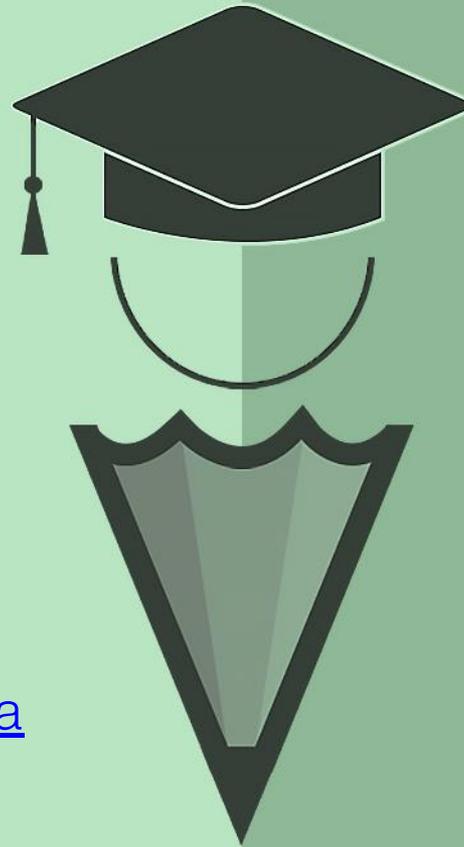


«ЛОГАРИФМЫ»

(по материалам
открытого
банка задач ЕГЭ
по математике

(профильный уровень)

<http://mathege.ru/or/ege/Main.html>



Учитель математики: Вантусов Д.Е.
МБОУ «Средняя школа №3 города Няндомы»

Задание №9 «Вычисления и преобразования»

Задание содержит:

- преобразования числовых рациональных выражений;
- преобразования алгебраических выражений и дробей;
- преобразования числовых иррациональных выражений;
- преобразования буквенных иррациональных выражений;
- вычисление значений степенных выражений;
- действия со степенями;
- *Преобразования числовых логарифмических выражений*;
- *Преобразования буквенных логарифмических выражений*;
- вычисление значений тригонометрических выражений;
- преобразования числовых тригонометрических выражений;
- преобразования буквенных тригонометрических выражений



ВСПОМНИМ ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ

$$\log_a a = 1, a \neq 1, a > 0.$$

$$\log_a bc = \log_a b + \log_a c,$$
$$a \neq 1, a > 0, b > 0, c > 0.$$

$$\log_a b^k = k \cdot \log_a b,$$
$$a \neq 1, a > 0, b > 0, k \in R.$$

$$a^{\log_a b} = b, a \neq 1, a > 0, b > 0.$$

$$\log_a 1 = 0, a \neq 1, a > 0.$$

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c,$$
$$a \neq 1, a > 0, b > 0, c > 0.$$

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a},$$
$$a > 0, b > 0, c > 0, a \neq 1, c \neq 1.$$

$$\log_{a^k} b^k = \log_a b,$$
$$a > 0, b > 0, a \neq 1, k \in R.$$



Найдите значение выражения:

Задание:

$$7 \cdot 5^{\log_5 4}$$

Решение:

$$7 \cdot 5^{\log_5 4} = 7 \cdot 4 = 28$$

Задание:

$$(\log_2 16) \cdot (\log_6 36).$$

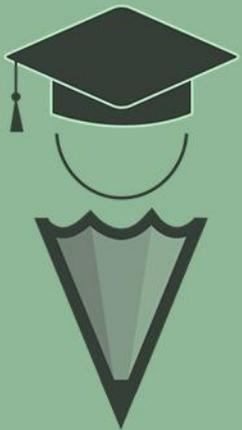
Решение:

$$(\log_2 16) \cdot (\log_6 36) = (\log_2 2^4) \cdot (\log_6 6^2) = 4 \cdot 2 = 8$$

Формулы:

$$\log_a a^n = n.$$

$$a^{\log_a b} = b.$$



Найдите значение выражения:

Задания:

Решение:

$$36^{\log_6 5}$$

$$36^{\log_6 5} = (6^2)^{\log_6 5} = (6^{\log_6 5})^2 = 5^2 = 25.$$

$$\log_{0,25} 2$$

$$\log_{0,25} 2 = \log_{2^{-2}} 2 = -\frac{1}{2} = -0,5.$$

$$\log_4 8$$

$$\log_4 8 = \log_{2^2} 2^3 = \frac{3}{2} = 1,5.$$

$$\log_5 60 - \log_5 12$$

$$\log_5 60 - \log_5 12 = \log_5 \frac{60}{12} = \log_5 5 = 1.$$

Формулы:

$$\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}; \quad \log_a a = 1. \quad (a^n)^m = (a^m)^n; \quad a^{\log_a b} = b.$$

$$\log_{a^k} a^n = \frac{n}{k}. \quad \log_{a^k} a = \frac{1}{k}.$$



Найдите значение выражения:

Задания:

$$\log_5 0,2 + \log_{0,5} 4.$$

Решение:

$$\log_5 0,2 + \log_{0,5} 4 = \log_5 5^{-1} + \log_{2^{-1}} 2^2 = -1 + \left(-\frac{2}{1}\right) = -3.$$

$$\frac{\log_3 25}{\log_3 5}$$

Решение:

$$\frac{\log_3 25}{\log_3 5} = \log_5 25 = \log_5 5^2 = 2.$$

$$\log_5 9 \cdot \log_3 25.$$

Решение:

$$\log_5 9 \cdot \log_3 25 = \log_3 9 \cdot \log_5 25 = \log_3 3^2 \cdot \log_5 5^2 = 2 \cdot 2 = 4.$$

Формулы:

$$\log_a b \cdot \log_d c = \log_d b \cdot \log_a c;$$

$$\log_{a^k} a = \frac{1}{k}. \quad \frac{\log_c b}{\log_c a} = \log_a b; \quad \log_a a^n = n. \quad \log_{a^k} a^n = \frac{n}{k}.$$



Найдите значение выражения:

Задания:

$$\frac{\log_7 13}{\log_{49} 13}$$

Решение:

$$\frac{\log_7 13}{\log_{49} 13} = \frac{\log_7 13}{\log_{7^2} 13} = \frac{\log_7 13}{\frac{1}{2} \log_7 13} = 2.$$

$$(1 - \log_2 12)(1 - \log_6 12).$$

$$(1 - \log_2 12)(1 - \log_6 12) =$$

$$= (\log_2 2 - \log_2 12)(\log_6 6 - \log_6 12) = \log_2 \frac{2}{12} \cdot \log_6 \frac{6}{12} =$$

$$= \log_2 \frac{1}{6} \cdot \log_6 \frac{1}{2} = \log_6 6^{-1} \cdot \log_2 2^{-1} = -1 \cdot (-1) = 1.$$

Формулы:

$$\log_a a = 1; \quad \log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}; \quad \log_a a^{-1} = -1. \quad \log_{a^k} a = \frac{1}{k}.$$



Найдите значение выражения:

Задания:

Решение:

$$\frac{9^{\log_5 50}}{9^{\log_5 2}} \cdot \frac{9^{\log_5 50}}{9^{\log_5 2}} = 9^{\log_5 50 - \log_5 2} = 9^{\log_5 \frac{50}{2}} = 9^{\log_5 25} = 9^2 = 81.$$

$$6 \log_7 \sqrt[3]{7}. \quad 6 \log_7 \sqrt[3]{7} = 6 \log_7 7^{\frac{1}{3}} = 6 \cdot \frac{1}{3} = 2.$$

$$\log_{\sqrt[6]{13}} 13. \quad \log_{\sqrt[6]{13}} 13 = \log_{13^{\frac{1}{6}}} 13 = \frac{1}{\frac{1}{6}} \log_{13} 13 = 6.$$

Формулы

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}; \quad \log_{a^k} a = \frac{1}{k}.$$

$$\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}. \quad \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}; \quad \log_a a^n = n.$$



Найдите значение выражения:

Задания:

$$\frac{\log_3 18}{2 + \log_3 2}$$

Решение:

$$\frac{\log_3 18}{2 + \log_3 2} = \frac{\log_3(9 \cdot 2)}{2 + \log_3 2} = \frac{\log_3 9 + \log_3 2}{2 + \log_3 2} = \frac{\log_3 3^2 + \log_3 2}{2 + \log_3 2} = \frac{2 + \log_3 2}{2 + \log_3 2} = 1.$$

$$\frac{\log_3 5}{\log_3 7} + \log_7 0,2.$$

$$\frac{\log_3 5}{\log_3 7} + \log_7 0,2 = \log_7 5 + \log_7 0,2 = \log_7(5 \cdot 0,2) = \log_7 1 = 0.$$

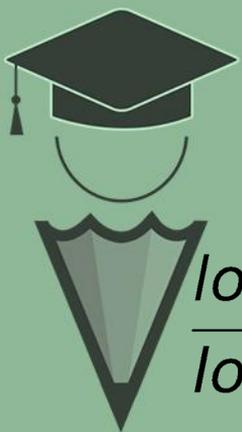
Формулы:

$$\frac{\log_c b}{\log_c a} = \log_a b;$$

$$\log_a b + \log_a c = \log_a(bc); \quad \log_a(bc) = \log_a b + \log_a c;$$

$$\log_a 1 = 0.$$

$$\log_a a^n = n.$$



Найдите значение выражения:

Задания:

$$\log_{0,8} 3 \cdot \log_3 1,25.$$

Решение:

$$\log_{0,8} 3 \cdot \log_3 1,25 = \log_3 3 \cdot \log_{0,8} 1,25 = 1 \cdot \log_{\frac{4}{5}} \left(\frac{5}{4} \right) = -1.$$

$$5^{\log_{25} 49} \cdot 5^{\log_{25} 49} = 5^{\log_{5^2} 7^2} = 5^{\frac{2}{2} \log_5 7} 5^{\log_5 7} = 7.$$

$$\log_{\sqrt{7}}^2 49.$$

$$\log_{\sqrt{7}}^2 49 = \log_{\sqrt{7}}^2 (\sqrt{7})^4 = \left(\log_{\sqrt{7}} (\sqrt{7})^4 \right)^2 = 4^2 = 16.$$

Формулы:

$$\log_a a^n = n. \quad \log_a b \cdot \log_d c = \log_d b \cdot \log_a c;$$

$$\log_{a^k} b^n = \frac{n}{k} \log_a b; \quad a^{\log_a b} = b. \quad \log_a a = 1; \quad \log_a \frac{1}{a} = -1.$$



Найдите значение выражения:

Задание:

$$\log_a (a^2 b^3), \text{ если } \log_b a = -2.$$

Решение:

$$\begin{aligned} \log_a (a^2 b^3) &= \log_a a^2 + \log_a b^3 = 2 + 3 \log_a b = 2 + \frac{3}{\log_b a} = \\ &= 2 + \frac{3}{-2} = 2 - 1,5 = 0,5. \end{aligned}$$



Формулы:

$$\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c;$$

$$\log_a b^n = n \log_a b; \quad \log_a b = \frac{1}{\log_b a}.$$

Найдите значение выражения:

Задание:

$$\log_a \frac{a}{b^3}, \text{ если } \log_b a = 5.$$

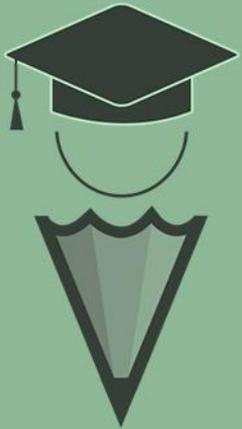
Решение:

$$\begin{aligned} \log_a \frac{a}{b^3} &= \log_a a - \log_a b^3 = 1 - 3 \log_a b = 1 - \frac{3}{\log_b a} = \\ &= 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5} = 0,4. \end{aligned}$$

Формулы:

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c; \quad \log_a a = 1;$$

$$\log_a b^n = n \log_a b; \quad \log_a b = \frac{1}{\log_b a}.$$



Найдите значение выражения:

Задание:

$$\log_a(ab^3), \text{ если } \log_b a = \frac{1}{7}.$$

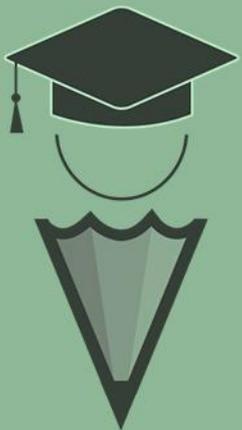
Решение:

$$\begin{aligned} \log_a(ab^3) &= \log_a a + \log_a b^3 = 1 + 3\log_a b = 1 + \frac{3}{\log_b a} = \\ &= 1 + \frac{3}{\frac{1}{7}} = 1 + 21 = 22. \end{aligned}$$

Формулы:

$$\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c;$$

$$\log_a b^n = n \log_a b; \quad \log_a b = \frac{1}{\log_b a}.$$



Найдите значение выражения:

Задания:

Решение:

$$5^{3+\log_5 2} \cdot 5^{3+\log_5 2} = 5^3 \cdot 5^{\log_5 2} = 125 \cdot 2 = 250.$$

$$8^{2\log_8 3} \cdot 8^{2\log_8 3} = 8^{\log_8 3^2} = 3^2 = 9.$$

$$64^{\log_8 \sqrt{3}} \cdot 64^{\log_8 \sqrt{3}} = (8^2)^{\log_8 \sqrt{3}} = (8^{\log_8 \sqrt{3}})^2 = (\sqrt{3})^2 = 3.$$

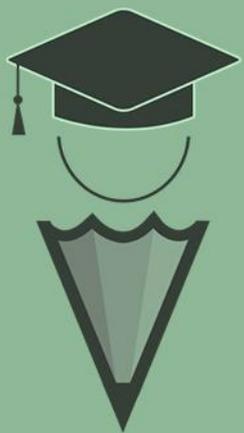
$$\log_4 \log_5 25.$$

$$\log_4 \log_5 25 = \log_4 (\log_5 5^2) = \log_4 2 = \log_{2^2} 2 = \frac{1}{2} = 0,5.$$

Формулы:

$$(a^m)^n = (a^n)^m; \quad n \log_a b = \log_a b^n; \quad a^{\log_a b} = b.$$

$$\log_a a^n = n; \quad \log_{a^k} a = \frac{1}{k}. \quad a^{m+n} = a^m \cdot a^n;$$



Найдите значение выражения:

Задания:

$$\log_3 8,1 + \log_3 10.$$

Решение:

$$\log_3 8,1 + \log_3 10 = \log_3 (8,1 \cdot 10) = \log_3 81 = \log_3 3^4 = 4.$$

$$\frac{\log_6 \sqrt{13}}{\log_6 13} \cdot \frac{\log_6 \sqrt{13}}{\log_6 13} = \log_{13} \sqrt{13} = \log_{13} 13^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} = 0,5.$$



Формулы:

$$\frac{\log_c b}{\log_c a} = \log_a b;$$

$$\log_a b + \log_a c = \log_a (bc);$$
$$\log_a a^n = n.$$

ТЕСТ (проверь свои знания по теме...)

1 $7^{\log_{1/3} \log_3 27}$

- 1) $\frac{1}{7}$ 2) 7 3) 49

2 $5^{\log_3 90} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{\log_3 10}$

- 1) 5 2) 25 3) -5

3 $4^{\log_2 7} \cdot \log_7 3$

- 1) -9 2) 9 3) 28

4 $(4^{\log_2 3} - 1)^{\log_8 2}$

- 1) 4 2) -2 3) 2

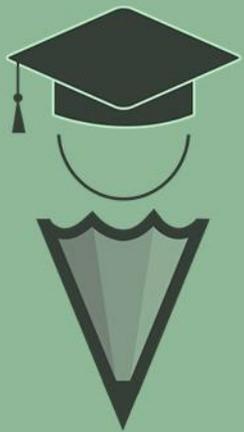
5 $\log_{25} \log_5 \sqrt[5]{\sqrt{25}}$

- 1) $-\frac{1}{2}$ 2) 2 3) 0,5

6 $\frac{5^{-\log_{\sqrt{5}} 7}}{9^{1+\log_{0,5} 2}}$

- 1) $-\frac{1}{49}$ 2) $\frac{1}{49}$ 3) 49





7

$$49^{\log_{25} 5 - \log_7 \sqrt{5}}.$$

- 1) 1,4 2) 0,8 3) 1

8

$$\log_{36}(\log_2 25 \cdot \log_5 8).$$

- 1) -0,5 2) 0,5
3) 5

9

$$3^{\log_3^2 6 - \log_3^2 2}.$$

- 1) 11 2) 12 3) -12

10

$$\log_{\sqrt[3]{ab}} \frac{\sqrt{a}}{\sqrt[3]{b}}, \text{ если } \log_b a = 2$$

- 1) $-\frac{2}{3}$ 2) 0 3) $\frac{2}{3}$

11

$$2^{\log_4(\sqrt{3}-2)^2} + 3^{\log_9(\sqrt{3}+2)^2}.$$

- 1) 8 2) 2 3) 4

12

$$\log_{\sqrt{a}} ab^2 + \log_b \sqrt{\frac{a}{b}}, \text{ если } \log_a b = \frac{1}{2}.$$

- 1) 4,5 2) 2,5 3) 1

Проверь себя:



Номер задания	Номер правильного ответа
1	1
2	2
3	2
4	3
5	1
6	2
7	1
8	2
9	2
10	3
11	3
12	1



Удачи на ЕГЭ!!!