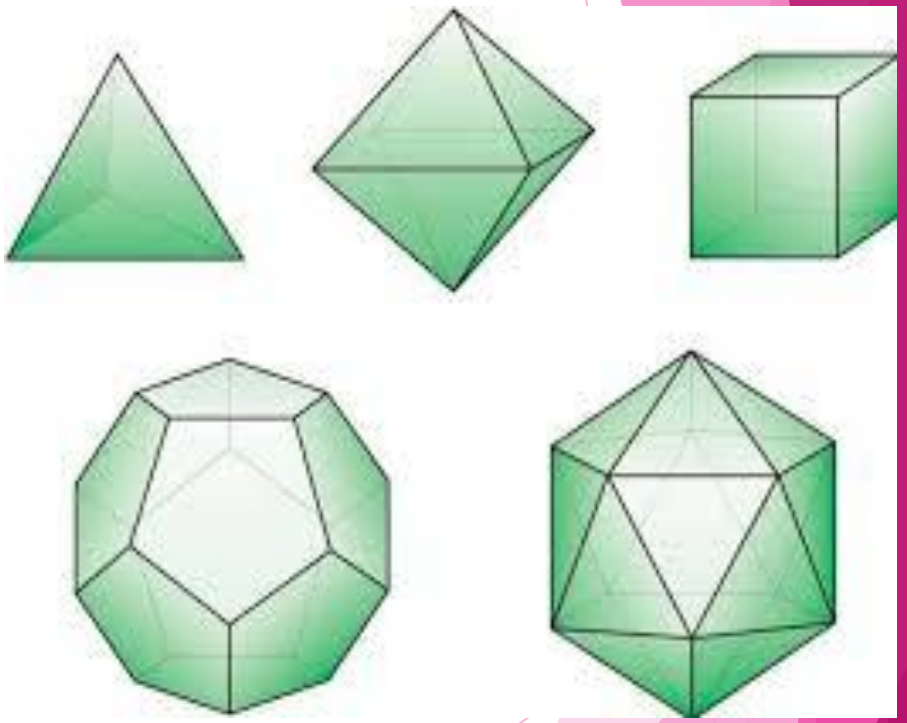
Правильные многогранники

Презентация подготовлена :Смирнов Влад, гр. КЭ-9

Преподаватель:Лаврова Н.Н.

Что такое правильный многогранник?

- **Правильный многогранник** или **платóново тело** — это выпуклый многогранник, состоящий из одинаковых правильных многоугольников и обладающий пространственной симметрией.



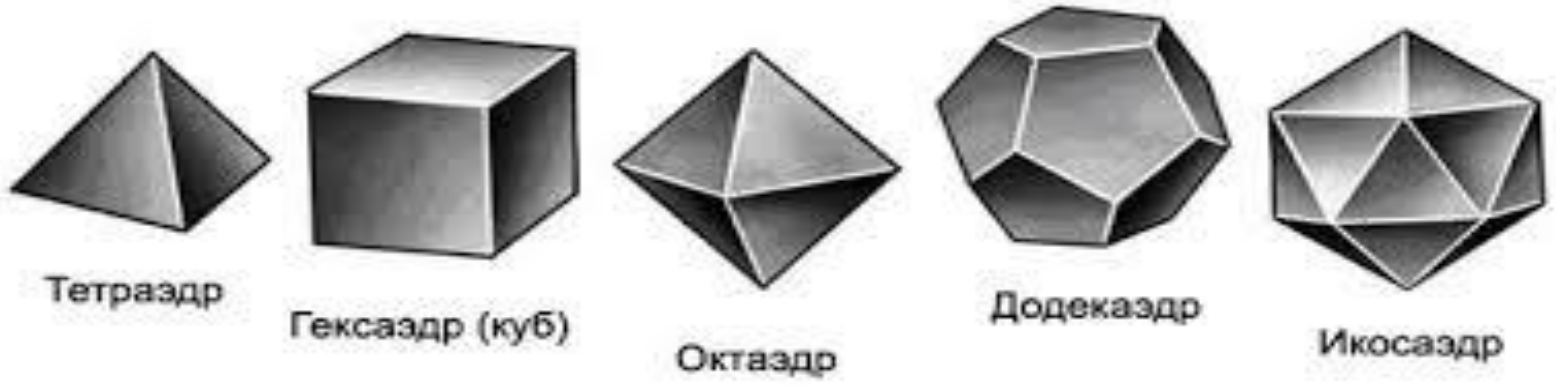
Определение

Многогранник называется **правильным**, если:

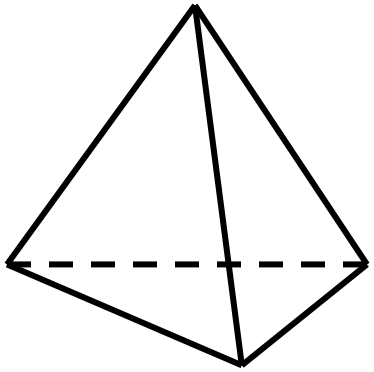
- он выпуклый;
- все его грани являются равными правильными многоугольниками;
- в каждой его вершине сходится одинаковое число рёбер.

Виды правильных многогранников

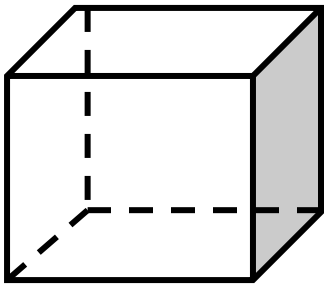
В трёхмерном евклидовом пространстве существует всего пять правильных многогранников:



Название каждого многогранника происходит от греческого названия количества его граней и слова «грань».

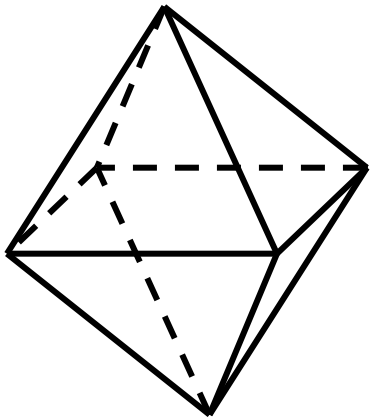


Простейшим среди многогранников является **тетраэдр (**четырёхгранник – от греческого «тетра», т.е. четыре**).**
Его четыре грани – равносторонние треугольники. Четыре – это наименьшее число граней, отделяющих часть трёхмерного пространства. Тем не менее, тетраэдр обладает многими свойствами, характерными для однородных многогран ников. Все его грани суть правильные многоугольники, причём каждая отделяется ребром в точности от одной грани. Все многогранные углы тетраэдра также равны между собой.



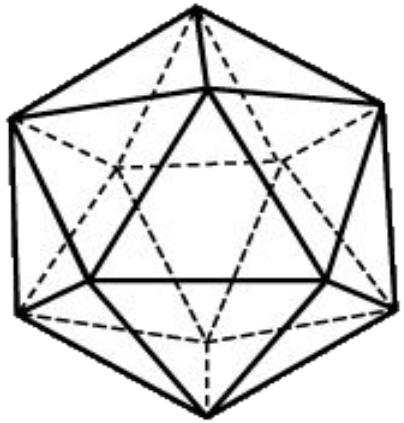
Куб, или **гексаэдр** (шестигранник – от греческого «гекса», т.е. шесть) – самый общеизвестный и широко используемый многогранник.

Все шесть его граней – квадраты, сходящиеся по два вдоль каждого ребра и по три в каждой вершине.



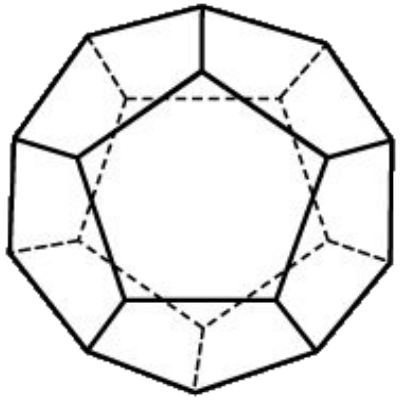
Октаэдр (восьмигранник – от греческого «окта», т.е. восемь), составленный из восьми правильных треугольников, его противоположные грани лежат в параллельных плоскостях.

Иоганн Кеплер (1571-1630) в своём этюде «О снежинке» высказал такое замечание: «Среди правильных тел самое первое, начало и родитель остальных – куб, а его, если позволительно так сказать, супруга – октаэдр, ибо у октаэдра столько углов, сколько у куба граней».



Икосаэдр (двадцатигранник – от греческого «икос», т.е. двадцать), составленный из двадцати правильных треугольников.

Икосаэдр – одно из пяти тел, по простоте следующее за тетраэдром и октаэдром. Их объединяет то обстоятельство, что гранями каждого являются равносторонние тре угольники.

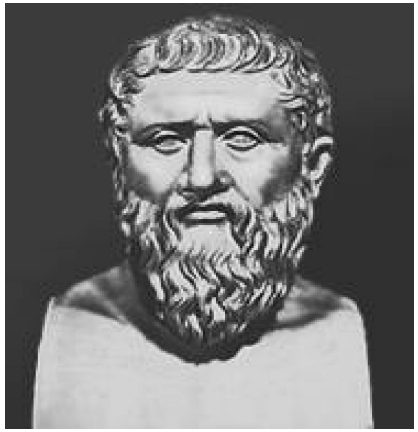


И загадочный
додекаэдр (двенадцатигранник – от греческого «додека», т.е. двенадцать), со ставленный из двенадцати правильных пя тиугольников. В известном смысле **додекаэдр** представляет наибольшую привлекательность среди тел, соперничая с икосаэдром, который почти ему не уступает (а быть может, в чём-то и превосходит).

Философ Платон и четыре стихии природы

- Подробно описал свойства правильных многогранников древнегреческий учёный, философ-идеалист Платон

(428 –348 до н.э.), в учении которого они играли важную роль. Поэтому эти многогранники носят название «платоновых тел».



ПЛАТОН

Платон являлся основателем школы, названной «Академией» по имени местности вблизи Афин, где он постоянно встречался со своими учениками. Сам Платон не был математиком, но он придавал ей исключительно важное значение. При входе в основанную им Академию была надпись следующего содержания: «Пусть сюда не входит тот, кто не знает геометрии …». Одному из желающих поступить в его школу для изучения философии, но не имеющему знаний по геометрии, Платон сказал: «Уйди прочь! У тебя нет орудия для изучения философии …».
Платон связал с этими телами формы атомов основных стихий природы. Какими соображениями при этом он руководствовался?

Итак, правильных многогранников Платон знал пять, а число стихий (огонь, воздух, вода и земля) было ровно четыре. Следовательно, из пяти многогранников надо выбрать четыре, которые можно было бы сопоставить со стихиями. Платон считал, что некоторые элементы правильных многогранников могут перейти друг в друга. Преобразование одних многогранников в другие могли быть осуществлены путем перестройки их внутренней структуры. Но для этого в данных телах нужно было найти такие структурные элементы, которые были бы для них общими.

Из внешнего вида правильных многогранников следует, что грани трех многогранников – тетраэдра, октаэдра, икосаэдра – имеют форму равностороннего треугольника. Два оставшихся многогранника – куб и додекаэдр – построены: первый – из квадратов, а второй – из правильных пятиугольников, поэтому они не могут преобразовываться ни друг в друга, ни в рассмотренные три тела.

Итак,
тетраэдр символизировал огонь, т.к. его вершина устремлена вверх.
Куб или гексаэдр символизировал – землю, как самый "устойчивый".
Октаэдр символизирует воздух, как самый "воздушный".
Икосаэдр символизирует – воду, т.к. он самый "обтекаемый".
И всей вселенной была приписана форма додекаэдра, т. е. мы живём внутри небесного свода.

Комбинаторные свойства

Эйлером была выведена формула, связывающая число вершин (В), граней (Г) и рёбер (Р) любого выпуклого многогранника простым соотношением: В + Г = Р + 2.

- Отношение количества вершин правильного многогранника к количеству рёбер одной его грани равно отношению количества граней этого же многогранника к количеству рёбер, выходящих из одной его вершины. У тетраэдра это отношение равно 4:3, у гексаэдра и октаэдра — 2:1, а у додекаэдра и икосаэдра — 4:1.
- Правильный многогранник может быть комбинаторно описан символом Шлефли {*p*, *q*}, где: *p* — число рёбер в каждой грани; *q* — число рёбер, сходящихся в каждой вершине.

Теорема Эйлера

Правильный многогранник	Вид грани	Число вершин	Число граней	Число ребер	Формула Эйлера	Число ребер, сходящихся в вершине
Тетраэдр	Правильный треугольник	4	4	6	4+4-6=2	3
Гексаэдр(куб)	Квадрат	8	6	12	8+6-12=2	3
Октаэдр	Правильный треугольник	6	8	12	6+8-12=2	4
Додекаэдр	Правильный пятиугольник	20	12	30	20+12-30=2	3
Икосаэдр	Правильный треугольник	12	20	30	12+20-30=2	5

Теорема Эйлера
В+Г-Р=2

Многогранники в архитектуре

Использовать **многогранники** в архитектуре люди стали очень давно, еще до новой эры. И по мере роста строительного мастерства в мире появлялись **новые шедевры**, основанные на сложных геометрических фигурах. Национальная библиотека — одна из них.

Национальная библиотека — одна из них.

Многогранники в архитектуре

- Современный стеклянный вход в Лувр, который появился во дворе ренессансного дворца 20 лет назад и до сих пор остается спорным новоделом — это тоже многогранник, **пирамида**.

Многогранники в архитектуре

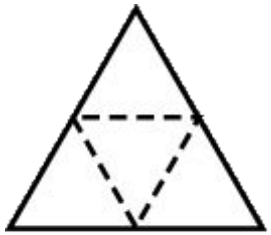
- **Усеченная пирамида** пользуется популярностью у современных архитекторов. Например, в Индианополисе (США) в 1972 году закончили строительство офисного комплекса из трех зданий, который так и назвали — The Pyramids. Сейчас в нем расположен Институт искусства Индианополиса.

Многогранники в архитектуре

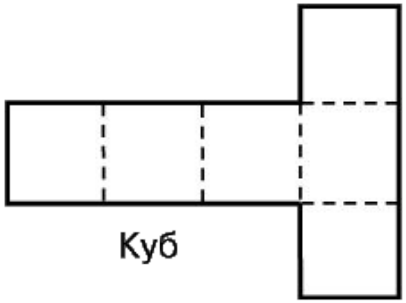
А это **парк развлечений Футуроскоп** под Парижем (Франция)

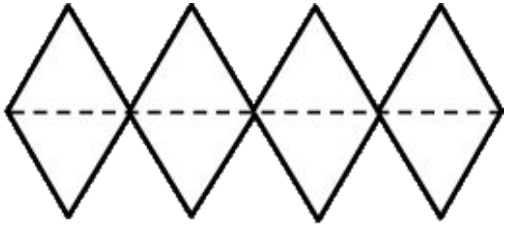
Развёртки правильных многогранников

- Одним из способов изготовления правильных многогранников является способ с использованием так называемых развёрток.
- Если модель поверхности многогранника изготовлена из гибкого нерастяжимого материала (бумаги, тонкого картона и т. п.), то эту модель можно разрезать по нескольким рёбрам и развернуть так, что она превратится в модель некоторого многоугольника. Этот многоугольник называют развёрткой поверхности многогранника.

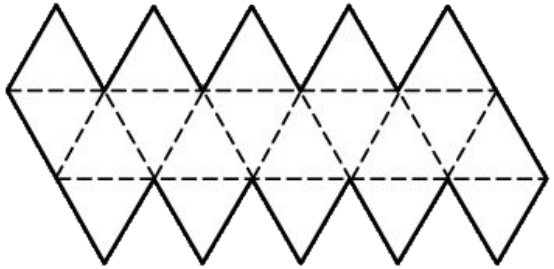


Тетраэдр





Октаэдр



Икосаэдр