

# Элементы комбинаторики

Преподаватель ГАПОУ РО «РКТМ»

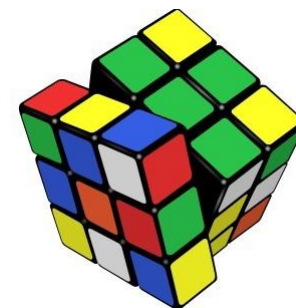
Колыхалина К.А.

# Содержание:

- Что такое комбинаторика?
- Пример 1
- Пример 2
- Задачи
- Перестановки
- Сочетания
- Размещения

# Что такое комбинаторика?

- Задачи , решая которые приходится составлять различные комбинации из конечного числа элементов и подсчитывать число комбинаций , называются **комбинаторными**.
- Раздел математики , в котором рассматриваются подобные задачи, называют **комбинаторикой**.
- Слово «комбинаторика» от латинского *combinare* - «соединять , сочетать».



# Пример 1

Из группы теннисистов, в которую входят четыре человека - Антонов, Григорьев, Сергеев и Федоров, тренер выделяет пару для участия в соревнованиях. Сколько существует вариантов выбора такой пары?

АГ, АС, АФ

ГС, ГФ

СФ

Значит, всего существует шесть вариантов выбора.

Способ рассуждений, которым мы воспользовались, называют **перебором возможных вариантов.**



## Пример 2

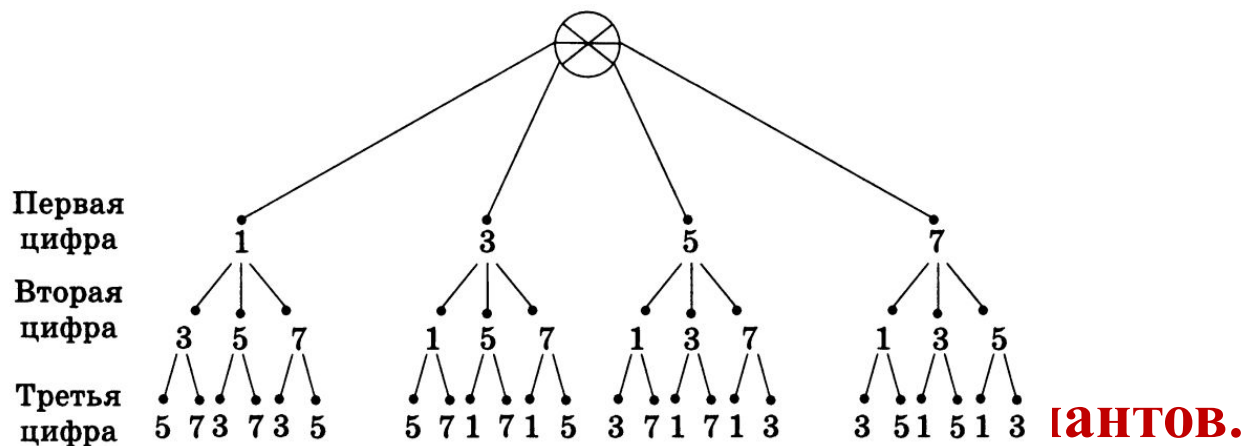
Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 3, 5, 7, используя в записи числа каждую из них не более одного раза?

Чтобы ответить на вопрос задачи, выпишем все такие числа. Полученные результаты запишем в четыре строки, в каждой из которых шесть чисел:

135	137	153	157	173	175
315	317	351	357	371	375
513	517	531	537	571	573
713	715	731	735	751	753

# Пример 2 (второй способ)

Проведенный перебор вариантов проиллюстрирован на схеме



Такую схему

## Пример 2 (третий способ)

Первую цифру можно выбрать четырьмя способами. Так как после выбора первой цифры останутся три, то вторую цифру можно выбрать уже тремя способами. Наконец, третью цифру можно выбрать двумя способами. Следовательно, общее число искомых чисел равно произведению  $4 \cdot 3 \cdot 2$ , т.е. 24.

Использовалось **комбинаторное правило умножения**.

# Комбинаторное правило умножения

Пусть имеется  $n$  элементов и требуется выбрать из них один за другим  $k$  элементов. Если первый элемент можно выбрать  $n_1$  способами, после чего второй элемент можно выбрать  $n_2$  способами из оставшихся, затем третий элемент можно выбрать  $n_3$  способами из оставшихся и т. д., то число способов, которыми могут быть выбраны все  $k$  элементов, равно произведению  $n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdot \dots \cdot n_k$ .






# Задачи

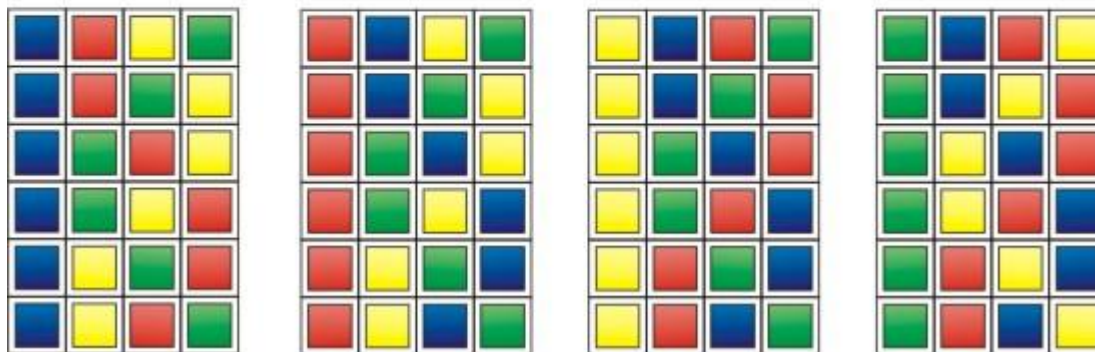
**Пример 1.** Из города А в город В ведут две дороги, из города В в город С – три дороги, из города С до пристани – две дороги. Туристы хотят проехать из города А через В и С к пристани. Сколькими способами они могут выбрать маршрут?

**Пример 2.** В кафе предлагают два первых блюда: борщ, рассольник – и четыре вторых блюда: гуляш, котлеты, сосиски, пельмени. Укажите все обеды из двух блюд, которые может заказать посетитель. Построить дерево возможных вариантов.

# Перестановки

**Перестановкой** называется какой-либо способ упорядочения данного множества.

Чтобы найти число всех перестановок множества из  $n$  предметов (это число обозначается  $P_n$ , от французского *permutation* – перестановка) – например, число способов, которыми можно расставить  $n$  томов на книжной полке, – обычно рассуждают так: 



# Перестановки

Первым можно поставить любой из  $n$  предметов, вторым – любой из  $(n - 1)$  оставшихся предметов, третьим любой из  $(n - 2)$  оставшихся предметов и т. д. В результате число перестановок будет равно произведению  $n$  множителей  $n (n - 1) (n - 2) \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ .

Для произведения первых  $n$  натуральных чисел используют специальное обозначение:  $n!$  (читается  $n$  факториал).

$$P_n = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n = n!$$

# Задачи

**Пример 1.** Сколькими способами могут быть расставлены 8 участниц финального забега на восьми беговых дорожках?

**Пример 2.** Сколько различных четырехзначных чисел, в которых цифры не повторяются, можно составить из цифр 0, 2, 4, 6?



# Сочетания

Сочетанием из  $n$  элементов по  $k$  называется комбинация, в которой из этих  $n$  элементов выбраны любые  $k$  без учета их порядка в комбинации.

Таким образом, для сочетания имеет значение только состав выбранных элементов, а не их порядок.

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

# Задачи

**Пример 1.** Из 15 членов туристической группы надо выбрать трех дежурных. Сколькими способами можно сделать этот выбор?

**Пример 2.** Из вазы с фруктами, в которой лежит 9 яблок и 6 груш, надо выбрать 3 яблока и 2 груши. Сколькими способами можно сделать такой выбор?



# Размещения

**Размещением** из  $n$  элементов по  $k$  называется комбинация, в которой какие-то  $k$  из этих  $n$  элементов расположены в определенном порядке.

Размещения отличаются друг от друга не только порядком расположения элементов, но и тем, какие именно  $k$  элементов выбраны в комбинацию.

$$A_n^k = \frac{n!}{(n - k)!}$$

# Различия между перестановками, размещениями и сочетаниями

- В случае **перестановок** берутся все элементы и изменяется только их местоположение.
- В случае **размещений** берётся только часть элементов и важно расположение элементов друг относительно друга.
- В случае **сочетаний** берётся только часть элементов и не имеет значения расположение элементов друг относительно друга.



# Примеры

**Пример 1.** Учащиеся второго класса изучают 8 предметов. Сколькими способами можно составить расписание на один день, чтобы в нем было 4 различных предмета?

**Пример 2.** Сколько трехзначных чисел ( без повторения цифр в записи числа) можно составить из цифр 0,1,2,3,4,5,6?