Решение задач теории вероятностей

Копецкая М.Г.
преподаватель
Сыктывкарского целлюлозно- бумажного техникума

- ***Правило сложения*: если некоторый объект А можно выбрать k способами, а объект B - l способами (не такими как А), то объект**

  "или А или В" можно выбрать к + l способами.

- ***Правило умножения*: если объект А можно выбрать k способами, а после каждого такого выбора другой объект В можно выбрать (независимо от объекта А) l способами, то пары объектов А и B можно выбрать к·l способами.**
- Правило **умножения** еще называют "**И-правилом**", а правило **сложения** "**ИЛИ-правилом**". Не забывайте проверить

Два события называются ***несовместными,*** если появление одного из них исключает появление другого.

В противном случае соб

называются – ***совм***

1.На экзамене по геометрии школьнику достаётся один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос на тему «Внешние углы», равна 0,35. Вероятность того, что это вопрос на тему «Вписанная окружность», равна 0,2. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

Решение:

События «Достанется вопрос по теме Вписанные углы» и «Достанется вопрос по теме вписанная окружность» – несовместные. Значит, ве того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем равна сумме вероятностей этих событий: 0,35+0,2=0,55.

Ответ: 0,55.

2. Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 70% этих стекол, вторая – 30%. Первая фабрика выпускает 1% бракованных стекол, а вторая – 3%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло

Решение:

Ситуация 1:

Стекло оказывается с первой фабрики (вероятность события 0,7) и (умножение) оно бракованное (вероятность события 0,01).

То есть должны произойти оба события. На языке теории вероятностей это означает произведение вероятностей каждого из событий:

0,7·0,01 = 0, 007

Ситуация 2:

0,3·0,03 =0,009

Поскольку при покупке стекла мы оказываемся в ситуации 1 или (сумма)в ситуации 2, то по формуле суммы вероятностей несовместных событий получаем:

0,007 +0,009 =0.016

Ответ: 0,016.

3. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,3. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,16. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

Решение:

Вероятность события А: «кофе закончится в первом автомате» Р(А) равна 0,3.

Вероятность события В: «кофе закончится во втором автомате» Р(В) равна 0,3.

Вероятность события А· В: «кофе закончится в обоих автоматах» Р(А·В) равна 0,16.

Вероятность суммы двух совместных событий А+В, есть сумма их вероятностей без вероятности события А·В:

Р(А+В) =Р(А) +Р(В) –Р(А·В) = 0,3+ 0,3 -0,16 =0,44

Нас же интересует вероятность события, противоположного событию А+В. Действительно, всего возможны 4 события, три из них, помеченные желтым цветом, отвечают событию А+В:

++	–+
+–	––

Кофе остался: +
Кофе закончился: -

Р = 1 – 0,44 =0,56

Ответ: 0,56.

4. В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,12 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя

Решение:

Оба автомата неисправны с вероятностью 0,12·0,12 =0,0144

Хотя бы один автомат исправен (исправен + неисправен, неисправен + исправен, исправен + исправен)

– это событие, противоположное событию «оба автомата неисправны», поэтому его вероятность есть 1 -0,0144 =0,9856

Ответ: 0,9856.

5.Биатлонист 5 раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,85. Найдите вероятность того, что биатлонист первые 3 раза попал в мишени, а последние два промахнулся. Результат округлите до сотых.

Решение

Биатлонист попадает в мишень первый раз и (умножение) второй, и третий:

0,85·0,85 ·0,85 = 0,614125

Так как вероятность попадания в цель 0,85, то вероятность противоположного события, промаха, 1 – 0,85 = 0,15

Биатлонист промахнулся при четвертом выстреле и при пятом:

0,15· 0,15 = 0,0225

Тогда вероятность того, что биатлонист первые 3 раза попал в мишень, а (и!) последние два промахнулся такова:

0,614125 ·0,0225 = 0,0138

Ответ: 0,01.

6. **Вероятность того, что новый пылесос прослужит больше года, равна 0,92. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,84. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.**

Решение:

Рассмотрим следующие события:

А – «пылесос прослужит больше года, но меньше 2»,

В – «пылесос прослужит больше 2-х лет»,

С – «пылесос прослужит больше года».

Событие С есть сумма совместных событий А и В, то есть

Р(А + В) = Р(А) +Р(В) – Р(А В)

Но , Р(А В) = 0 ,так как не может одновременно произойти и А и В.

0,92 = Р(А) + 0,84

Р(А) = 0,08

Ответ: 0,08.

7.Помещение освещается фонарём с тремя лампами. Вероятность перегорания одной лампы в течение года равна 0,07. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

Решение:

Вероятность перегорания всех трех лампочек в течении года:

$0{,}07 \cdot 0{,}07 \cdot 0{,}07 = 0{,}000343$

Тогда вероятность противоположного события – хотя бы одна лампа не перегорит – есть

$1 - 0{,}000343 = 0{,}999657$

Ответ: 0,999657.

8.В случайном эксперименте симметричную монету бросают четырежды. Найдите вероятность того, что решка не выпадет ни разу.

Решение:

Благоприятный исход: орел-орел-орел-орел.

Всего исходов 2^4= 16

Значит, вероятность того, что решка не выпадет ни разу – есть 1 : 16 =0,0625

Ответ: 0,0625.

9.В чемпионате мира участвуют 20 команд. С помощью жребия их нужно разделить на пять групп по четыре команды в каждой. В ящике вперемешку лежат карточки с номерами групп:

1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5.

Капитаны команд тянут по одной карточке. Какова вероятность того, что команда Китая окажется в первой группе?

Решение:

Количество карточек с номером «1» – 4 штуки. Всего карточек (команд) – 20.

Значит, вероятность того, что команда Китая окажется в первой группе равна 4:20 = 0,2

Ответ: 0,2.

10.На клавиатуре телефона 10 цифр, от 0 до 9. Какова вероятность того, что случайно нажатая цифра будет меньше 4?

Решение:

На клавиатуре телефона цифр меньше 4-х – 4 штуки (0; 1; 2; 3). Всего цифр 10.

Значит, вероятность того, что случайно нажатая цифра будет меньше 4 равна 4: 10 = 0,4

Ответ: 0,4.

11.Какова вероятность того, что случайно выбранное натуральное число от 41 до 56 делится на 2?

Решение:

От 41 до 56 ровно 16 чисел. Среди них четных 8 штук (42; 44; 46; 48; 50; 52; 54; 56).

Значит, вероятность того, что случайно выбранное натуральное число от 41 до 56 делится на 2 равна 8 : 16 =0,5

Ответ: 0,5.

12.Игральный кубик бросают дважды. Сколько элементарных исходов опыта благоприятствуют событию А=«сумма очков равна 10»?

Решение:

Сумма очков равна 10 в следующих трех случаях:

4+6; 6+4; 5+5.

Ответ: 3.

13.В классе 21 учащийся, среди них два друга — Вадим и Олег. Класс случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Вадим и Олег окажутся в одной группе.

Решение:

Пусть один из друзей находится в некоторой группе. Вместе с ним в группе окажутся 6 человек из 20 оставшихся учащихся. Вероятность

того, что друг окажется среди этих 6 человек, равна 6 : 20 = 0,3.

Ответ: 0,3.

14. Вероятность того, что новый блендер в течение года поступит в гарантийный ремонт, равна 0,096. В некотором городе из 1000 проданных блендеров в течение года в гарантийную мастерскую поступило 102 штуки. На сколько отличается частота события «гарантийный ремонт» от его вероятности в этом городе?

Частота события «гарантийный ремонт» составляет 102: 1000 = 0,102

Вероятность же, что новый блендер в течение года поступит в гарантийный ремонт, равна 0,096.

Разница между частотой события и вероятностью составляет 0,102 – 0,096 = 0,006

Ответ: 0,006.

15.Из поступивших в продажу 1000 светильников в среднем 0,6 % имеют какой- то брак. Какова вероятность того, что выбранный случайным образом для проверки светильник окажется полностью ым.

Решение:

1)(1000·0,6):100 = 6

(число неисправных светильников)

2) 1000 – 6 = 994 (число исправных светильников)

3) 994: 1000 = 0,994

16.Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью 0,9, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,3. На столе лежит 10 револьверов, из них только 4 пристрелянные. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватает первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнётся.

1.Джон хватает пристрелянный револьвер (вероятность этого 4:10) **и** промахивается (вероятность 1 -0,9 = 0,1). Вероятность этого события (4:10) ·0,1 =0,04

2.Джон хватает не пристрелянный револьвер (вероятность этого 6 : 10) и промахивается (вероятность 1 – 0,3 =0,7). Вероятность этого события(6: 10) ·0,7 =0,42

3.Джон может схватить пристрелянный револьвер и промахнуться **или** схватить непристрелянный револьвер и промахнуться, поэтому искомая вероятность есть:

0,04 +0.42 =0,46

Ответ: 0,46.

17.Стрелок 4 раза стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,5. Найдите вероятность того, что стрелок первые 3 раза попал в мишени, а последний раз промахнулся

Решение.

Вероятность промаха равна
1 − 0,5 = 0,5.

Вероятность того, что стрелок первые три раза попал в мишени равна $0,5^3 = 0,125$. Откуда, вероятность события, при котором стрелок сначала три раза попадает в мишени, а четвёртый раз промахивается равна $0,125 \cdot 0,5 = 0,0625$.

18. **Определите вероятность того, что при бросании кубика выпало число очков, не большее 3.**

Решение.

При бросании кубика равновозможны шесть различных исходов. Событию "выпадет не больше трёх очков" удовлетворяют три случая: когда на кубике выпадает 1, 2, или 3 очка. Поэтому вероятность того, что на кубике выпадет не больше трёх очков равна

Ответ: 0,5.

19. Вероятность того, что новая шариковая ручка пишет плохо (или не пишет), равна 0,19. Покупатель в магазине выбирает одну такую ручку. Найдите вероятность того, что эта ручка пишет хорошо.

Решение:

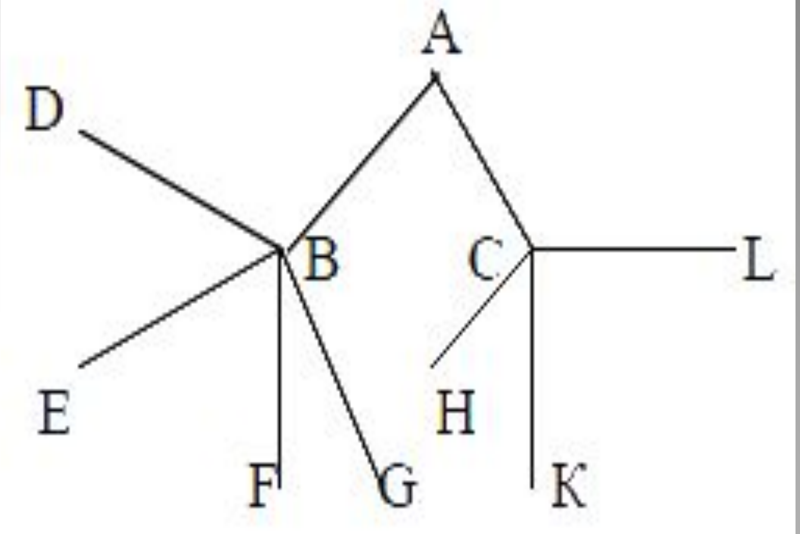
Вероятность того, что ручка пишет хорошо равна $1 - 0{,}19 = 0{,}81$.

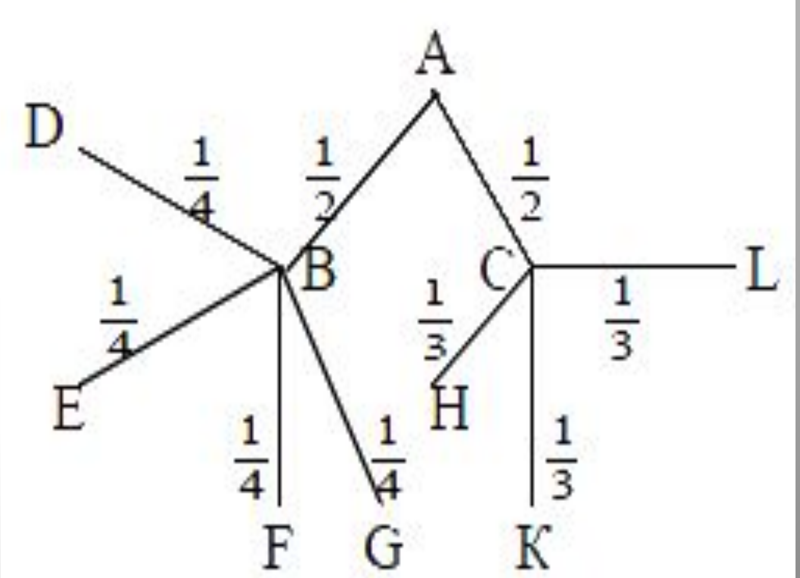
20. Фирма «Вспышка» изготавливает фонарики. Вероятность того, что случайно выбранный фонарик из партии бракованный равна 0,02. Какова вероятность того, что 2 случайно выбранных из одной партии фонарика окажутся не бракованными.

Решение.

Вероятность того, что один случайно выбранный из партии фонарик — не бракованый, составляет 1 − 0,02=0,98. Вероятность того, что мы выберем *одновременно* два не бракованых фонарика равна 0,98 · 0,98 = 0,9604.

21.Пенсионер гуляет по дорожкам парка. На каждой развилке он наудачу выбирает следующую дорожку, не возвращаясь обратно. Схема дорожек показана на рисунке. Пенсионер начинает прогулку в точке А. Найдите вероятность того,





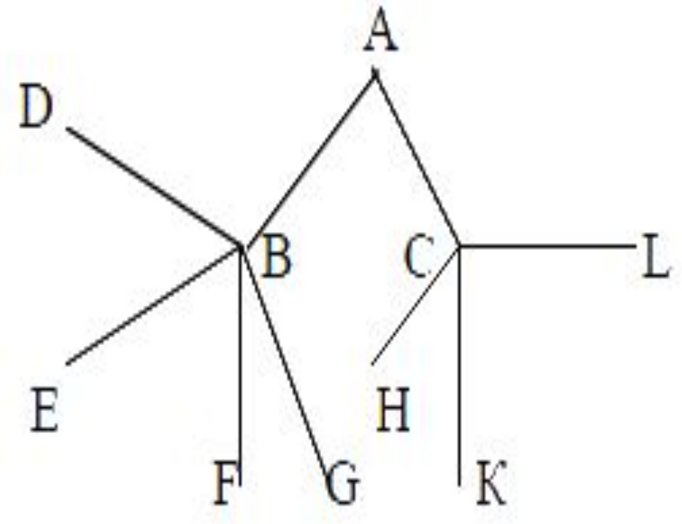
РЕШЕНИЕ:

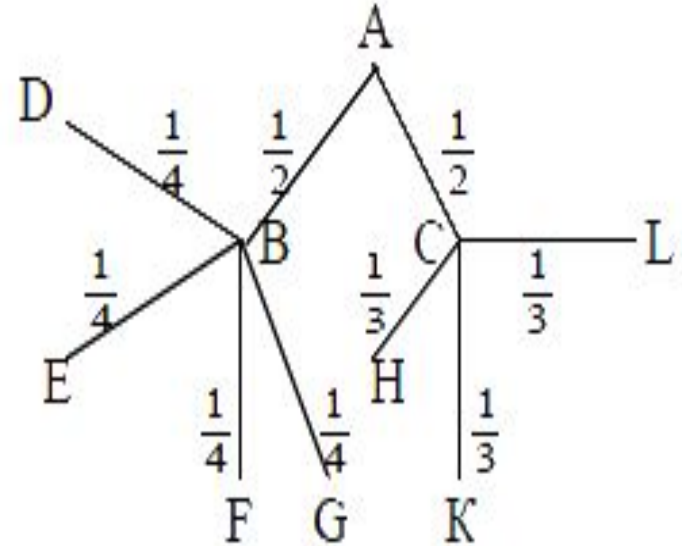
Выбор пути на каждой развилке происходит наудачу, поэтому вероятность поровну делится между всеми возможностями. Отсюда вероятность того, что пенсионер выберет ребро АВ, равна 1/2, ребро BG – 1/4.

Пусть G – «пенсионер пришел в точку G», ABG – «маршрут пенсионера».

Значит, по правилу умножения вероятность того, что пенсионер придет в точку G, равна: P(G) = P(ABG) = 1/2·1/4= 0,125

ОТВЕТ:0,125





22. Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали ходить. Найдите вероятность того, что часовая стрелка застыла, достигнув отметки 6, но не дойдя до отметки 9 часов.

Решение:

На циферблате между 6 часами и 9 располагаются три часовых деления.

Всего на циферблате 12 часовых делений. Поэтому искомая вероятность равна:

Ответ: 0,25

23.В случайном эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 7 очков. Результат округлите до сотых.

Решение:

В сумме выпадет 7 очков в следующих вариантах:

5+1+1 (3 комбинации)

1+2+4 (6 комбинаций)

1+3+3 (3 комбинации)

2+2+3 (3 комбинации)

Всего 15 вариантов.

Каждый из трех кубиков может выпасть шестью гранями, поэтому общее число исходов равно

$6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$.

Следовательно, вероятность того, что в сумме выпадет 7 очков, равна 15 : 216= 0,06944….

24.В Волшебной стране бывает два типа погоды: хорошая и отличная, причём погода, установившись утром, держится неизменной весь день. Известно, что с вероятностью 0,8 погода завтра будет такой же, как и сегодня. 3 августа погода в Волшебной стране хорошая. Найдите вероятность того, что 6 августа в Волшебной стране будет отличная погода.

- Возможны следующие события (при условии, что 3 августа хорошая погода):
- A) XXXX
- B) XOXX
- C) XXOX
- D) XXXO
- E) XOOX
- F) XXOO
- J) XOOO
- H) XOXO

- (Мы отметили за «X» – «хорошая погода», «O» – «отличная погода»)
- Интересующие нас события (6 августа – отличная погода): D, F, J, H.
- Событие D: XXXO произойдет с вероятностью 0,8 ·0,8 ·0,2 = 0,128
- Событие F: XXOO произойдет с вероятностью 0,8 · 0,2 · 0,8 = 0,128
- Событие J: XOOO произойдет с вероятностью 0,2 · 0,8 · 0,8 = 0,128
- Событие H: XOXO произойдет с вероятностью 0,2 · 0,2 · 0,2 =0,008
- Тогда вероятность того, что 6 августа в Волшебной стране будет отличная погода есть 3· 0,128 + 0,008 = 0,392