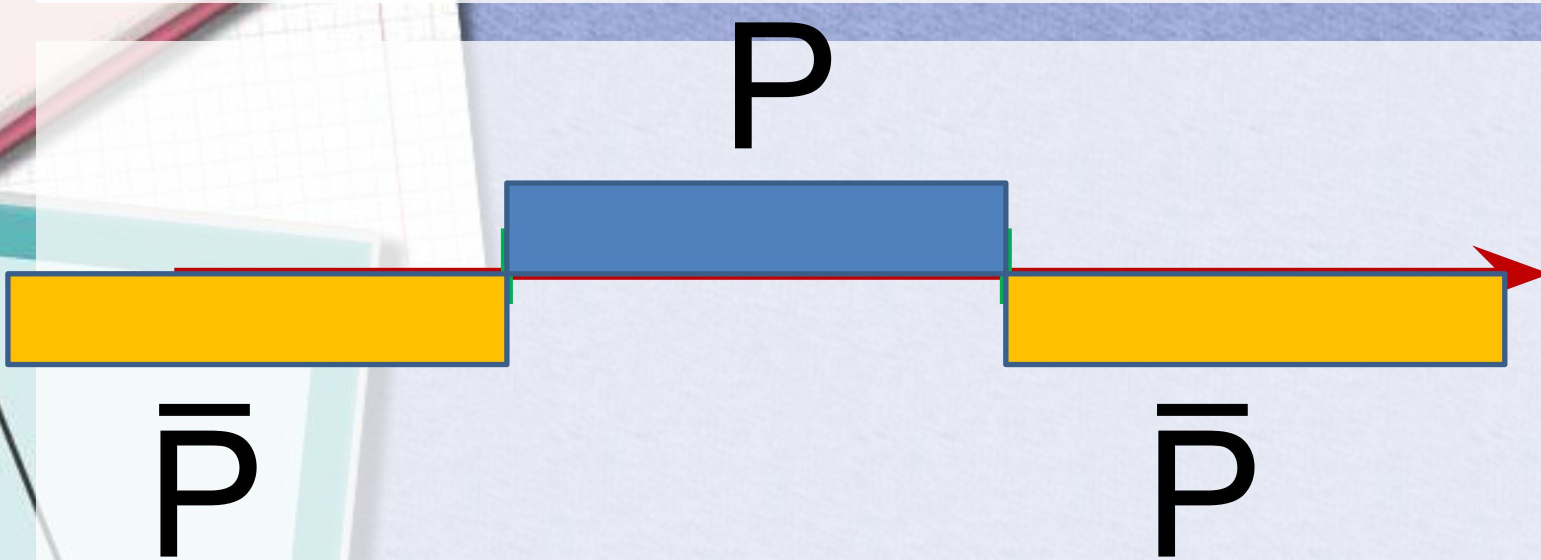
Задание ЕГЭ

№ 18

Подготовка



Некоторые законы

- $A \rightarrow B = \overline{A} + B$
- $\overline{(A \vee B)} = \overline{A} \wedge \overline{B}$
- $\overline{(A \wedge B)} = \overline{A} \vee \overline{B}$

Задание 1

1. На числовой прямой даны два отрезка: P = [2, 10] и Q = [6, 14]. Выберите такой отрезок A, что формула

$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (x \in Q)$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x.

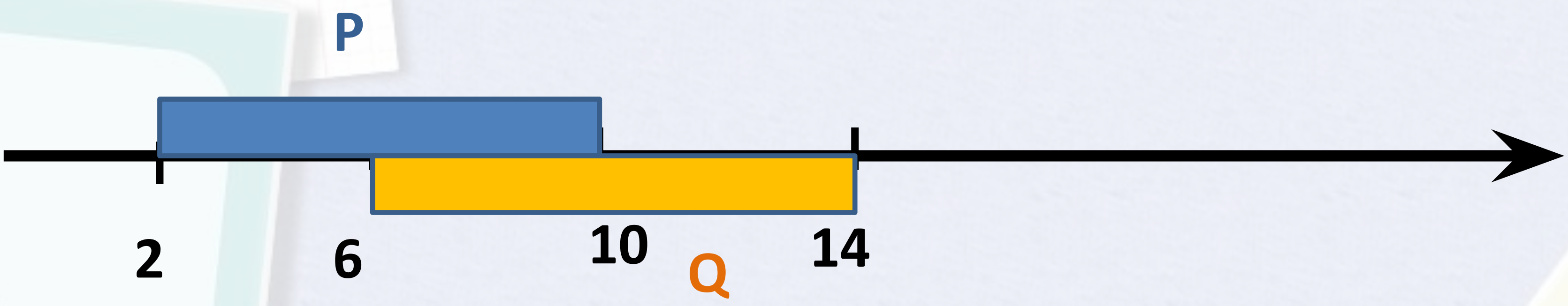
1) [0, 3]

2) [3, 11]

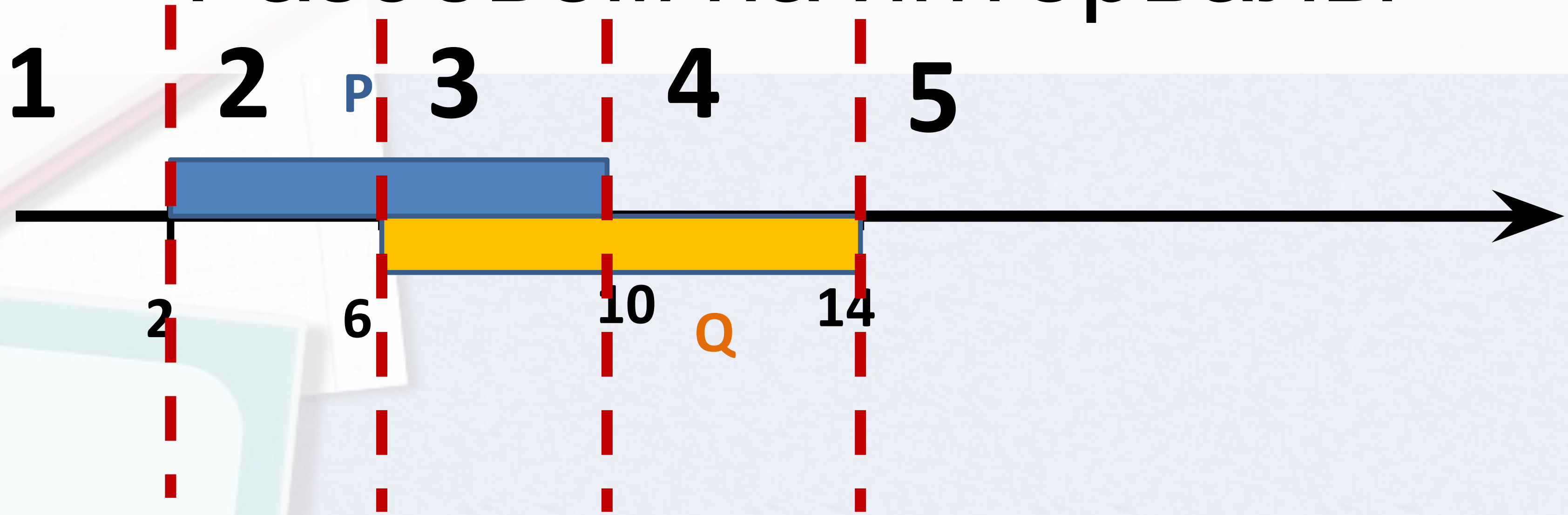
3) [11, 15]

4) [15, 17]

Отметим отрезки на числовой оси



Разобьём на интервалы



Преобразуем формулу

Делаем замену: $(x \in A) = A$, $(x \in P) = P$, $(x \in Q) = Q$

$((x \in A) \to (x \in P)) \lor (x \in Q)$

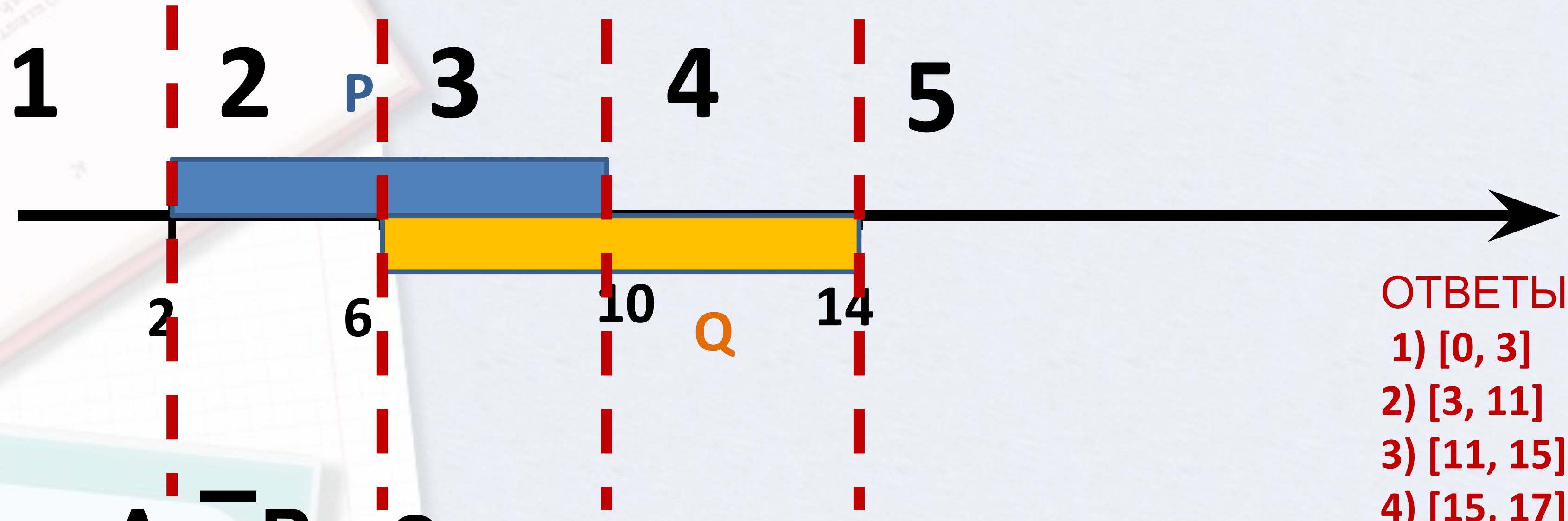
Пользуясь свойством импликации:

$A \to B = \overline{A} + B$

Получаем:

$\overline{A} + P + Q$

Применяем это равенство к нашим интервалам:



ОТВЕТЫ:
1) [0, 3]
2) [3, 11]
3) [11, 15]
4) [15, 17]

A + P + Q

Считаем P+Q на каждом интервале:

1. 0 + 0 = 0
2. 1 + 0 = 1
3. 1 + 1 = 1
4. 0 + 1 = 1
5. 0 + 0 = 0

По условию выражение должно быть равно 1 на каждом интервале, следовательно, A = 1 на 1 и 5 интервале. Значит A=1 на интервале 2-4 [2;14]

ПРАВИЛЬНЫЙ ОТВЕТ: 2

ПРИМЕР 2

2. На числовой прямой даны три отрезка: P = [10, 40], Q = [5, 15] и R = [35, 50]. Выберите такой отрезок A, что формула

$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee ((x \in Q) \rightarrow (x \in R))$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x.

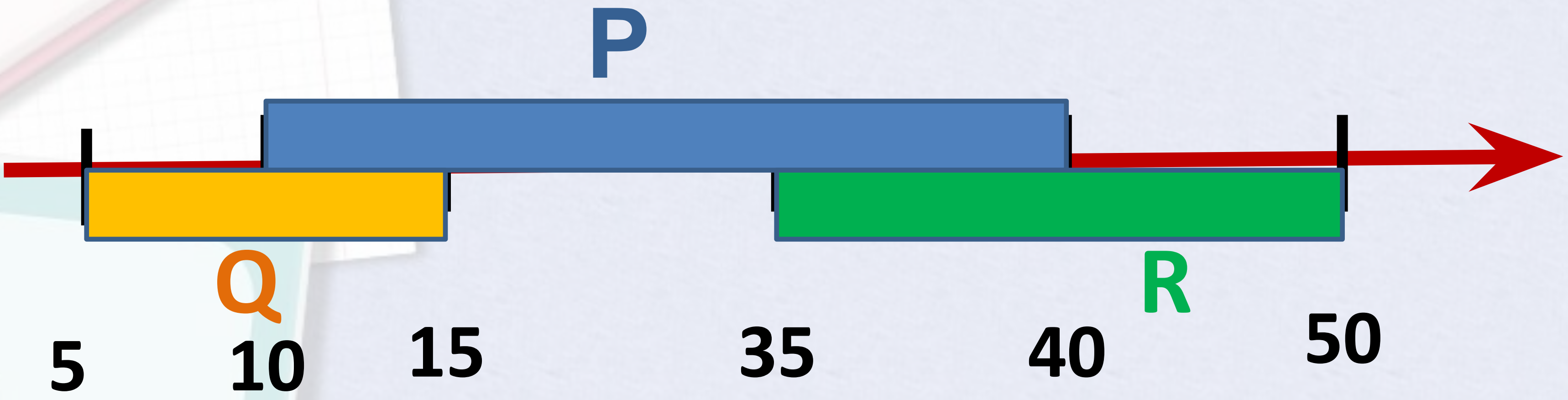
1) [9, 20)

2) [3, 12]

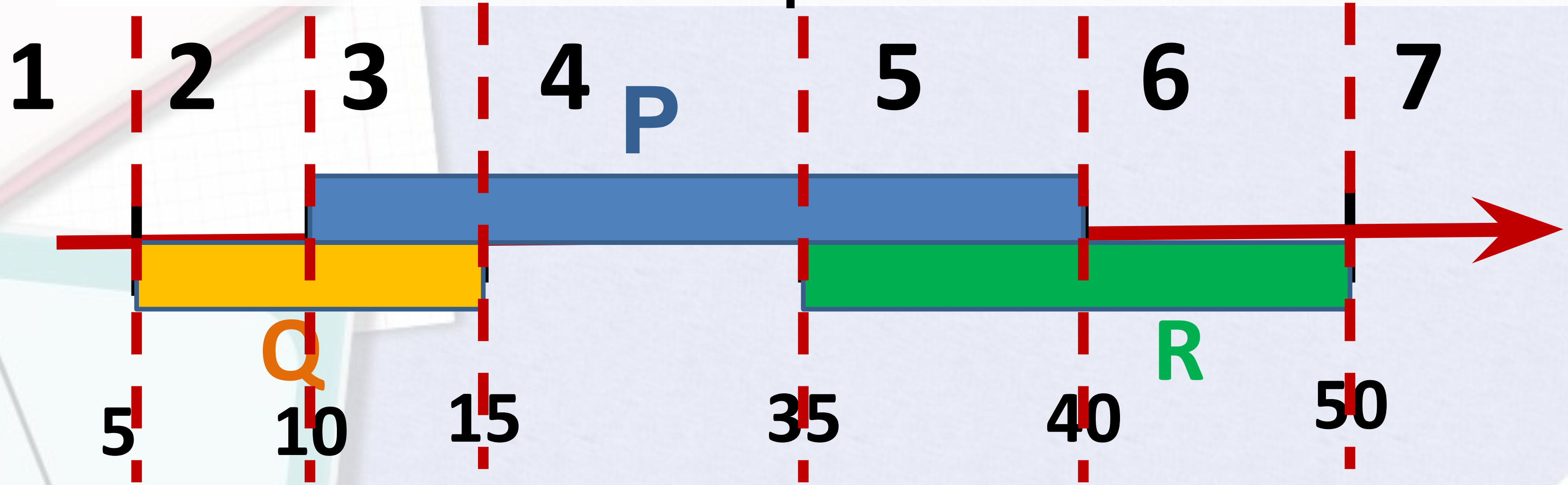
3) [3, 7]

4) [120, 130]

Отметим отрезки на числовой оси



Разобьём числовую ось на интервалы



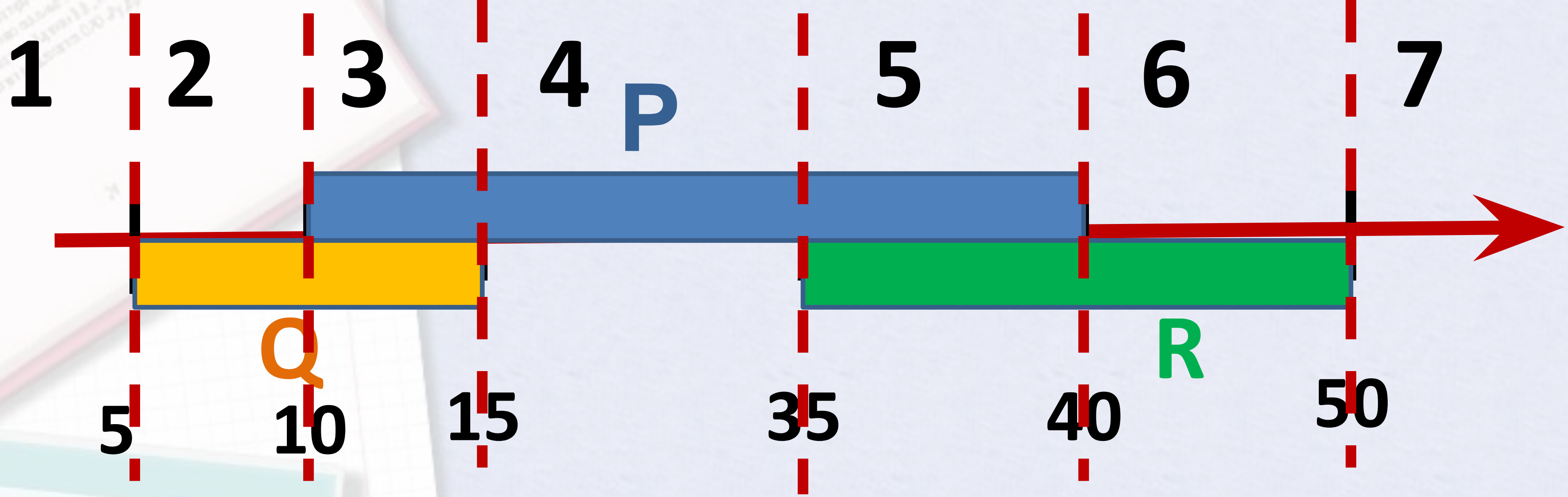
Делаем замену и преобразуем формулу:

$(x \in A) = A$, $(x \in P) = P$, $x \in Q = Q$, $(x \in R) = R$

$((x \in A) \to (x \in P)) \lor ((x \in Q) \to (x \in R))$

$\overline{A} + P + \overline{Q} + R$

Рассмотрим поведение этого выражения на наших интервалах



$\overline{A}$ + P + $\overline{Q}$ +

Рассмотрим поведение $\overline{P}$+Q+R на этих интервалах

1. 0 + 1 + 0 = 1

2. 0 + 0 + 0 = 0

3.1+ 0 + 0 =1

4.1+ 1 + 0 =1

5.1+ 1 + 1 =1

6.0+ 1 + 1 =1

7.0+ 1 + 0 =1

Следовательно, $\overline{A}$ = 1 на 2 интервале, а A=1 на интервале (-∞;5) V [10; +∞)

Из ответов:

1) [9, 20]

2) [3, 12]

3) [3, 7]

4) [120, 130]

Этому условию удовлетворяет только ответ № 4

Пример № 3

3. На числовой прямой даны два отрезка: P = [5, 15] и Q = [10,20]. Выберите такой отрезок A, что формула

$(x \in P) \wedge (x \notin Q) \wedge (x \in A)$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом значении переменной x.

1) [0, 7]

2) [8, 15]

3) [15, 20]

4) [7, 20]

РЕШИТЕ САМОСТОЯТЕЛЬНО

РЕШЕНИЕ

$(x \in P) \wedge (x \notin Q) \wedge (x \in A)$

$P \wedge \overline{Q} \wedge A$, на интервалах:

1. 0*1=0
2. 1*1=1
3. 1*0=0
4. 0*1=0
5. 0*0=0

Из всех интервалах только на втором [5;10] истина, следовательно там A=0, на остальных может принимать любое значение.

Из ответов:

1) [0, 7]

2) [8, 15]

3) [15, 20]

4) [7, 20]

Следовательно правильный ответ № 3