ГБПОУ ПО «Кузнецкий многопрофильный колледж»

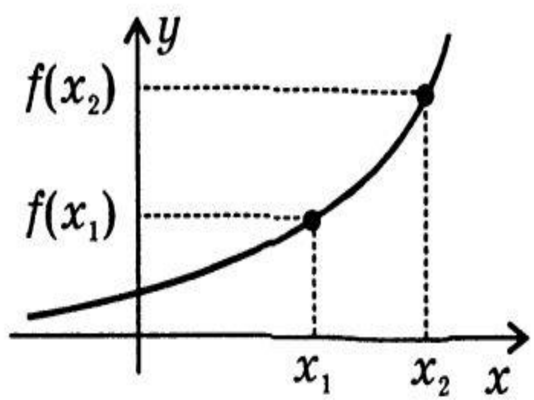
Применение производной к исследованию функций. Возрастание и убывание функций.Экстремумы

Преподаватель:Мустакаева Г.Р.

МОНОТОННОСТЬ (ВОЗРАСТАНИЕ, УБЫВАНИЕ)

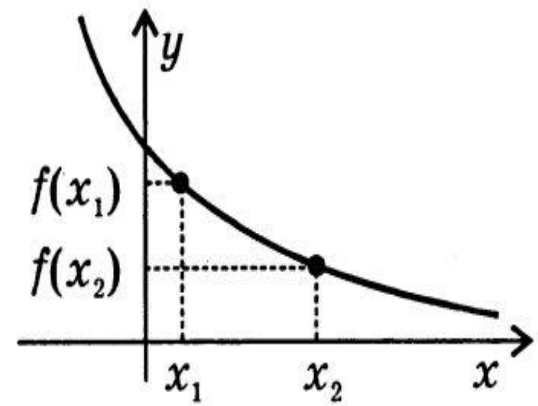
Функция $y = f(x)$ называется **возрастающей** на интервале $(a; b)$, если для любых x_1 и x_2 из этого интервала таких, что $x_1 < x_2$, справедливо неравенство

$$f(x_1) < f(x_2).$$

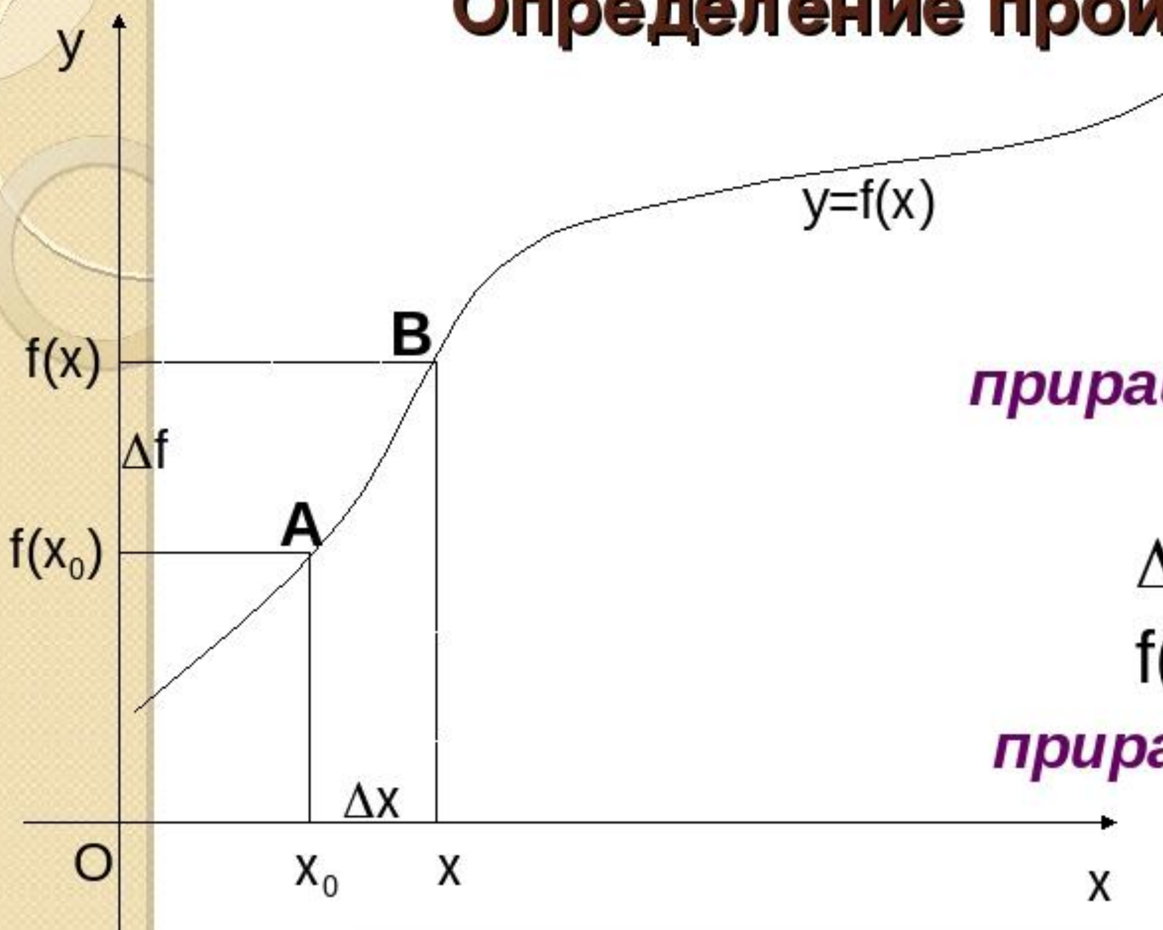


Функция $y = f(x)$ называется **убывающей** на интервале $(a; b)$, если для любых x_1 и x_2 из этого интервала таких, что $x_1 < x_2$, справедливо неравенство

$$f(x_1) > f(x_2).$$



Определение производной



$$\Delta x = x - x_0$$
$$x = x_0 + \Delta x$$

приращение аргумента

$$\Delta f = f(x) - f(x_0)$$
$$f(x) = f(x_0) + \Delta f$$

приращение функции

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

разностное отношение

Физический смысл производной

Производная функции $y = f(x)$ в точке x_0 - это скорость изменения функции $f(x)$ в точке x_0

$x'(t). = v(t)$

Убывающая функция

График скорости при равноускоренном прямолинейном движении

- Случай 2

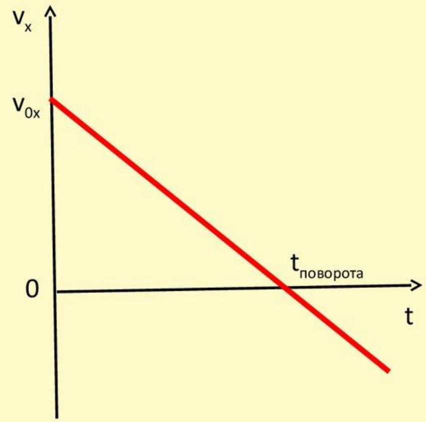
$\vec{a} \downarrow\uparrow \vec{v}_0$

- Скорость тела уменьшается:

$v_x(t>0) < v_{0x};$

$\Delta\vec{v} \downarrow\uparrow \vec{v}_0;$

$\vec{a} \downarrow\uparrow \vec{v}_0.$



Возрастающая функция

График скорости при равноускоренном прямолинейном движении

- Случай 1

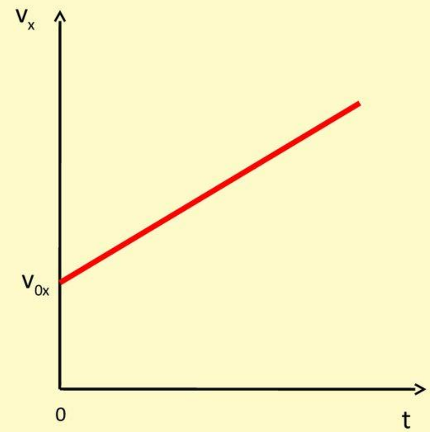
$\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{v}_0$

- Скорость тела увеличивается:

$v_x(t>0) > v_{0x};$

$\Delta\vec{v} \uparrow\uparrow \vec{v}_0;$

$\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{v}_0.$



Функция	Производная	Монотонность функции на промежутках, где $f'(x) > 0$	Монотонность функции на промежутках, где $f'(x) < 0$
$f(x) = x^3-3x$			
$f(x)=2x^3$			

Функция	Производная	Монотонность функции на промежутках, где $f'(x) > 0$	Монотонность функции на промежутках, где $f'(x) < 0$
$f(x) = x^3-3x$	$f'(x) = 3x^2-3$	(-oo;-1)u(1;oo)	(-1;1)
$f(x)=2x^3$	$f'(x) = 3x^2-3$	(-oo;oo)	-

Признаки возрастания и убывания

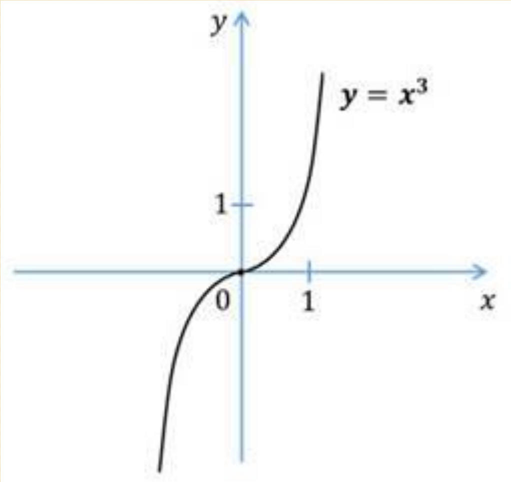
1) Если $f'(x) > 0$ в каждой точке интервала,то функция $f(x)$ возрастает на этом интервале.
2) Если $f'(x) < 0$ в каждой точке интервала,то функция $f(x)$ убывает на этом интервале.

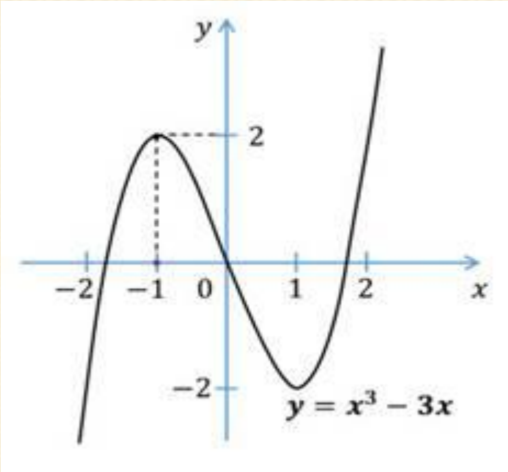
Алгоритм

1. Указать область определения функции.
2. Найти производную функции $y=f(x)$.
3. Определить промежутки, в которых $f'(x)$)>0 и $f'(x)<0$.
4. Сделать выводы о монотонности функции.

монотонно возрастает на всей числовой прямой

$X_{min}=1$ $X_{max}=-1$



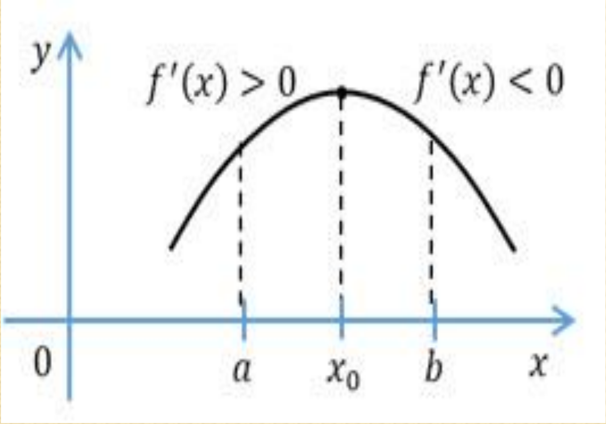


$f(x)=2x^3$

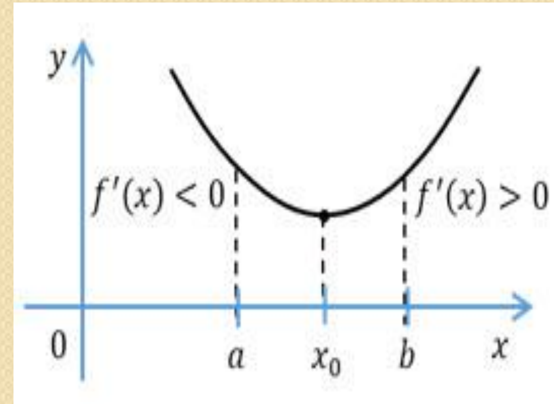
$f(x) = x^3-3x$

≠

Точка x_0 называется ***точкой максимума функции*** f(x), если существует такая окрестность точки x_0, что для всех xx_0 из этой окрестности выполняется неравенство $f(x) < f(x_0)$



Точка x_0 называется ***точкой минимума*** функции f(x), если существует такая окрестность точки x_0, что для всех xx_0 из этой окрестности выполняется неравенство $f\,(x)\ f(x_0)$



Наибольшее значение данная функция в этой окрестности принимает вточке x=-1, точку x=-1 называют ***точкой максимума*** функции.

Наименьшее значение данная функция в этой окрестности принимает в точке x=1. Точку x=1 называют ***точкой минимума*** функции.

Внутренние точки области определения функции, в которых функция непрерывна, но производная не существует, называют ***критическими точками***.

Внутренние точки области определения функции, при которых производная функции равна нулю, называются ***стационарными точками***.

$$f^{/}(x)=0$$

Задание 1.
Определите промежутки монотонности функции
$y = -3x^3 + 4x^2 + x – 10$.

Задание 2.
Определите промежутки монотонности и экстремумы функции
$y = x^5 – 5x^4 + 5x^3 – 4$.

Решение 1.

1. Область определения функции: D(y)= (-oo;+o $D(y) = (-\infty; +\infty)$
2. Производная функции: $y' = -9x^2+8x+1$; $y' = (x - 1)(-9x - 1)$
3. Промежутки монотонности:

функция возрастает на $\left[-\frac{1}{9}; 1\right]$

функция убывает на $\left(-\infty; -\frac{1}{9}\right]$ $[1; +\infty)$

Решение 2.

1. D(y)=(-oo;+oo)

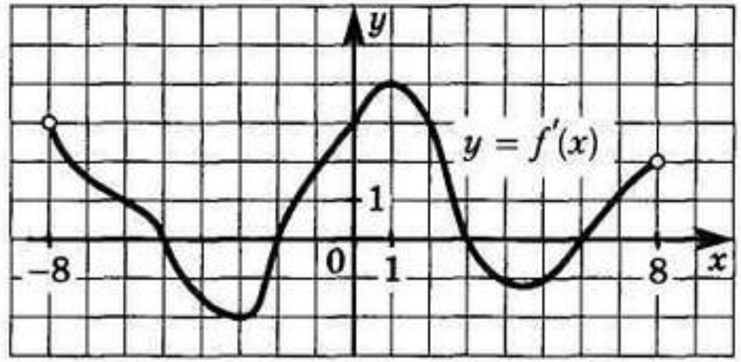
2. $y' = 5x^4 - 20x^3 + 15x^2 = 5x^2(x-1)-(x-3)$

3. Функция возрастает на (-oo;1]u[3;+oo);

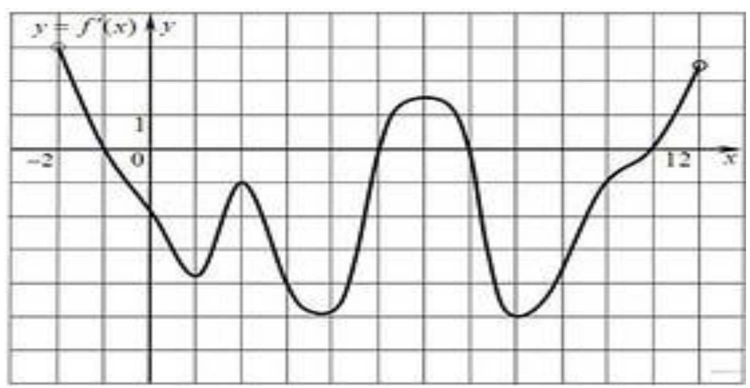
функция убывает на [1;3].

4. Экстремумы: $x_{max}=1$; $x_{min}=3$

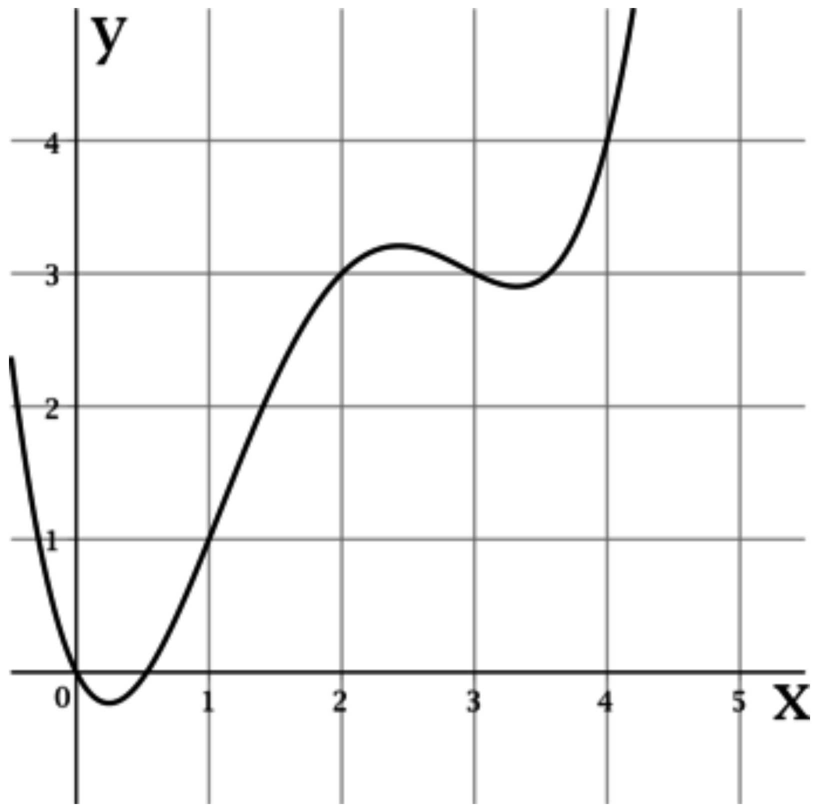
Задание 3.Определить область определения,промежутки монотонности функции.



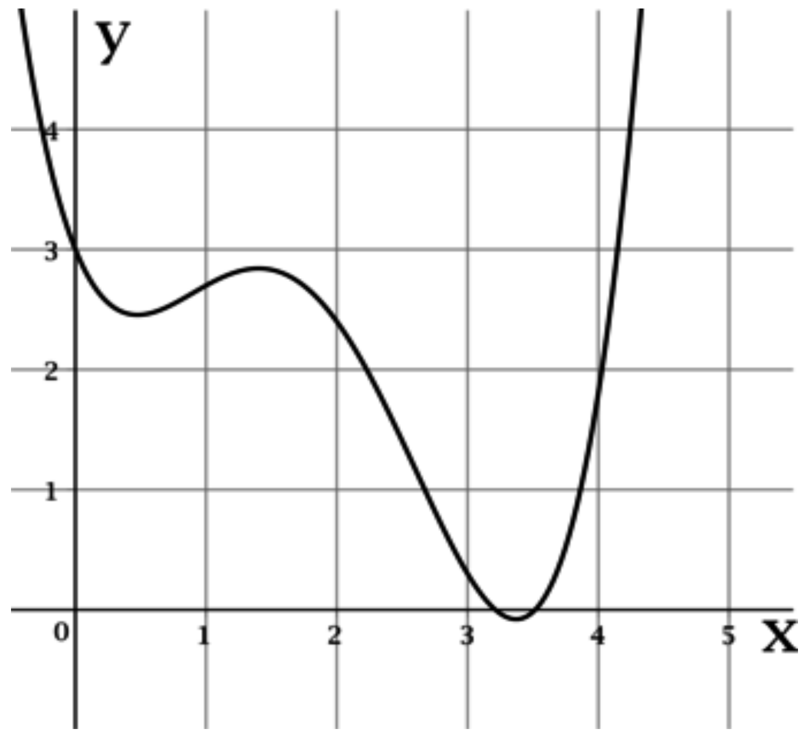
Задание 4.Определить количество промежутков возрастания, найти длину наибольшего.



Задание 5.На рисунке изображен график функции y=f(x), определенной на интервале (−0,5;4,3). Определите количество целых точек (у которых координата – целое число), в которых производная функции положительна.



Задание 6.На рисунке изображен график функции y=f(x), определенной на интервале (−0,5;4,3). Определите количество целых точек (у которых координата – целое число), в которых производная функции отрицательна.



Задание на дом

Ш.Алимов.Алгебра и начала анализа.10-11 кл.

№ 3,стр.101;№11.стр.107