МБОУ «Гимназия № 94»
Московского района г. Казани

СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ С ДВУМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ

Методы решения

Учитель
Владимирова Р.В.

Решением системы уравнений с двумя переменными называется пара значений переменных (x;y), обращающая каждое уравнение системы в верное равенство.

Решить систему уравнений – значит найти все её решения или доказать, что решений нет.

Системы уравнений

Графический способ

Аналитический способ

- Метод подстановки
- Метод сложения
- Метод замены пере менной

Метод подстановки

1. Выразить из какого-нибудь уравнения системы одну переменную через другую.
2. Подставить в другое уравнение системы вместо этой переменной полученное выражение.
3. Решить получившееся уравнение с одной переменной.
4. Найти соответствующее значение второй переменной.

Метод сложения

1. Умножьте почленно уравнения системы, подбирая множители так, чтобы коэффициенты при одной из переменных стали противоположными числами.

2. Сложите почленно левые и правые части уравнений системы.

3. Решите получившееся уравнение с одной переменной.

4. Найдите соответствующее значение второй переменной.

Графический метод

1. Построить график функции, заданной первым уравнением системы.
2. Построить график функции, заданной вторым уравнением системы.
3. Определить координаты точек пересечения графиков функций.

Введение новой переменной

1. Замени одно или два выражения в уравнениях системы новыми переменными так, чтобы вновь полученные уравнения стали более простыми.
2. Реши полученную систему уравнений методом, наиболее подходящим для этой системы уравнений.
3. Сделай обратную замену, для того, чтобы найти значения первоначальных переменных.
4. Запиши ответ в виде пар значений (x,y), которые были найдены на третьем шаге.

Метод подстановки

Задание 1

$$\begin{cases} x^2+y^2+3xy=-1, \\ x+2y=0; \end{cases}$$

Какой из учеников применил метод подстановки наиболее рационально?

а) $\begin{cases} x^2=-y^2-3xy-1, \\ x+2y=0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x^2+y^2+3xy=-1, \\ 2y=-x; \end{cases}$ в) $\begin{cases} x^2+y^2+3xy=-1, \\ x=-2y. \end{cases}$

Метод сложения

Задание 2

$$+\begin{cases} x^2-2y^2=14, \\ x^2+2y^2=18; \end{cases}$$

$$2x^2=32,$$

$$x^2=16,$$

$$x=4;$$

Можно ли записывать ответ?

Графический метод

Задание 3

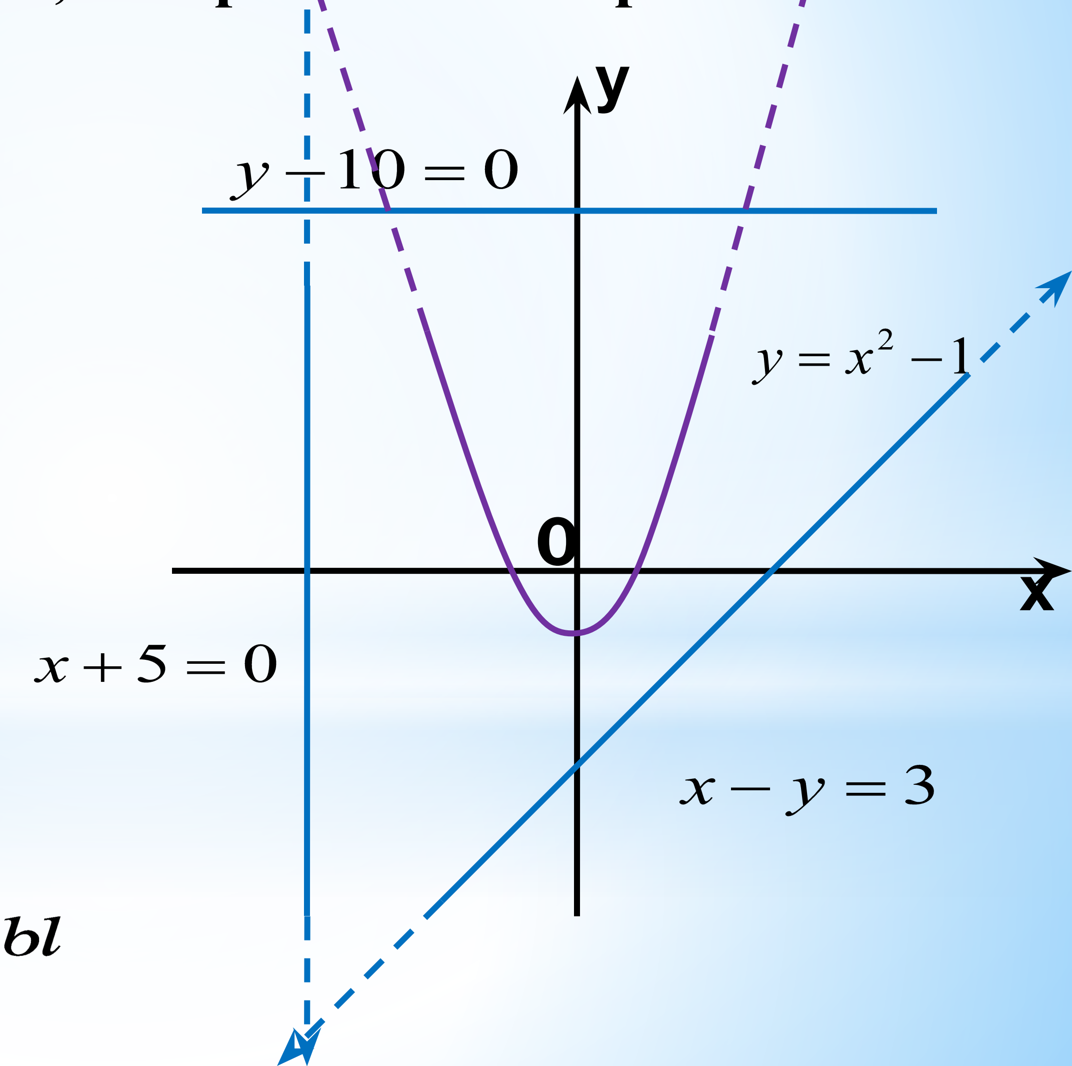
На рисунке изображена парабола и три прямые.
Укажите систему уравнений, которая не имеет решений.

$$A.\begin{cases} y = x^2 - 1 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

$$Б.\begin{cases} y = x^2 - 1 \\ x + 5 = 0 \end{cases}$$

$$В.\begin{cases} y = x^2 - 1 \\ y - 10 = 0 \end{cases}$$

Г. Все три системы

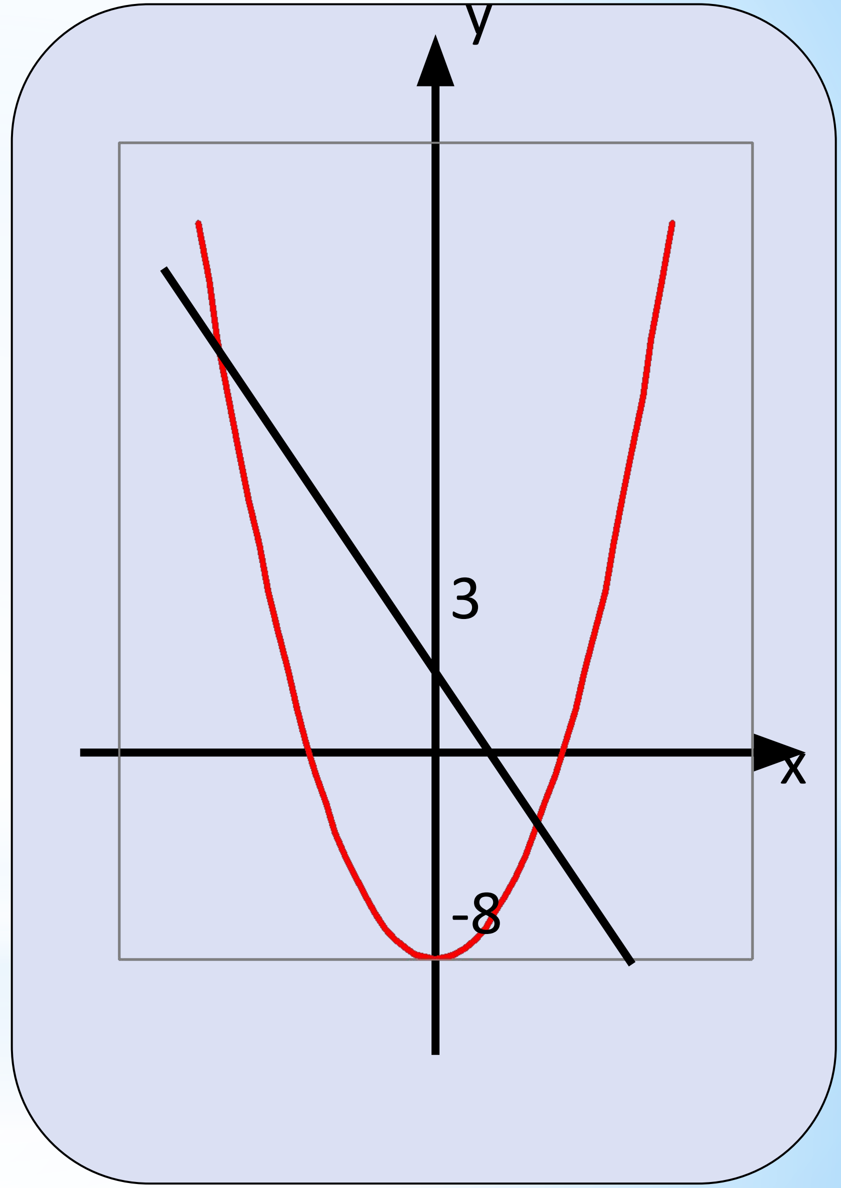


Графический метод

Задание 4

Сколько решений имеет система уравнений?

$$\begin{cases} У = x^2 - 8 \\ У = 3x - 3 \end{cases}$$



НАЙДИ ОШИБКУ!

Графический метод

Задание 5

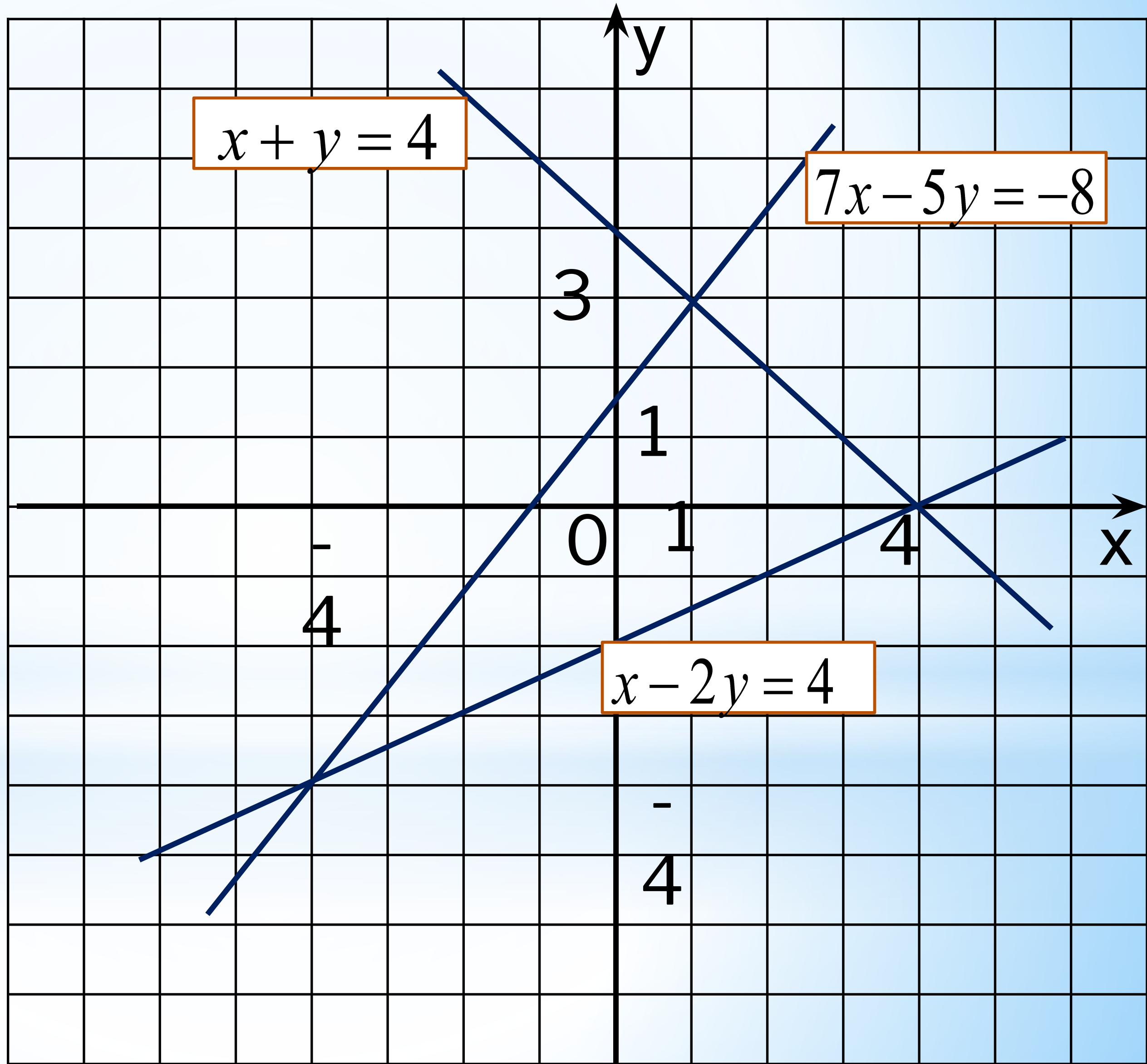
Пользуясь рисунком, укажите систему уравнений,
Решением которой является пара $x = 4, \ \ y = 0$

$A. \begin{cases} x + y = 4 \\ 7x - 5y = -8 \end{cases}$

$Б. \begin{cases} x - 2y = 4 \\ 7x - 5y = -8 \end{cases}$

$В. \begin{cases} x + y = 4 \\ x - 2y = 4 \end{cases}$

$Г.$ Такой системы нет



Графический метод

Задание 6

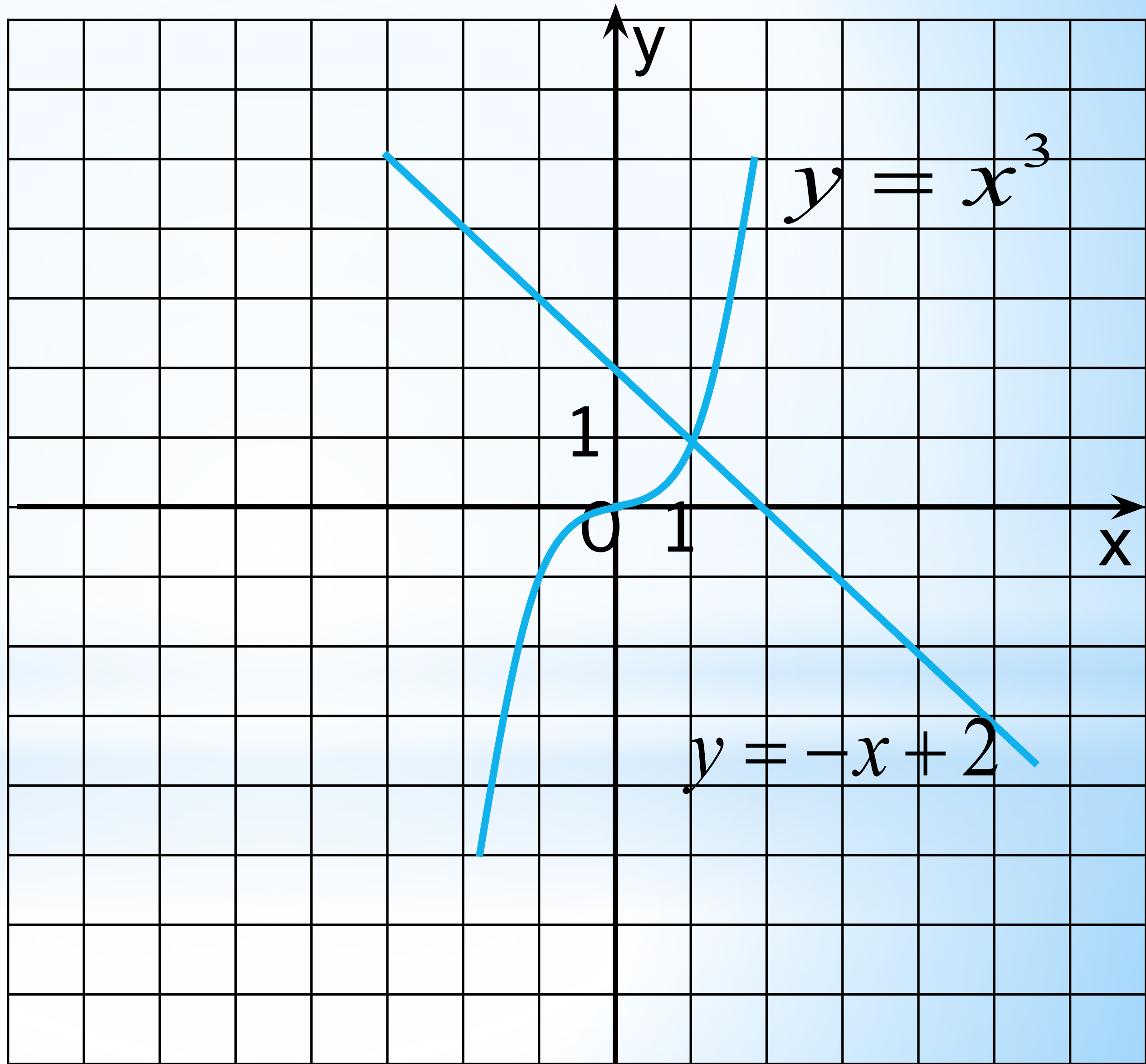
Используя графики функций

$$y = x^3$$

$$y = -x + 2$$

решите уравнение

$$x^3 + x - 2 = 0$$



Отве (1 11)
т:

НАЙДИ ОШИБКУ!

Решить систему уравнений

1

$$\begin{cases} \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} = 4 \\ x + y = 28 \end{cases}$$

2

$$\begin{cases} 2^{x} + 2^{y} = 12 \\ 3^{2x-y} = 3 \end{cases}$$

3

$$\begin{cases} \lg(y - x) = \lg 2 \\ \log_2 x - 4 = \log_2 3 - \log_2 y \end{cases}$$

Введение новой переменной

Пример 1

$$\begin{cases}\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y}=4\\ x+y=28\end{cases}$$

Замена $\sqrt[3]{x}=a,\sqrt[3]{y}=b$

$$\begin{cases}a+b=4\\ a^3+b^3=28\end{cases}$$

$$\begin{cases}a+b=4\\ a^2-ab+b^2=7\end{cases}$$

$$b=4-a$$

$$a^2-a(4-a)+(4-a)^2=7$$

$$a^2-4a+3=0$$

$a_1=1$ $a_2=3$

$b_1=3$ $b_2=1$

$\sqrt[3]{x}=a_1$ $x_1=a_1^3=1$

$$x_2=a_2^3=27$$

$$y_2=b_2^3=1$$

$$y_1=b_1^3=27$$

Ответ:(1;27), (27;1).

Системы показательных уравнений

Пример 2

Решим систему уравнений $\begin{cases} 2^x + 2^y = 12 \\ 3^{2x-y} = 3 \end{cases}$

Из второго уравнения системы находим $2x-y=1$, откуда $y=2x-1$.

Подставляя вместо у в первое уравнение выражение $2x-1$

получим $2^x + 2^{2x-1} = 12$, откуда $2^x + \frac{1}{2} \cdot 2^{2x} = 12$.

Обозначим $2^x = a$, получим квадратное уравнение

$a^2 + 2a - 24 = 0$. Находим корни этого уравнения:

$a_1 = -6; a_2 = 4$.

Уравнение замены $2^x = -6$ решений не имеет. Корнем уравнения $2^x = 4$ является число $\boldsymbol{x=2}$.

Соответствующее значение $y=3$.

Ответ:(2;3).

Системы логарифмических уравнений

Пример 3

Решим систему уравнений $\begin{cases} \lg(y-x)=\lg 2 \\ \log_2 x-4=\log_2 3-\log_2 y \end{cases}$

Первое уравнение системы равносильно уравнению **y-x=2**, а второе – уравнению $\frac{x}{16}=\frac{3}{y}$, причём $x>0$ и $y>0$. Подставляя

y=$x+2$ в уравнение $\frac{x}{16}=\frac{3}{y}$, получим $x(x+2)=48$, откуда $x^2+2x-48=0$,т.е. $x=-8$ или $x=6$.Но так как $x>0$, то $x=6$ и тогда $y=8$. Итак, данная система уравнений имеет одно решение: $x=6$, $y=8$.

Ответ: (6;8).

Системы тригонометрических уравнений

http://ege.sdamgia.ru/test?theme=203

Системы показательных уравнений

1. $\begin{cases} x + y = 9 \\ 2^x - 2^y = 16 \end{cases}$

2. $\begin{cases} (1/5)^{4x-y} = 25 \\ 7^{9x-2} = \sqrt{7} \end{cases}$

3. $\begin{cases} 6^{x+y} = 216 \\ 3^x + 3^y = 12 \end{cases}$

4. $\begin{cases} 2^{6y-1-x} = 1 \\ 25 = (\sqrt{5})^{x-y} \end{cases}$

5. $\begin{cases} 4^x - 4^y = 63 \\ 4^y \cdot 4^x = 64 \end{cases}$

6. $\begin{cases} 2^x + 3^y = 17 \\ 2^{x+2} - 3^{y+1} = 5 \end{cases}$

Системы логарифмических уравнений

1. $\begin{cases} x + y = 34 \\ \log_2 x + \log_2 y = 6 \end{cases}$

2. $\begin{cases} \log_4 (x + y) = 2 \\ \log_3 x + \log_3 y = 2 + \log_3 7 \end{cases}$

3. $\begin{cases} \log_{\frac{1}{3}} (x + y) = 2 \\ \log_3 (x - y) = 2 \end{cases}$

4. $\begin{cases} \log_9 x - \log_3 y = 0 \\ x^2 - 5y^2 + 4 = 0 \end{cases}$

5. $\begin{cases} \log_2 y + 2\log_4 x = 4 \\ \log_2 (x^2 + y^2) = 5 \end{cases}$

6. $\begin{cases} \lg(x^2 + y^2) = 1 + \lg 13 \\ \lg(x + y) = \lg(x - y) + \lg 8 \end{cases}$

Метод подстановки

1. $$\begin{cases} x+2y=7 \\ 2x-3y=5 \end{cases}$$

2. $$\begin{cases} \dfrac{x}{5}=1-\dfrac{y}{15} \\ 2x-5y=0 \end{cases}$$

3. $$\begin{cases} 7x+2y=0 \\ 4y=-9x+10 \end{cases}$$

4. $$\begin{cases} x+5y=6 \\ x^2+3y=4 \end{cases}$$

5. $$\begin{cases} x^3+y^3=35 \\ x+y=5 \end{cases}$$

6. $$\begin{cases} 5y+8(x-3y)=7x-12 \\ 9x+3(x-9y)=11y+46 \end{cases}$$

Метод сложения

1. $\begin{cases} 5x+2y=9 \\ 7x-3y=1 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 9y+8x=-2 \\ 5x=-4y-11 \end{cases}$

3. $\begin{cases} 0,5+0,2y=7 \\ \frac{1}{3}x-\frac{1}{10}y=0 \end{cases}$

4. $\begin{cases} \frac{x}{5}-\frac{y}{3}+\frac{1}{3}=0 \\ 4x-5y-10=0 \end{cases}$

5. $\begin{cases} 3x=4y-7 \\ \frac{1-3x}{4}=\frac{4-2y}{3} \end{cases}$

6. $\begin{cases} 4(2x-y+3)-3(x-2y)=57 \\ 3(3x-4y+3)+4(4x-2y)=84 \end{cases}$

Графический метод

1. $\begin{cases} 3x + y = 7 \\ 2y - 5x = 3 \end{cases}$

2. $\begin{cases} y - 2x = 1 \\ 6x - 2y = 7 \end{cases}$

3. $\begin{cases} 7x - y = 1 \\ y - 2x = 4 \end{cases}$

4. $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 4y + 3x = 0 \end{cases}$

5. $\begin{cases} 9x + 4y = 10 \\ 7x + 2y = 0 \end{cases}$

6. $\begin{cases} -2(x - y) + 16 = 3(y + 7) \\ 6x - (x - 5) = -8 - (y + 1) \end{cases}$

Введение новой переменной

1. $\begin{cases} 2\sqrt{x} - \sqrt{y} = 5 \\ \sqrt{x}\sqrt{y} = 3 \end{cases}$

2. $\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 6 \\ x - y = 12 \end{cases}$

3. $\begin{cases} \sqrt{6+x} - 3\sqrt{3y+4} = -10 \\ 4\sqrt{3y+4} - 5\sqrt{6+x} = 6 \end{cases}$

4. $\begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{x}} + \dfrac{1}{\sqrt{y}} = \dfrac{4}{3} \\ xy = 9 \end{cases}$

5. $\begin{cases} \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} = -3 \\ xy = 8 \end{cases}$

6. $\begin{cases} \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt{y} + \sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{y} = 12 \\ xy = 64 \end{cases}$