

**Тема урока:**  
**«Логические основы  
компьютеров».**

Далее

## **ПЛАН ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ «ЛОГИКА»**

- **алгебра логики**
- **высказывание**
- **логическая операция**
- **логическое выражение**
- **таблица истинности**
- **законы логики**

# Логика



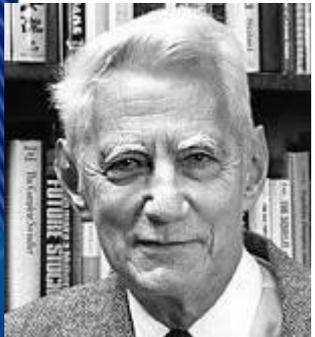
*Аристотель* (384-322 до н.э.).

Основоположник формальной логики (понятие, суждение, умозаключение).



*Джордж Буль* (1815-1864). Создал

новую область науки - Математическую логику (Булеву алгебру или Алгебру высказываний).



*Клод Шеннон* (1916-2001). Его

исследования позволили применить алгебру логики в вычислительной технике

**Алгебра логики** это наука о формах и способах мышления.

Она оперирует логическими высказываниями.

**Высказывание** - это предложение на любом языке, содержание которого можно однозначно определить как **истинное** или **ложное**.

- В русском языке высказывания выражаются повествовательными предложениями.
- Побудительные и вопросительные предложения высказываниями не являются.

# Простые и сложные высказывания

**Простое высказывание** - логическое высказывание, состоящее из одного утверждения.

**Сложное высказывание** - логическое высказывание, состоящее из нескольких утверждения, объединенных с помощью "связок": союзов "и", "или (либо)", частицы "не", связки "если, то" и др.

# Высказывание или нет?

- ✓ Зимой идет дождь.
- ✓ Снегири живут в Крыму.

Кто к нам пришел?

- ✓ У треугольника 5 сторон.

Как пройти в библиотеку?

Переведите число в десятичную систему.

Запишите домашнее задание

*Из следующих предложений выбрать те, которые являются высказываниями, объясните свой ответ:*

- 1. Какой длины эта лента?**
- 2. Прослушайте сообщение!**
- 3. Делайте утреннюю зарядку!**
- 4. Назовите устройства ввода/вывода информации.**
- 5. Кто отсутствует?**
- 6. Париж – столица Англии**
- 7. Число 11 является простым**
- 8.  $4 + 5 = 10$**
- 9. Без труда не вытащишь и рыбку из пруда**
- 10. Некоторые медведи живут на севере**
- 11. Все медведи – бурые**
- 12. Чему равно расстояние от Москвы до Питера?**
- 13. Картины Пикассо слишком абстрактны.**
- 14. Решение задачи – информационный процесс.**

В алгебре логики высказывания обозначают буквами и называют *логическими переменными*.

Если высказывание истинно, то значение соответствующей ему логической переменной обозначают единицей ( $A = 1$ ), а если ложно - нулём ( $B = 0$ ).

$0$  и  $1$  называются *логическими значениями*.

# Логические операции

**Конъюнкция** - логическая операция, ставящая в соответствие каждому двум высказываниям новое высказывание, являющееся истинным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания истинны.

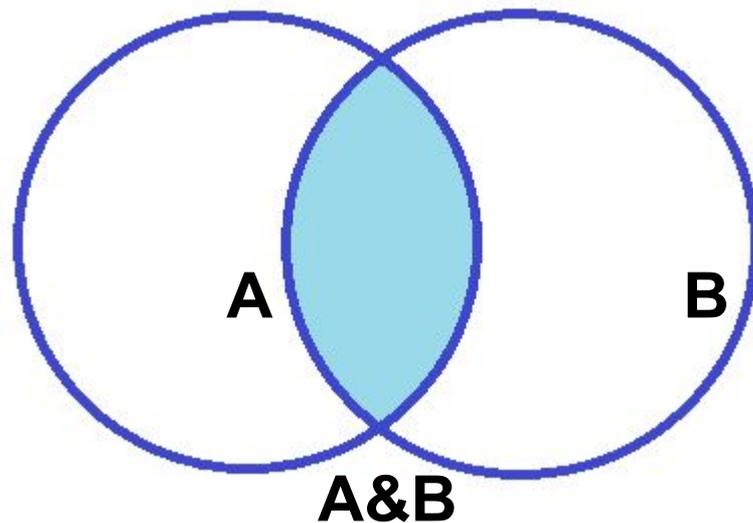
Другое название: **логическое умножение**.

Обозначения:  **$\wedge$ ,  $\times$ ,  $\&$ , И.**

Таблица истинности:

A	B	A&B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Графическое представление



**Дизъюнкция** - логическая операция, которая каждому двум высказываниям ставит в соответствие новое высказывание, являющееся ложным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания ложны.

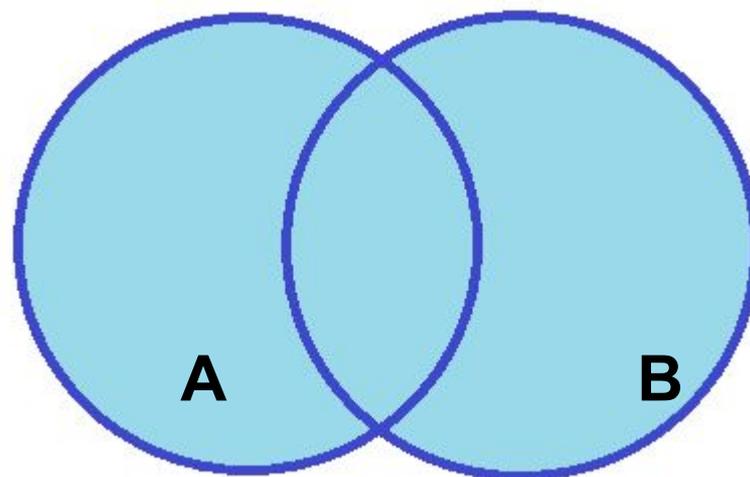
Другое название: **логическое сложение**.

Обозначения:  **$\vee$ ,  $\mid$ , ИЛИ,  $+$** .

Таблица истинности:

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Графическое представление



**$A \vee B$**

**Инверсия** - логическая операция, которая каждому высказыванию ставит в соответствие новое высказывание, значение которого противоположно исходному.

Другое название: **логическое отрицание**.

Обозначения: **НЕ**,  $\neg$ ,  $\bar{\quad}$ .

Таблица истинности:

A	$\bar{A}$
0	1
1	0

## ИМПЛИКАЦИЯ («ЕСЛИ ..., ТО ...»)

Высказывание « $A \rightarrow B$ » истинно, если не исключено, что из  $A$  следует  $B$ .

$A$  – «Работник хорошо работает».

$B$  – «У работника хорошая зарплата».

$A$	$B$	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

$$A \rightarrow B = \bar{A} + B$$

## ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ («ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА, ...»)

Высказывание «**A**  $\leftrightarrow$  **B**» истинно тогда и только тогда, когда **A** и **B** равны.

A	B	A $\leftrightarrow$ B
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

# ВЫЧИСЛЕНИЕ ЛОГИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ

## Порядок вычислений:

- скобки
- НЕ
- И
- ИЛИ,
- импликация
- эквивалентность

# Задание

Определите истинность составного высказывания, состоящего из простых высказываний:

$$(\bar{A} \cap \bar{B}) \cap (C \cup D)$$

$A$  = {Принтер – устройство вывода информации},

$B$  = {Процессор – устройство хранения информации},

$C$  = {Монитор – устройство вывода информации},

$D$  = {Клавиатура – устройство обработки информации}.

# Решение

- $A = 1, B = 0, C = 1, D = 0$

$$(\bar{1} \cap \bar{0}) \cap (1 \cup 0) = (0 \cap 1) \cap (1 \cup 0) = 0 \cap 1 = 0$$

## ЗАДАНИЕ 1.

*Для какого из указанных значений числа  $X$  истинно высказывание*

$$((X < 5) \rightarrow (X < 3)) \wedge ((X < 2) \rightarrow (X < 1))$$

- 1) 1    2) 2    3) 3    4) 4

## **ЗАДАНИЕ 2.**

*Для какого имени истинно высказывание:*

*¬ (Первая буква имени гласная →  
Четвертая буква имени согласная)?*

- 1) ЕЛЕНА      2) ВАДИМ      3) АНТОН  
4) ФЕДОР

### ЗАДАНИЕ 3.

*Найти значения выражений для  $A=0$  и*

а)  $\overline{A \cdot B} + A \cdot B$

б)  $A \cdot B + \overline{A} \cdot \overline{B} + A \cdot \overline{B}$

в)  $(A \cdot B) \rightarrow (\overline{A} + \overline{B})$

г)  $(A + \overline{B}) \rightarrow (A \cdot B)$

## ЗАДАНИЕ 4.

*Найдите значения  
логических выражений:*

- $((1 \vee 0) \& (1 \& 1)) \& (0 \vee 1);$
- $((1 \& 0) \vee (1 \& 0)) \approx 1;$
- $((1 \vee (0 \& 0)))$

## Задание 5

Символом F обозначено одно из указанных ниже логических выражений от трех аргументов: X, Y, Z.

Дан фрагмент таблицы истинности выражения F:

X	Y	Z	F
0	1	0	0
1	1	0	1
1	0	1	0

Какое выражение соответствует F?

1)  $\neg X \vee Y \vee \neg Z$

2)  $X \wedge Y \wedge \neg Z$

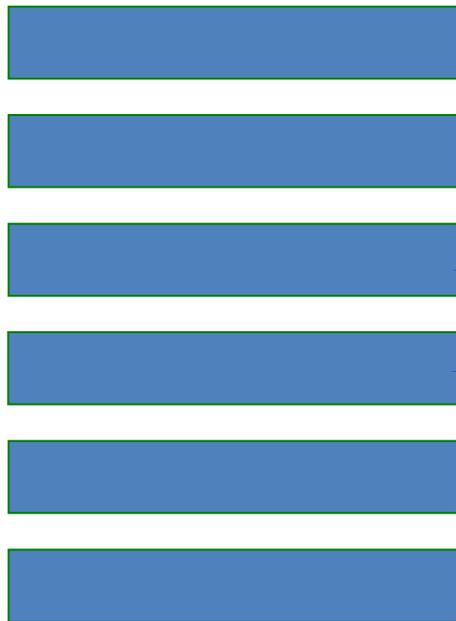
3)  $\neg X \wedge \neg Y \wedge Z$

4)  $X \vee \neg Y \vee Z$

# Логические операции при формировании поисковых запросов

Требуется расположить запросы  
по **возрастанию** количества найденных сайтов

Список поисковых запросов



Запросы с операцией И  
будут располагаться  
в начале списка  
(по ним будет найдено  
мало сайтов)

Сначала идут запросы,  
где операция И стоит вне скобок  
смешанные запросы

Потом идут запросы,  
где операция И стоит в скобках

Запросы с операцией ИЛИ  
будут располагаться  
в конце списка  
(по ним будет найдено  
много сайтов)

## Решение задач

(выстроить запросы по возрастанию количества найденных сайтов)

А	чемпионы   (бег & плавание)
Б	чемпионы & плавание
В	чемпионы   бег   плавание
Г	чемпионы & Европа & бег & плавание

Запросы с операцией И

Запрос с операцией ИЛИ располагается в конце списка.

тем ближе к началу

Ответ: **ГБАВ**

## Решение задач

(выстроить запросы по возрастанию количества найденных сайтов)

А	разведение & содержание & меченосцы &
Б	СОМИКИ Содержание & меченосцы
В	содержание & меченосцы (содержание & меченосцы)   сомики
Р	(содержание & меченосцы)   сомики содержание & меченосцы & сомики
Г	содержание & меченосцы & сомики

Так как запросов с операцией ИЛИ нет, смешанный запрос будет расположен в конце списка

Ответ: **АГБВ**

## Решение задач

(выстроить запросы по возрастанию количества найденных сайтов)

А	волейбол   баскетбол   подача
Б	волейбол   баскетбол   подача   блок
В	волейбол   баскетбол
Г	волейбол & баскетбол & подача

Запросы с операцией ИЛИ располагаются в конце списка.  
Чем больше операндов, тем ближе к концу

Ответ: **ГВАБ**

## Решение задач

(выстроить запросы по возрастанию количества найденных сайтов)

А	физкультура
Б	физкультура & подтягивания &
В	<del>отжимания</del> физкультура & подтягивания
Р	<del>физкультура &amp; подтягивания</del> физкультура   фитнес
Г	физкультура   фитнес

Запрос из одного операнда можно считать запросом ИЛИ

Запрос с операцией ИЛИ располагается в конце списка

запросами с ИЛИ

Ответ: **БВАГ**

## Решение задач на вычисление количества найденных сайтов

В таблице приведены запросы и количество найденных по ним страниц некоторого сегмента сети Интернет.

Запрос	Найдено страниц (в тысячах)
<i>Крейсер   Линкор</i>	7000
<i>Крейсер</i>	4800
<i>Линкор</i>	4500

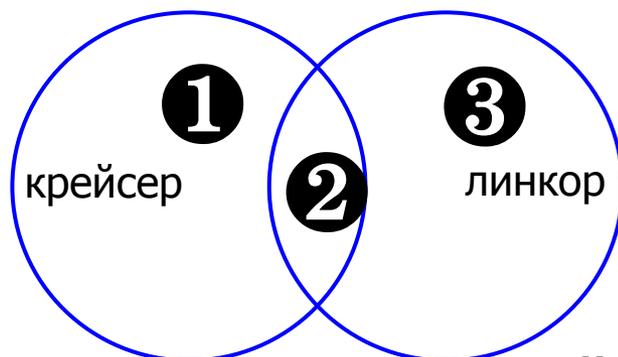
Какое количество страниц (в тысячах) будет найдено по запросу *Крейсер & Линкор* ?

Считается, что все запросы выполнялись практически одновременно, так что набор страниц, содержащих все искомые слова, не изменялся за время выполнения запросов.

## Решение задач на вычисление количества найденных сайтов

**Решение:**

Построим *примерную* диаграмму Венна.



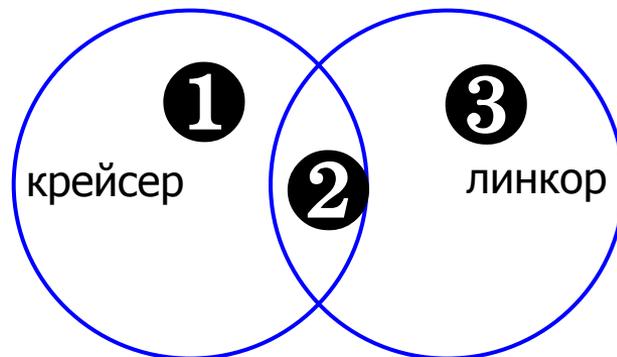
Считаем порядковые номера областей диаграммы (цифры в кружочках) своеобразными переменными. Запишем уравнения:

$$\left\{ \begin{array}{l} \textcircled{1} + \textcircled{2} + \textcircled{3} = 7000; \text{ - по запросу «крейсер | линкор»} \\ \textcircled{1} + \textcircled{2} = 4800; \quad \text{- по запросу «крейсер»} \\ \textcircled{2} + \textcircled{3} = 4500. \quad \text{- по запросу «линкор»} \end{array} \right.$$

**②** - искомый запрос «крейсер & линкор»

## Решение задач на вычисление количества найденных сайтов

Решение:



Решаем систему уравнений:

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} + \textcircled{3} = 7000; \quad \text{---} \rightarrow \textcircled{3} = 7000 - 4800 = 2200$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} = 4800;$$

$$\textcircled{2} + \textcircled{3} = 4500. \quad \text{---} \rightarrow \textcircled{2} = 4500 - 2200 = 2300.$$

**Ответ:** по запросу «крейсер & линкор»  
будет найдено 2300 сайтов.

## Решение задач на вычисление количества найденных сайтов

### Тренировочная работа №2. Вариант 1

В таблице приведены запросы и количество найденных по ним страниц некоторого сегмента сети Интернет.

Запрос	Найдено страниц (в тысячах)
<i>Торты   Пироги</i>	12000
<i>Торты &amp; Пироги</i>	6500
<i>Пироги</i>	7700

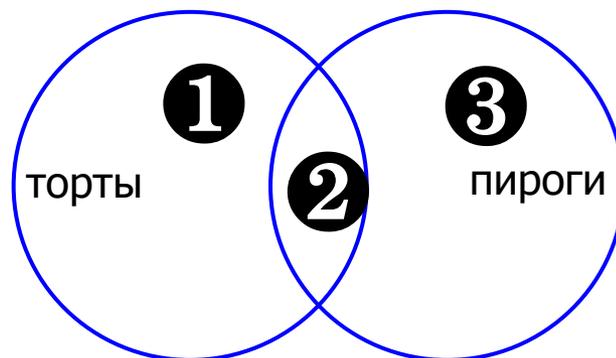
Какое количество страниц (в тысячах) будет найдено по запросу *Торты* ?

Считается, что все запросы выполнялись практически одновременно, так что набор страниц, содержащих все искомые слова, не изменялся за время выполнения запросов.

## Решение задач на вычисление количества найденных сайтов

### Решение:

Построим *примерную* диаграмму Венна.



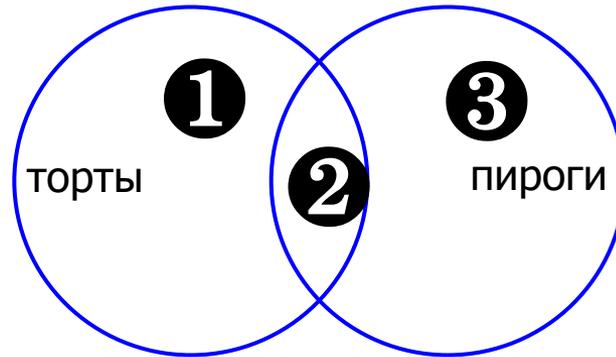
Считаем порядковые номера областей диаграммы (цифры в кружочках) своеобразными переменными. Запишем уравнения:

$$\left\{ \begin{array}{l} \textcircled{1} + \textcircled{2} + \textcircled{3} = 12000; \text{ - по запросу «торты | пироги»} \\ \textcircled{2} = 6500; \text{ - по запросу «торты \& пироги»} \\ \textcircled{2} + \textcircled{3} = 7700. \text{ - по запросу «пироги»} \end{array} \right.$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} \text{ - искомый запрос «торты»}$$

## Решение задач на вычисление количества найденных сайтов

Решение:



Решаем систему уравнений:

$$\begin{cases} \textcircled{1} + \textcircled{2} + \textcircled{3} = 12000; \\ \textcircled{2} = 6500; \\ \textcircled{2} + \textcircled{3} = 7700. \end{cases} \begin{matrix} \text{---} \rightarrow \\ \text{---} \rightarrow \end{matrix} \begin{cases} \textcircled{1} + \textcircled{3} = 12000 - 6500 = 5500; \\ \textcircled{3} = 7700 - 6500 = 1200; \end{cases}$$

$$\begin{matrix} \leftarrow \text{---} \rightarrow \\ \leftarrow \text{---} \rightarrow \end{matrix} \textcircled{1} = 5500 - 1200 = 4300; \quad \text{---} \rightarrow \textcircled{1} + \textcircled{2} = 4300 + 6500 = 10800$$

**Ответ:** по запросу «торты» будет найдено 10800 сайтов.

## Решение задач на вычисление количества найденных сайтов

### Тренировочная работа №2. Вариант 2

В таблице приведены запросы и количество найденных по ним страниц некоторого сегмента сети Интернет.

Запрос	Найдено страниц (в тысячах)
<i>Пирожное &amp; Выпечка</i>	5100
<i>Пирожное</i>	9700
<i>Пирожное   Выпечка</i>	14200

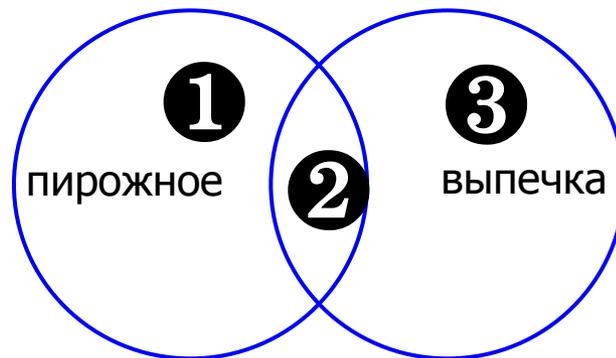
Какое количество страниц (в тысячах) будет найдено по запросу **Выпечка** ?

Считается, что все запросы выполнялись практически одновременно, так что набор страниц, содержащих все искомые слова, не изменялся за время выполнения запросов.

## Решение задач на вычисление количества найденных сайтов

**Решение:**

Построим *примерную* диаграмму Венна.



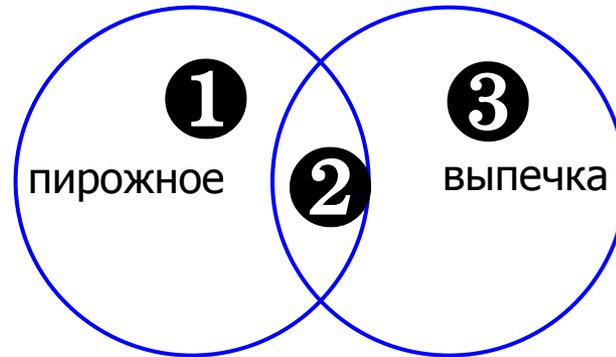
Считаем порядковые номера областей диаграммы (цифры в кружочках) своеобразными переменными. Запишем уравнения:

$$\left\{ \begin{array}{l} \textcircled{2} = 5100; \quad \text{- по запросу «пирожное \& выпечка»} \\ \textcircled{1} + \textcircled{2} = 9700; \quad \text{- по запросу «пирожное»} \\ \textcircled{1} + \textcircled{2} + \textcircled{3} = 14200. \quad \text{- по запросу «пирожное |} \\ \quad \quad \quad \text{выпечка»} \end{array} \right.$$

$\textcircled{2} + \textcircled{3}$  - искомый запрос «выпечка»

## Решение задач на вычисление количества найденных сайтов

**Решение:**



**Решаем систему уравнений:**

$$\begin{cases} \textcircled{2} = 5100; \\ \textcircled{1} + \textcircled{2} = 9700; \\ \textcircled{1} + \textcircled{2} + \textcircled{3} = 14200. \end{cases}$$

--->  $\textcircled{1} = 5100 - 9700 = 4600;$

--->  $\textcircled{2} + \textcircled{3} = 14200 - 4600 = 9600.$

**Ответ:** по запросу «выпечка»  
будет найдено 9600 сайтов.

## Определите какой операции соответствует каждая таблица истинности

A	B	A ? B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

A	B	A ? B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

A	B	A ? B
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

A	B	A ? B
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

## Проверьте себя

A	B	$A \wedge B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

A	B	$A \leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

# Подсчитайте устно:

$$(1 \cap 0) \cup \overline{(1 \Leftrightarrow 0)} = 1$$

$$(1 \cup 0) \cap (0 \Rightarrow 1) = 1$$

$$(0 \Leftrightarrow 1) \Rightarrow 1 = 1$$

$$(1 \Rightarrow 1) \cap (0 \Leftrightarrow 1) \cap \left( \overline{(0 \cap \bar{1})} \cup 0 \right) = 0$$

$$(1 \Rightarrow 0) \cup \overline{(0 \Rightarrow 1)} = 0$$