

Невероятное вероятно

О, сколько нам открытий чудных
Готовит просвещенья дух,
И опыт, сын ошибок трудных,
И гений, парадоксов друг!



- **Здесь не будет такой математической строгости, как в учебнике;**
- **Многие понятия дадим на интуитивном уровне;**
- **Самое главное – это практика (т.е. решение задач)**



События и их вероятности

(Решение задач по теме:
«Классическая вероятность»)



Немного теории

- *Есть такие* опыты, у которых заранее нельзя предугадать их результаты. Результаты такого опыта называются **событиями**.
- **Пример:** выбрасывается игральный кубик (опыт); выпадает двойка (событие).



Событие, которое обязательно произойдет в результате опыта, называется **достоверным**, а которое не может произойти, - **невозможным**. Есть ещё случайные.

Пример: В мешке лежат три картофелины.

Опыт – взять овощ из мешка.

Достоверное событие – изъятие картофелины.

Невозможное событие – изъятие кабачка.



Свойства вероятности

Свойство 1. Вероятность достоверного события равна единице: $P(A) = 1$.

Свойство 2. Вероятность невозможного события равна нулю: $P(A) = 0$.

Свойство 3. Вероятность случайного события есть положительное число, заключенное между нулем и единицей: $0 \leq P(A) \leq 1$.



Как определить вероятность события?

$$P = \frac{m}{n}$$

***P** – вероятность*

***n** – число всевозможных исходов*

***m** – число благоприятных исходов*



В чемпионате по гимнастике участвуют 20 спортсменок: 8 из России, 7 из США, 5 – из Китая. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Китая.

Решение.

**Всего участвует 20 спортсменок,
из которых 5 спортсменок из Китая.**

**Вероятность того, что спортсменка, выступающая
первой, окажется из Китая, равна**

$$\frac{5}{20}$$



В случайном эксперименте монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно один раз.



Решение.

Всего 4 варианта: $o; o$ $o; p$ $p; p$ $p; o$.

Благоприятных 2: $o; p$ и $p; o$.

Вероятность равна 1

2



В среднем из 1000 садовых насосов, поступивших в продажу, 5 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

Решение:

1000 – 5 = 995 – насосов не подтекают.

Вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает, равна

$$995/1000 = 0,995.$$

Ответ: 0,995.



Фабрика выпускает сумки. В среднем на 100 качественных сумок приходится восемь сумок со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.

Решение:

$100 + 8 = 108$ – сумок всего (качественных и со скрытыми дефектами).

Вероятность того, что купленная сумка окажется качественной, равна $100/108 = 0,(925) \approx 0,93$.

Ответ: 0,93.



Научная конференция проводится в 5 дней. Всего запланировано 75 докладов – первые три дня по 17 докладов, остальные распределены поровну между четвертым и пятым днями. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

Решение:

В последний день конференции запланировано $(75 - 17 \times 3) : 2 = 12$ докладов.

Вероятность того, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции, равна $12/75 = 4/25 = 0,16$.

Ответ: 0,16.



Перед началом первого тура чемпионата по бадминтону участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 бадминтонистов, среди которых 10 участников из России, в том числе Руслан Орлов. Найдите вероятность того, что в первом туре Руслан Орлов будет играть с каким-либо бадминтонистом из России?

Решение:

Нужно учесть, что Руслан Орлов должен играть с каким-либо бадминтонистом из России. И сам Руслан Орлов тоже из России.

Вероятность того, что в первом туре Руслан Орлов будет играть с каким-либо бадминтонистом из России, равна

$$9/25 = 36/100 = 0,36.$$

Ответ: 0,36.



Перед началом футбольного матча судья бросает монету, чтобы определить, какая из команд будет первая владеть мячом. Команда "Меркурий" по очереди играет с командами "Марс", "Юпитер", "Уран". Найдите вероятность того, что во всех матчах право владеть мячом выиграет команда "Меркурий"?

Решение: Обозначим право владения первой мячом команды "Меркурий" в матче с одной из других трех команд как "Решка". Тогда право владения второй мячом этой команды – «Орел». Итак, напишем все возможные исходы бросания монеты три раза.

«О» – орел, «Р» – решка.



Итак, всего исходов получилось 8, нужных нам – 1, следовательно, вероятность выпадения нужного исхода $1/8 = 0,125$. **Ответ: 0,125.**

«Марс»	«Юпитер»	«Уран»
О	О	О
О	О	Р
О	Р	О
О	Р	Р
Р	О	О
Р	О	Р
Р	Р	О
Р	Р	Р

Даша дважды бросает игральный кубик. В сумме у нее выпало 8 очков. Найдите вероятность того, что при первом броске выпало 2 очка.

Решение.

В сумме на двух кубиках должно выпасть 8 очков. Это возможно, если будут следующие комбинации:

2 и 6

6 и 2

3 и 5

5 и 3

4 и 4

Всего 5 вариантов. Подсчитаем количество исходов (вариантов), в которых при первом броске выпало 2 очка.

Такой вариант 1.

Найдем вероятность: $1/5 = 0,2$.

Ответ: 0,2.



Тоша и Гоша играют в кости. Они бросают кубик по одному разу. Выигрывает тот, кто выбросил больше очков. Если очков выпало поровну, то наступает ничья. Первым бросил Тоша, у него выпало 3 очка. Найдите вероятность того, что Гоша не выиграет.

Решение.

При условии, что у Тоши выпало 3 очка, возможны следующие варианты:

3 и 1

3 и 2

3 и 3

3 и 4

3 и 5

3 и 6

Всего 6 вариантов. Подсчитаем количество исходов, в которых Гоша не выиграет, т.е. наберет 1, 2 или 3 очка.

Таких вариантов 3.

Найдем вероятность: $3/6 = 0,5$. **Ответ: 0,5.**



В чемпионате мира участвует 20 команд. С помощью жребия их нужно разделить на пять групп по четыре команды в каждой. В ящике вперемешку лежат карточки с номерами групп:

1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5.

Капитаны команд тянут по одной карточке. Какова вероятность того, что команда России окажется в третьей группе.

Решение:

Всего команд 20, групп – 5.

В каждой группе – 4 команды.

Итак, всего исходов получилось 20, нужных нам – 4, значит, вероятность выпадения нужного исхода $4/20 = 0,2$.

Ответ: 0,2.



Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Физик» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Физик» выиграет жребий ровно два раза.

Решение: Обозначим право владения первой мячом команды «Физик» в матче с одной из трех команд как "Орел". Тогда право владения второй мячом этой команды – «Решка». Итак, запишем все возможные исходы бросания монеты три раза в таблице:



Ф/1	OP	OP	OP	OP	PO	PO	PO	PO
Ф/2	OP	OP	PO	PO	OP	OP	PO	PO
Ф/3	OP	PO	OP	PO	OP	PO	OP	PO

«О» – орел, «Р» – решка.

Итак, всего исходов получилось $2^3 = 8$, нужных нам – 3, следовательно, вероятность выпадения нужного исхода равна:

$$3/8 = 0,375.$$

Ответ: 0,375.



Игральный кубик бросают дважды. Сколько элементарных исходов опыта благоприятствуют событию « $A =$ сумма очков равна 5»?

Решение:

В сумме должно выпасть 5 очков. Это возможно, если будут следующие комбинации:

1 и 4

4 и 1

2 и 3

3 и 2

Всего 4 варианта.

Ответ: 4.



На рок-фестивале выступают группы – по одной от каждой из заявленных стран. Порядок выступления определяется жребием. Какова вероятность того, что группа из Дании будет выступать после группы из Швеции и после группы из Норвегии? Результат округлите до сотых.

Решение:

Общее количество выступающих на фестивале групп для ответа на вопрос неважно. Сколько бы их ни было, для указанных стран есть 6 способов взаимного расположения среди выступающих (Д – Дания, Ш – Швеция, Н – Норвегия):

Д – Ш – Н

Д – Н – Ш

Ш – Н – Д

Ш – Д – Н

Н – Д – Ш

Н – Ш – Д

Дания находится после Швеции и Норвегии в двух случаях. Поэтому вероятность того, что группы случайным образом будут распределены именно так, равна

$$P = 2/6 = 1/3 \approx 0,33$$

Ответ: 0,33.



В некотором городе из 5000 появившихся на свет младенцев 2512 мальчиков. Найдите частоту рождения девочек в этом городе. Результат округлите до тысячных.

Решение:

Из 5000 тысяч новорожденных $5000 - 2512 = 2488$ девочек.

Поэтому частота рождения девочек равна:

$$2488/5000 = 0,4976 \approx 0,498$$

Ответ: 0,498.



В классе 26 человек, среди них два близнеца – Андрей и Сергей. Класс случайным образом делят на две группы по 13 человек в каждой. Найдите вероятность того, что Андрей и Сергей окажутся в одной группе.

Решение:

Пусть один из близнецов находится в некоторой группе.

Вместе с ним в группе окажутся 12 человек из 25 оставшихся одноклассников.

Вероятность того, что второй близнец окажется среди этих 12 человек, равна

$$P = 12 : 25 = 0,48.$$

Ответ: 0,48.



Вероятность того, что новый DVD-проигрыватель в течение года поступит в гарантийный ремонт, равна 0,045. В некотором городе из 1000 проданных DVD-проигрывателей в течение года в гарантийную мастерскую поступила 51 штука. На сколько отличается частота события «гарантийный ремонт» от его вероятности в этом городе?

Решение:

Частота (относительная частота) события «гарантийный ремонт» равна

$$51 : 1000 = 0,051.$$

Она отличается от предсказанной вероятности на

$$0,051 - 0,045 = 0,006.$$

Ответ: 0,006.



Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали ходить. Найдите вероятность того, что часовая стрелка застыла, достигнув отметки 10, но не дойдя до отметки 1 час.

Решение:

На циферблате между десятью часами и одним часом три часовых деления. Всего на циферблате 12 часовых делений.

Поэтому искомая вероятность равна:

$$\frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 0,25$$

Ответ: 0,25.



Методы теории вероятностей нашли своё отражение в

ЖИЗНИ:

- Рассчитать количество машин скорой помощи и врачей в условиях мегаполиса;
- При расчётах всяких рисков (прибыль, потери, азартные игры);
- При подсчитывании популяции ЖИВОТНЫХ

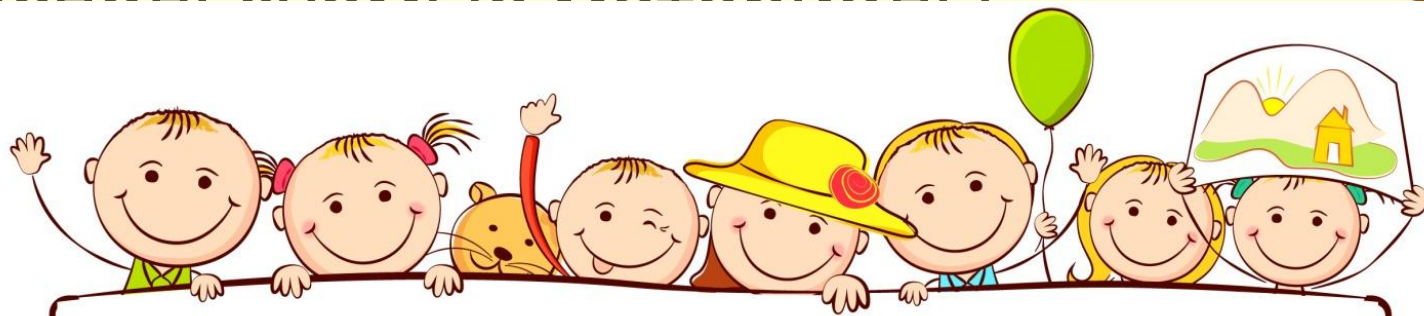
.....



**Итог, пожалуй, очевиден!
Он виден вам и мне он виден:
Среди хитросплетений разных
Найти вероятность – это праздник.
Не бойся совершать ошибки,
Они - познания улыбки.
Исправив их, пойдешь вперед,
А впереди - удача ждет.
И если смог вас научить,
Себя могу я похвалить.
А научились вы чему-то,
Не зря потрачены минуты**



Материалы олимпиады



- <http://mathege.ru/or/ege/Main.html> –
Материалы открытого банка заданий
по математике
- <http://reshuege.ru/> – Сайт Дмитрия
Гущина

