_{x-6}(x^2 - 5) = \log_{x-6}(2x + 19)$
9. $x^{\log_2 x} = 16$
10. $\text{Log}_2(3x - 6) = \log_2(2x - 3)$
11. $\text{Log}_{x+1}(2x^2+1) = 2$
12. $x^{1+\log x} = 9$

2 метод: потенцирование

$$\log_a f(x) = \log_a g(x)$$

$$f(x) = g(x)$$

$$f(x) > 0, g(x) > 0, a > 0, a \neq 1$$

НАПРИМЕР:

$$\log_5 x = \log_5 (6 - x^2)$$

РЕШИТЕ УРАВНЕНИЯ

1. $\lg(x + 3) = 2\lg 2 + \lg x$
2. $\lg(\lg x) = 0$
3. $\log_7 x + \log_x 7 = 2,5$
4. $x^{\lg x + 2} = 100x$
5. $\log_x^2 \sqrt{5} - \log_x 5 \sqrt{5} + 1,25 = 0$
6. $\text{Log}_4^2 x - \log_4 x - 2 = 0$
7. $\text{Log}_3(2x + 1) = 2$
8. $\text{Log}_{x-6}(x^2 - 5) = \log_{x-6}(2x + 19)$
9. $x^{\log_2 x} = 16$
10. $\text{Log}_2(3x - 6) = \log_2(2x - 3)$
11. $\text{Log}_{x+1}(2x^2+1) = 2$
12. $x^{1+\log x} = 9$

3 метод: приведение логарифмического уравнения к квадратному

$$A \log_a^2 f(x) + B \log_a f(x) + C = 0$$

$$A \neq 0, f(x) > 0, a > 0, a \neq 1$$

способ решения: подстановка

$$y = \log_a f(x)$$

тогда уравнение примет вид:

$$Ay^2 + By + C = 0.$$

НАПРИМЕР:

$$\log_3^2 x - \log_3 x = 2$$

РЕШИТЕ УРАВНЕНИЯ

1. $\lg(x + 3) = 2\lg 2 + \lg x$
2. $\lg(\lg x) = 0$
3. $\log_7 x + \log_x 7 = 2,5$
4. $x^{\lg x + 2} = 100x$
5. $\log_x^2 \sqrt{5} - \log_x 5 \sqrt{5} + 1,25 = 0$
6. $\text{Log}_4^2 x - \log_4 x - 2 = 0$
7. $\text{Log}_3(2x + 1) = 2$
8. $\text{Log}_{x-6}(x^2 - 5) = \log_{x-6}(2x + 19)$
9. $x^{\log_2 x} = 16$
10. $\text{Log}_2(3x - 6) = \log_2(2x - 3)$
11. $\text{Log}_{x+1}(2x^2+1) = 2$
12. $x^{1+\log x} = 9$

4 метод: логарифмирование обеих частей уравнения.

НАПРИМЕР:

$$x^{\log_3 x} = 81$$

РЕШИТЕ УРАВНЕНИЯ

1. $\lg(x + 3) = 2\lg 2 + \lg x$
2. $\lg(\lg x) = 0$
3. $\log_7 x + \log_x 7 = 2,5$
4. $x^{\lg x + 2} = 100x$
5. $\log_x^2 \sqrt{5} - \log_x 5 \sqrt{5} + 1,25 = 0$
6. $\text{Log}_4^2 x - \log_4 x - 2 = 0$
7. $\text{Log}_3(2x + 1) = 2$
8. $\text{Log}_{x-6}(x^2 - 5) = \log_{x-6}(2x + 19)$
9. $x^{\log_2 x} = 16$
10. $\text{Log}_2(3x - 6) = \log_2(2x - 3)$
11. $\text{Log}_{x+1}(2x^2+1) = 2$
12. $x^{1+\log x} = 9$

5 метод: приведения логарифмов к одному основанию

Используют формулы:

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

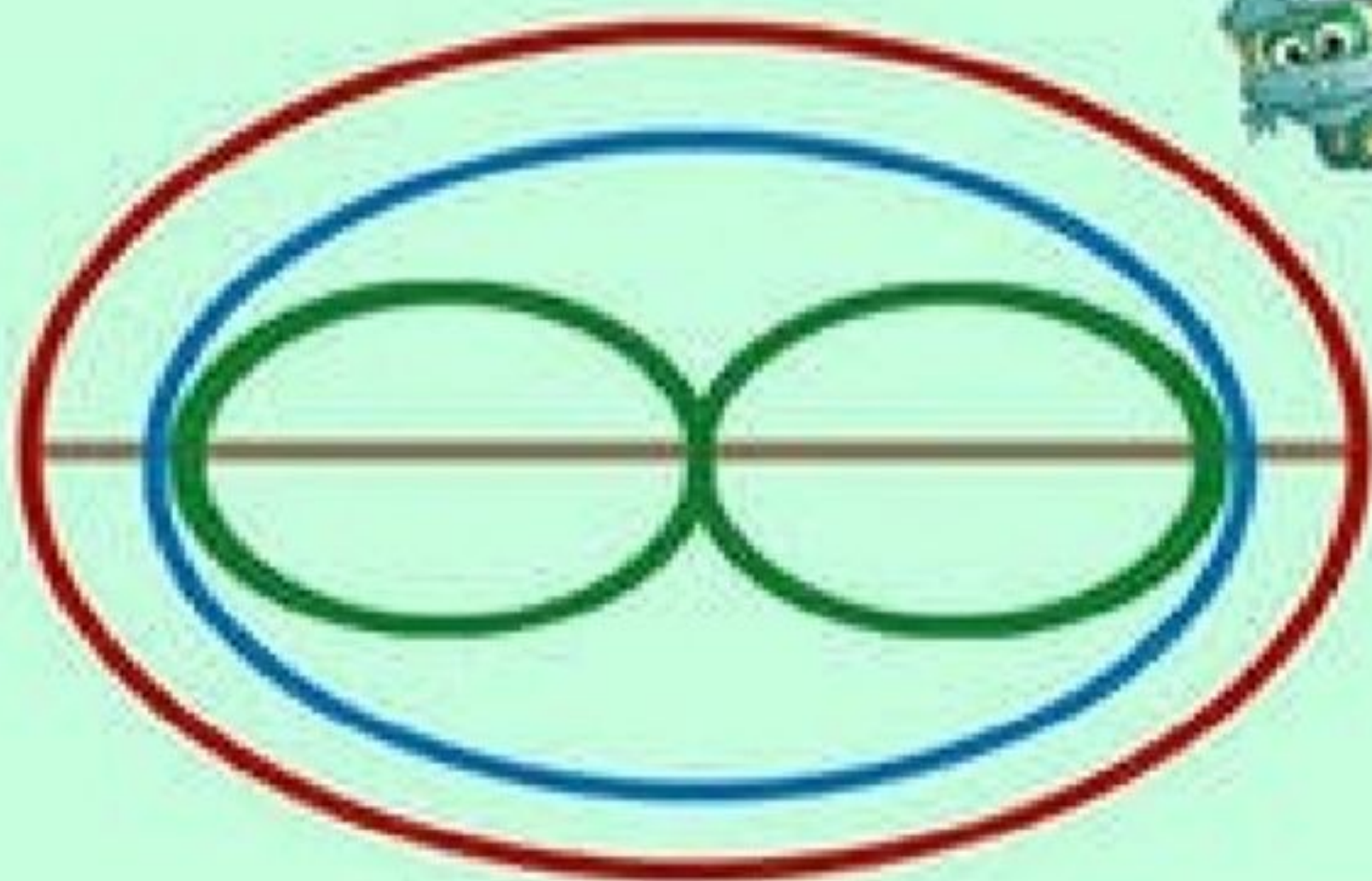
$$\log_{a^p} b = \frac{1}{p} \log_a b$$

НАПРИМЕР: $\log_{16} x + \log_4 x + \log_2 x = 7$

РЕШИТЕ УРАВНЕНИЯ

1. $\lg(x + 3) = 2\lg 2 + \lg x$
2. $\lg(\lg x) = 0$
3. $\log_7 x + \log_x 7 = 2,5$
4. $x^{\lg x + 2} = 100x$
5. $\log_x^2 \sqrt{5} - \log_x 5 \sqrt{5} + 1,25 = 0$
6. $\text{Log}_4^2 x - \log_4 x - 2 = 0$
7. $\text{Log}_3(2x + 1) = 2$
8. $\text{Log}_{x-6}(x^2 - 5) = \log_{x-6}(2x + 19)$
9. $x^{\log_2 x} = 16$
10. $\text{Log}_2(3x - 6) = \log_2(2x - 3)$
11. $\text{Log}_{x+1}(2x^2+1) = 2$
12. $x^{1+\log x} = 9$

Физкультминутка для глаз



Предлагаю перейти к логарифмическим неравенствам

** Логарифмические неравенства*

** Логарифмическими неравенствами называют неравенства вида $\log_a f(x) > \log_a u(x)$, где $a \neq 1$; $a > 0$; $f(x)$, $u(x)$ - выражения, содержащие x .*

** Если в неравенствах неизвестное находится под знаком логарифма, то неравенства относят к **логарифмическим неравенствам**.*

Какие из функций являются
возрастающими, а какие
убывающими?

$y = \log_2 x$ **возрастающая** $2 > 1$

$y = \log_{0,5} x^2$ **убывающая** $0 < 0,5 < 1$

$y = \lg \sqrt{x}$ **возрастающая** $10 > 1$

$y = \ln x + 2$ **возрастающая** $e > 1$

$y = \log_{\sqrt{0,7}} x - 4$ **убывающая** $0 < \sqrt{0,7} < 1$

Между числами m и n поставить
знак $>$ или $<$. ($m, n > 0$)

$$\log_{\frac{1}{2}} m > \log_{\frac{1}{2}} n \quad m < n \quad 0 < \frac{1}{2} < 1$$

$$\log_8 m > \log_8 n \quad m > n \quad 8 > 1$$

$$\log_{2,5} m < \log_{2,5} n \quad m < n \quad 2,5 > 1$$

$$\log_{0,2} m < \log_{0,2} n \quad m > n \quad 0 < 0,2 < 1$$

* Решение заданий ЕГЭ - №5 (профильный уровень)

Решите неравенства :

$$\log_7(8 - x) < 2,$$

$$\log_{\frac{1}{6}}(6 - x) > -2,$$

$$\log_3(9 + x) < \log_5(x+4),$$

$$\log_{\frac{1}{3}}(2x - 4) > \log_{\frac{1}{3}}(14 - x),$$

Конечно, самым сложным для нас считается решение логарифмических неравенств, содержащих переменную в основании логарифма

$$\log_{(3-x)}(x+3) \cdot \log_{(x+5)}(5-x) \leq 0$$

$$\log_{x^2}(x+2) \leq 1$$

Решать тремя способами

* ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:

«3»- 2- 3 любых задания

«4»- 4- 5 любых заданий

«5» - 6-7 заданий

$$1. \log^2 x + \lg x^2 = \lg^2 2 - 1$$

$$2. \log_{1-2x} (6x^2 - 5x + 1) - \log_{1-3x} (4x^2 - 4x + 1) = 2$$

$$3. |\log_{\sqrt{5}} x - 2| - |\log_3 x - 2| = 2$$

$$4. 2 \log x^2 - \lg^2 (-x) = 4$$

$$5. 4 \log_{\frac{1}{2}} (-x) + 2 \log_4 x^2 = -1$$

$$6. 3 \lg x^2 - \lg^2 (-x) = 9$$

$$7. \log_{\frac{1}{2}} x^2 + \log_{\frac{1}{2}} x^4 - 2 = 0$$

Применение метода рационализации при решении неравенств и систем неравенств



Метод рационализации
заключается

в замене сложного выражения $F(x)$

на

более простое выражение $G(x)$,

при которой

неравенство $G(x) > 0$ равносильно

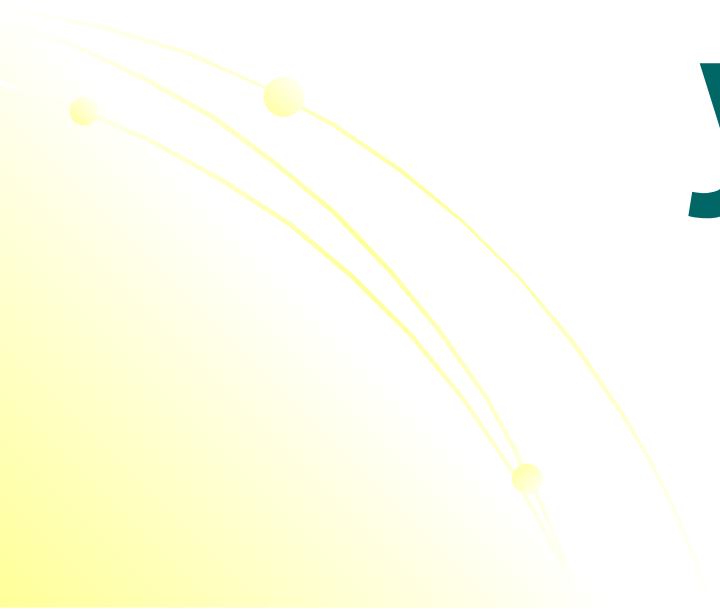
неравенству $F(x) > 0$ в

области определения выражения

$F(x)$.

	Выражение F	Выражение G
1	$\log_a f - \log_a g$	$(a - 1)(f - g)$
1a	$\log_a f - 1$	$(a - 1)(f - a)$
1б	$\log_a f$	$(a - 1)(f - 1)$
2	$\log_h f - \log_h g$	$(h - 1)(f - g)$
2a	$\log_h - 1$	$(h - 1)(f - h)$
2б	$\log_h f$	$(h - 1)(f - 1)$
3	$\log_f h - \log_g h$ ($g \neq 1, f \neq 1$)	$(f - 1)(g - 1)(h - 1)(g - f)$
4	$h^f - h^g$ ($h > 0$)	$(h - 1)(f - g)$
4a	$h^f - 1$	$(h - 1)f$
5	$f^h - g^h$ ($f > 0, g > 0$)	$(f - g)h$
6	$ f - g $	$(f - g)(f + g)$

***СПАСИБО
ЗА
УРОК***



И заканчивая урок, я предлагаю ученикам интересные факты о применении логарифмов в различных сферах.

Везде, где есть процессы, изменяющиеся во времени, используют логарифмы.

Логарифмы – это математическое понятие, которое применяется во всех отраслях науки: химии, биологии, физике, географии, информатике и многих других, но самое широкое применение логарифмов нашли в экономике.

При социологических опросах население разбивают на группы по различным признакам: возрастным, социальным и другим. Например: пенсионеры, работающее население, студенты и т.д.

Оптимальное число групп с равными интервалами можно вычислить по формуле Стерджесса

$$n = 1 + 3,322 \lg N$$

где n – число групп,

N – общее число единиц совокупности



ЗВУКОИЗОЛЯЦИЯ СТЕН

Коэффициент звукоизоляции стен измеряется по формуле:

$$D = A \lg \frac{P_0}{P},$$

где – P_0 – давление звука до поглощения,

P – давление звука, прошедшего через стену,

A – const, которая в расчетах принимается равной 20 децибелам.

