

11 класс
УМК любой

Правила дифференцирования



Автор:
Пономарева Ирина Анатольевна,
учитель математики МБОУ СОШ № 9 г. Амурска Хабаровского края

Производная суммы равна сумме производных

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$$

Примеры:

$$1) (x^2 + 2)' = (x^2)' + (2)' = 2x$$

$$2) (x^2 + x)' = (x^2)' + (x)' = 2x + 1$$

**Постоянный множитель можно выносить за знак
производной**

$$(cf(x))' = cf'(x)$$

Примеры:

$$1) (7x^2)' = 7(x^2)' = 14x$$

$$2) \left(-\frac{1}{3}x\right)' = -\frac{1}{3}(x)' = -\frac{1}{3}$$

Производная произведения

$$(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

Пример:

1 способ

$$\begin{aligned} (x^2 \cdot (2x + 3))' &= (x^2)' \cdot (2x + 3) + x^2 \cdot (2x + 3)' = \\ &= 2x(2x + 3) + x^2 \cdot 2 = 4x^2 + 6x + 2x^2 = 6x^2 + 6x \end{aligned}$$

2 способ

$$\begin{aligned} (x^2 \cdot (2x + 3))' &= (2x^3 + 3x^2)' = (2x^3)' + (3x^2)' = \\ &= 6x^2 + 6x \end{aligned}$$

Производная частного

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$$

Пример:

$$\begin{aligned}\left(\frac{2x}{x^2-1}\right)' &= \frac{(2x)' \cdot (x^2-1) - (2x)(x^2-1)'}{(x^2-1)^2} = \\ &= \frac{2 \cdot (x^2-1) - 2x \cdot 2x}{(x^2-1)^2} = \frac{2x^2 - 2 - 4x^2}{(x^2-1)^2} = \frac{-2x^2 - 2}{(x^2-1)^2} = \\ &= -\frac{2(x^2+1)}{(x^2-1)^2}\end{aligned}$$

Производная степенной функции

$$\left(x^p\right)' = px^{p-1}$$

Примеры:

$$1) (x^7)' = 7x^{7-1} = 7x^6$$

$$2) (5y^6)' = 5 \cdot 6y^{6-1} = 30y^5$$

Производная степенной функции

$$\left((kx + b)^p \right)' = pk(kx + b)^{p-1}$$

Примеры:

$$1) \left((x+1)^3 \right)' = 3 \cdot 1(x+1)^2$$

$$2) \left((1-3x)^4 \right)' = -4 \cdot 3(1-3x)^3 = -12(1-3x)^3$$

$$3) \left(\left(\frac{1}{3}x + 5 \right)^3 \right)' = \frac{1}{3} \cdot 3 \left(\frac{1}{3}x + 5 \right)^2 = \left(\frac{1}{3}x + 5 \right)^2$$