Рекомендации по выполнению контрольной работы

Оформление титульного листа

Образовательное учреждение высшего образования

«Южно-Уральский институт управления и экономики»

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

По дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»

Вариант №___

Выполнил(а) студент(ка)
____

(Фамилия, имя, отчество)

____

(Адрес проживания)

Группа ________________________

Дата отправления «__» ____201_г.

Результат проверки____________________
Проверил преподаватель _______________
Дата проверки________________________

г. Челябинск, 2017

Как выбрать свой вариант

Таблица соотношения начальной буквы фамилии студента и варианта контрольных заданий

Начальная буква фамилии	Вариант задания
А, Е, Л	Первый
Р, Х, Э	Второй
Б, Ж, М	Третий
С, Ц, Ю	Четвертый
В, З, Н	**Пятый**
Т, Ч	Шестой
Г, И, О	Седьмой
П, У, Ш	Восьмой
Д, Щ,	Девятый
Ф, К, Я	Десятый

ЗАДАНИЕ №1. Вероятность события. Теоремы сложения и умножения событий.

1. В лотерее 10 билетов, из которых 4 выигрышных. Какова вероятность выиграть хотя бы один раз, купив 3 билета?

2. У шести животных имеется заболевание, причем вероятность выздоровления равна 0,98. Какова вероятность того, что:

а) выздоровят все шестеро животных,
б) выздоровят четверо?

3. В магазине работают 2 мужчин и 7 женщин. Трое из них должны пойти в отпуск летом. Кто именно – определяется жребием. Найти вероятность того, что летом в отпуск пойдет хотя бы один мужчина.

4. Среди 10 документов, поступивших в офис, два оформлены с ошибками. Для проверки наудачу взяли 4 документа. Какова вероятность того, что среди ни окажется:
а) хотя бы один неверно оформленный документ,
б) только один неверно оформленный документ.

5. **Рабочий обслуживает 3 станка, каждый из которых работает независимо друг от друга. Вероятность того, что станки потребуют ремонта равна соответственно: 0,4; 0,3; 0,2. Найти вероятность того, что придется ремонтировать все станки.**

6. Среди 15 счетов 3 счета оформлены неверно. Ревизор наудачу берет 5 счетов. Найти вероятность того, что среди взятых счетов:
а) два оформлены неверно,
б) все оформлены верно.

7. В пачке 10 тетрадей, среди них 4 тетради в клетку, а остальные в линейку. Найти вероятность того, что среди наудачу взятых трех тетрадей хотя бы одна будет в клетку.

ЗАДАНИЕ № 2. Теорема полной вероятности события.

1. Первый рабочий изготовил 40 деталей. Из которых 40 деталей, из которых 4 бракованных. Второй работник изготовил 30 таких же деталей, из которых 2 бракованных. Все изготовленные детали положены в одну тару и доставлены в ОТК. Найти вероятность того, что деталь, взятая на удачу контролером ТК, соответствует ГОСТу.

2. Сборщик получил 3 ящика деталей: в первом ящике 40 деталей, из них 20 окрашенных; во втором– 50, из них 10 окрашенных; в третьем – 30 деталей, из них 15 окрашенных. Найти вероятность того, что наудачу извлеченная деталь из наудачу взятого ящика окажется окрашенной.

3. На трех пресс-формах изготавливают детали, причем на первой вырабатывается 50% всех деталей; на второй 30% и на третьей – 20%. При этом вероятность появления брака с первой пресс-формы составляет 0,05; со второй – 0,08; с третьей – 0,1. Найти вероятность того, что наудачу взятая деталь, из числа изготовленных, соответствует стандарту.

4.Радиолампа поступает с одного из двух заводов с вероятностью 0,4 и 0,6 соответственно. Вероятность бесперебойной работы лампы составляет: для лампы первого завода – 0,1; второго завода – 0,2. Найти вероятность того, что лампа работает бесперебойно.

5. **Фирма имеет три источника поставки комплектующих – фирмы А, В, С. На долю фирмы А приходится 50% общего объема поставок, В – 30% и С – 20%. Известно, что 10% поставляемых фирмой А деталей бракованные, фирмой В – 5% и фирмой С – 6%. Какова вероятность, что взятая наугад деталь будет бракованной?**

6. Две литейные машины изготавливают по 250 однотипных отливок в смену, которые хранятся в одном месте. Для первой машины брак составляет 3%, а для второй – 2%. Найти вероятность того, что на удачу взятая отливка будет годной.

Всего 5 заданий

- ЗАДАНИЕ №3.

Повторные независимые испытания. Формула Бернулли. Формула Пуассона. Формула Муавра-Лапласа.

- ЗАДАНИЕ №4.

Закон распределения вероятностей случайных дискретных величин. Числовые характеристики дискретных случайных величин. Функция распределения вероятностей случайной величины.

- ЗАДАНИЕ №5

Статистическое распределение. Геометрическое изображение. Выборочные характеристики статистического распределения.

Основные понятия

- **Событием** называется всякий факт, который может произойти или не произойти в результате опыта.

При этом тот или иной результат опыта может быть получен с различной степенью возможности. Т.е. в некоторых случаях можно сказать, что одно событие произойдет практически наверняка, другое практически никогда. В отношении друг друга события также имеют особенности, т.е. в одном случае событие А может произойти совместно с событием В, в другом – нет.

Основные понятия

- **Cобытия называются несовместными**, если появление одного из них исключает появление других.

Классическим примером несовместных событий является результат подбрасывания монеты – выпадение лицевой стороны монеты исключает выпадение обратной стороны (в одном и том же опыте).

- **Полной группой событий** называется совокупность всех возможных результатов опыта.

Основные понятия

- **Достоверным событием** называется событие, которое наверняка произойдет в результате опыта. Событие называется **невозможным**, если оно никогда не произойдет в результате опыта.

Например, если из коробки, содержащей только красные и зеленые шары, наугад вынимают один шар, то появление среди вынутых шаров белого – невозможное событие.

Появление красного и появление зеленого шаров образуют полную группу событий.

Основные понятия

- События называются равновозможными, если нет оснований считать, что одно из них появится в результате опыта с большей вероятностью.

В приведенном выше примере появление красного и зеленого шаров – равновозможные события, если в коробке находится одинаковое количество красных и зеленых шаров. Если же в коробке красных шаров больше, чем зеленых, то появление зеленого шара – событие менее вероятное, чем появление красного

Основные понятия

Вероятностью события А называется математическая оценка возможности появления этого события в результате опыта. Вероятность события А равна **отношению числа, благоприятствующих событию А исходов опыта к общему числу** попарно несовместных исходов опыта, образующих полную группу событий

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

Исход опыта является благоприятствующим событию А, если появление в результате опыта этого исхода влечет за собой появление события А.

Очевидно, что вероятность достоверного события равна единице, а вероятность невозможного – равна нулю. Таким образом, значение вероятности любого события – есть положительное число, заключенное между нулем и единицей

$$0 \le P(A) \le 1$$

Основные понятия

Относительной частотой события А называется отношение числа опытов, в результате которых произошло событие А к общему числу опытов. *Отличие относительной частоты от вероятности заключается в том, что вероятность вычисляется без непосредственного произведения опытов, а относительная частота – после опыта.*

Так в рассмотренном выше примере, если из коробки наугад извлечено 5 шаров и 2 из них оказались красными, то относительная частота появления красного шара равна

$$W(A) = \frac{2}{5}$$

При достаточно большом числе произведенных опытов относительная частота изменяется мало, колеблясь около одного числа. Это число может быть принято за вероятность события

Операции над событиями

- **События** A и B называются **равными**, если осуществление события A влечет за собой осуществление события B и наоборот.
- **Объединением** или суммой событий Ak называется событие A, которое означает появление хотя бы одного из событий Ak $A = \bigcup_k A_k$
- **Пересечением** или произведением событий Ak называется событие A, которое заключается в осуществлении всех событий Ak. $A = \bigcap_k A_k$
- **Разностью** событий A и B называется событие C, которое означает, что происходит событие A, но не происходит событие B $C = A \setminus B$
- Дополнительным к событию A называется событие означающее, что событие A не происходит. $\overline{A}$

Операции над событиями

- **Элементарными исходами** опыта называются такие результаты опыта, которые взаимно исключают друг друга и в результате опыта происходит одно из этих событий, также каково бы ни было событие А, по наступившему элементарному исходу можно судить о том, происходит или не происходит это событие. Совокупность всех элементарных исходов опыта называется пространством элементарных событий.
- **Теорема (сложения вероятностей)**. Вероятность суммы двух несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий

$$P(A+B)=P(A)+P(B)$$

Операции над событиями

- **Противоположными** называются два несовместных события, образующие полную группу.
- **Теорема**. Вероятность появления хотя бы одного из двух совместных событий равна сумме вероятностей этих событий без вероятности их совместного появления.

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

Операции над событиями

- Событие А называется **независимым** от события В, вероятность события А не зависит от того, произошло событие В или нет. Событие А называется зависимым от события В, если вероятность события А меняется в зависимости от того, произошло событие В или нет.
- Вероятность события В, вычисленная при условии, что имело место событие А, называется **условной вероятностью** события В.
- **Теорема. (Умножения вероятностей)** Вероятность произведения двух событий (совместного появления этих событий) равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого, вычисленную при условии, что первое событие уже наступило.

$$P(AB) = P(A)P(B/A) = P(B)P(A/B) = P(B)P_B(A)$$

Пример

Пример. Из полной колоды карт (52 шт.) одновременно вынимают четыре карты. Найти вероятность того, что среди этих четырех карт будет хотя бы одна бубновая или одна червонная карта.

Пример

Пример. Из полной колоды карт (52 шт.) одновременно вынимают четыре карты. Найти вероятность того, что среди этих четырех карт будет хотя бы одна бубновая или одна червонная карта. Обозначим появление хотя бы одной бубновой карты – событие А, появление хотя бы одной червонной карты – событие В.

Пример

Пример. Из полной колоды карт (52 шт.) одновременно вынимают четыре карты. Найти вероятность того, что среди этих четырех карт будет хотя бы одна бубновая или одна червонная карта. Обозначим появление хотя бы одной бубновой карты – событие A, появление хотя бы одной червонной карты – событие B. Таким образом нам надо определить вероятность события C = A + B. Кроме того, события A и B – совместны, т.е. появление одного из них не исключает появления другого.

Пример

<u>Пример.</u> Из полной колоды карт (52 шт.) одновременно вынимают четыре карты. Найти вероятность того, что среди этих четырех карт будет хотя бы одна бубновая или одна червонная карта. Обозначим появление хотя бы одной бубновой карты – событие А, появление хотя бы одной червонной карты – событие В. Таким образом нам надо определить вероятность события С = А + В. Кроме того, события А и В – совместны, т.е. появление одного из них не исключает появления другого. Всего в колоде 13 червонных и 13 бубновых карт. При вытаскивании первой карты вероятность того, что не появится ни червонной ни бубновой карты равна $\frac{26}{52}$, при вытаскивании второй карты - $\frac{25}{51}$, третьей - $\frac{24}{50}$, четвертой - $\frac{23}{49}$. Тогда вероятность того, что среди вынутых карт не будет ни бубновых, ни червонных равна $P(\overline{C}) = \frac{26}{52} \cdot \frac{25}{51} \cdot \frac{24}{50} \cdot \frac{23}{49}$. Тогда $P(C) = 1 - P(\overline{C}) \approx 0{,}945$

Пример

Пример. Чему равна вероятность того, что при бросании трех игральных костей 6 очков появится хотя бы на одной из костей? Вероятность выпадения 6 очков при одном броске кости равна $\frac{1}{6}$. Вероятность того, что не выпадет 6 очков - $\frac{5}{6}$. Вероятность того, что при броске трех костей не выпадет ни разу 6 очков равна $p=\left(\frac{5}{6}\right)^3=\frac{125}{216}$. Тогда вероятность того, что хотя бы один раз выпадет 6 очков равна $1-\frac{125}{216}=\frac{91}{216}$.

Пример

Пример. Вероятность того, что взятая наугад деталь из некоторой партии деталей, будет бракованной равна 0,2. Найти вероятность того, что из трех взятых деталей 2 окажется не бракованными.

Пример

Пример. Вероятность того, что взятая наугад деталь из некоторой партии деталей, будет бракованной равна 0,2. Найти вероятность того, что из трех взятых деталей 2 окажется не бракованными.

Обозначим бракованную деталь – событие А, не бракованную – событие $\overline{A}$. $P(A) = 0{,}2; \quad P(\overline{A}) = 0{,}8;$

Пример

Пример. Вероятность того, что взятая наугад деталь из некоторой партии деталей, будет бракованной равна 0,2. Найти вероятность того, что из трех взятых деталей 2 окажется не бракованными.

Обозначим бракованную деталь – событие А, не бракованную – событие $\overline{A}$. $P(A) = 0{,}2;\quad P(\overline{A}) = 0{,}8;$

Если среди трех деталей оказывается только одна бракованная, то это возможно в одном из трех случаев: бракованная деталь будет первой, второй или третьей.

$$P = P(A)P(\overline{A})P(\overline{A}) + P(\overline{A})P(A)P(\overline{A}) + P(\overline{A})P(\overline{A})P(A) \quad P = 3 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}8 = 0{,}384$$

Формула полной вероятности

Теорема. Вероятность события А, которое может произойти вместе с одним из событий $H_1, H_2, \dots H_n$ равна **сумме парных произведений вероятностей каждого из этих событий на соответствующие им условные вероятности** наступления события А.

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(H_i)P(A / H_i)$$

Пример

Пример. Один из трех стрелков производит два выстрела. Вероятность попадания в цель при одном выстреле для первого стрелка равна 0,4, для второго – 0,6, для третьего – 0,8. Найти вероятность того, что в цель попадут два раза.

Пример

Пример. Один из трех стрелков производит два выстрела. Вероятность попадания в цель при одном выстреле для первого стрелка равна 0,4, для второго – 0,6, для третьего – 0,8. Найти вероятность того, что в цель попадут два раза.

Вероятность того, что выстрелы производит первый, второй или третий стрелок равна $\frac{1}{3}$.

Пример

Пример. Один из трех стрелков производит два выстрела. Вероятность попадания в цель при одном выстреле для первого стрелка равна 0,4, для второго – 0,6, для третьего – 0,8. Найти вероятность того, что в цель попадут два раза.

Вероятность того, что выстрелы производит первый, второй или третий стрелок равна $\frac{1}{3}$.

Вероятности того, что один из стрелков, производящих выстрелы, два раза попадает в цель, равны: - для первого стрелка: $p_1^2 = 0{,}4^2 = 0{,}16$; - для второго стрелка: $p_2^2 = 0{,}6^2 = 0{,}36$; - для третьего стрелка: $p_3^2 = 0{,}8^2 = 0{,}64$;

Пример

Пример. Один из трех стрелков производит два выстрела. Вероятность попадания в цель при одном выстреле для первого стрелка равна 0,4, для второго – 0,6, для третьего – 0,8. Найти вероятность того, что в цель попадут два раза.

Вероятность того, что выстрелы производит первый, второй или третий стрелок равна $\frac{1}{3}$.

Вероятности того, что один из стрелков, производящих выстрелы, два раза попадает в цель, равны: - для первого стрелка: $p_1^2 = 0{,}4^2 = 0{,}16;$ - для второго стрелка: $p_2^2 = 0{,}6^2 = 0{,}36;$ - для третьего стрелка: $p_3^2 = 0{,}8^2 = 0{,}64;$

Искомая вероятность равна: $p = \frac{1}{3}p_1^2 + \frac{1}{3}p_2^2 + \frac{1}{3}p_3^3 = \frac{1}{3}(0{,}16 + 0{,}36 + 0{,}64) = \frac{29}{75}$

Пример

Пример 1. Из 5 менеджеров и 6 бухгалтеров необходимо случайным образом сформировать комитет из 7 человек. Какова вероятность того, что в комитете окажутся четверо менеджеров и трое бухгалтеров?

Пример

Пример 1. Из 5 менеджеров и 6 бухгалтеров необходимо случайным образом сформировать комитет из 7 человек. Какова вероятность того, что в комитете окажутся четверо менеджеров и трое бухгалтеров?

Решение.

Обозначим через А рассматриваемое событие.

А – в комитете окажутся четверо менеджеров и трое бухгалтеров.

Воспользуемся классической формулой для вычисления вероятности события $P(A)=\frac{m}{n}$, где m- число благоприятных событию А случаев, n- число всех случаев.

Пример

Пример 1. Из 5 менеджеров и 6 бухгалтеров необходимо случайным образом сформировать комитет из 7 человек. Какова вероятность того, что в комитете окажутся четверо менеджеров и трое бухгалтеров?

Решение.

Обозначим через А рассматриваемое событие.

А – в комитете окажутся четверо менеджеров и трое бухгалтеров.

Воспользуемся классической формулой для вычисления вероятности события $P(A)=\frac{m}{n}$, где m- число благоприятных событию А случаев, n- число всех случаев.

Т.к. выборки в данном случае неупорядоченные и без повторений, то $n=C_{11}^{7}$, $m=C_5^4 C_6^3$, следовательно, $P(A)=\frac{C_5^4 C_6^3}{C_{11}^7}=\frac{5!6!7!4!}{4!1!3!3!11!}=\frac{10}{33}$.

Пример

Пример 2. В комитете из 7 человек нужно выбрать председателя и секретаря. Найти вероятность того, что ими окажутся два вполне определенных человека.

Решение.

Обозначим через В рассматриваемое событие.

В - председателем и секретарем окажутся два вполне определенных человека.

Пример

Пример 2. В комитете из 7 человек нужно выбрать председателя и секретаря. Найти вероятность того, что ими окажутся два вполне определенных человека.

Решение.

Обозначим через В рассматриваемое событие.

В - председателем и секретарем окажутся два вполне определенных человека.

Воспользуемся классической формулой для вычисления вероятности события $P(B)=\frac{m}{n}$, где m- число благоприятных событию В случаев, n- число всех случаев.

Пример

Пример 2. В комитете из 7 человек нужно выбрать председателя и секретаря. Найти вероятность того, что ими окажутся два вполне определенных человека.

Решение.

Обозначим через B рассматриваемое событие.

B - председателем и секретарем окажутся два вполне определенных человека.

Воспользуемся классической формулой для вычисления вероятности события $P(B)=\frac{m}{n}$, где m- число благоприятных событию B случаев, n- число всех случаев.

Т.к. выборки в данном случае упорядоченные и без повторений, то $n=A_7^2$, $m=1$, следовательно,

$$P(B)=\frac{1}{A_7^2}=\frac{1}{\frac{7!}{(7-2)!}}=\frac{1}{6\cdot 7}=\frac{1}{42}.$$

Пример 3. Из 30 вопросов, предложенных преподавателем, первый студент знает ответы на 20 из них, второй на 25 и третий на 15 вопросов. Найти вероятность того, что на предложенный наудачу преподавателем вопрос:

- ответит хотя бы один из этих студентов,
- ответят только двое из этих студентов.

Решение.

Рассмотрим события:

A - на предложенный наудачу вопрос ответит первый студент,

B - на предложенный наудачу вопрос ответит второй студент,

C - на предложенный наудачу вопрос ответит третий студент.

Пример 3. Из 30 вопросов, предложенных преподавателем, первый студент знает ответы на 20 из них, второй на 25 и третий на 15 вопросов. Найти вероятность того, что на предложенный наудачу преподавателем вопрос:

- ответит хотя бы один из этих студентов,
- ответят только двое из этих студентов.

Решение.

Рассмотрим события:

А - на предложенный наудачу вопрос ответит первый студент,

В - на предложенный наудачу вопрос ответит второй студент,

С - на предложенный наудачу вопрос ответит третий студент.

- Чтобы найти вероятность того, что на предложенный наудачу

преподавателем вопрос ответит хотя бы один из этих студентов,

нужно найти вероятность события $A+B+C$. Это можно сделать следующими способами:

$$а)\ P(A+B+C)=P(A)+P(B)+P(C)-P(AB)-P(AC)-P(BC)+P(ABC),$$

т.к. события А, В, С - совместные события.

Пример 3. Из 30 вопросов, предложенных преподавателем, первый студент знает ответы на 20 из них, второй на 25 и третий на 15 вопросов. Найти вероятность того, что на предложенный наудачу преподавателем вопрос:

- ответит хотя бы один из этих студентов,
- ответят только двое из этих студентов.

Решение.

Рассмотрим события:

A - на предложенный наудачу вопрос ответит первый студент,

B - на предложенный наудачу вопрос ответит второй студент,

C - на предложенный наудачу вопрос ответит третий студент.

- Чтобы найти вероятность того, что на предложенный наудачу

преподавателем вопрос ответит хотя бы один из этих студентов,

нужно найти вероятность события A+B+C. Это можно сделать следующими способами:

$$a)\ P(A+B+C)=P(A)+P(B)+P(C)-P(AB)-P(AC)-P(BC)+P(ABC),$$

т.к. события A, B, C - совместные события.

Т.к $P(A)=\frac{m}{n}=\frac{20}{30}=\frac{2}{3},\quad P(B)=\frac{25}{30}=\frac{5}{6},\quad P(C)=\frac{15}{30}=\frac{1}{2}$ и события A, B, C независимые, то

$$P(A+B+C)=P(A)+P(B)+P(C)-P(A)P(B)-P(A)P(C)-P(B)P(C)+P(A)P(B)P(C)=$$

$$=\frac{2}{3}+\frac{5}{6}+\frac{1}{2}-\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{6}-\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}-\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{2}+\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{2}=\frac{35}{36}.$$

б) Так как $(A+B+C)+\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}=\Omega$, то

$$P(A+B+C)=1-P(\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C})=1-P(\overline{A})\cdot P(\overline{B})\cdot P(\overline{C})=1-(1-\frac{2}{3})\cdot(1-\frac{5}{6})\cdot(1-\frac{1}{2})==1-\frac{1}{36}=\frac{35}{36}.$$

•Чтобы найти вероятность того, что на предложенный наудачу преподавателем вопрос ответят только двое из этих студентов, нужно найти вероятность события $AB\overline{C}+\overline{A}BC+A\overline{B}C$.

Т.к. $AB\overline{C}$, $\overline{A}BC$, $A\overline{B}C$ несовместные события, то

$$P(AB\overline{C}+\overline{A}BC+A\overline{B}C)=P(AB\overline{C})+P(\overline{A}BC)+P(A\overline{B}C)=$$
$$=\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{6}\cdot\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(1-\frac{2}{3}\right)\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{2}+\frac{2}{3}\cdot\left(1-\frac{5}{6}\right)\cdot\frac{1}{2}=\frac{17}{36}.$$

Пример 5. В предыдущем примере налоговая инспекция установила факт наличия среди частных банков города таких банков, которые допускают нарушения в уплате налогов. Найдите вероятность того, что среди случайным образом отобранных трех банков оказалось два нарушающих уплату налогов.

Решение.

По формуле Байеса

$$P(H_2 / A) = \frac{P(H_2)P(A/H_2)}{\sum_{i=0}^{3} P(H_i)P(A/H_i)} = \frac{0{,}5 \cdot 0{,}96}{0{,}885} = \frac{0{,}48}{0{,}885} \approx 0{,}54.$$

Числовые характеристики случайной величины

Законом распределения дискретной случайной величины является ряд распределения

x_1	x_2	...	x_n	...
p_1	p_2	...	p_n	...

$p_i=P(X=x_i)$, где $i=1;2;...;n;...$

Числовые характеристики случайной величины

Законом распределения дискретной случайной величины является ряд распределения

x_1	x_2	…	x_n	…
p_1	p_2	…	p_n	…

$p_i=P(X=x_i)$, где $i=1;2;...;n;...$

1) математическое ожидание $M[X]=\sum_{i=1}^{\infty} x_i p_i$ (если же дискретная случайная величина X имеет n возможных значений, то $M[X]=\sum_{i=1}^{n} x_i p_i$),

2) дисперсия $D[X]=\sum_{i=1}^{n}(x_i-m_x)^2 p_i$ или $D[X]=\sum_{i=1}^{\infty}(x_i-m_x)^2 p_i$ в зависимости от того, конечно или бесконечно число возможных значений дискретной случайной величины.

Для вычислений удобнее пользоваться формулой $\mathbf{D_x=M[X^2]-m_x^2}$.

3) среднее квадратическое отклонение $\sigma_x=\sqrt{D_x}$.

Функция распределения дискретной случайной величины $F(x)=\sum_{(x_i<x)} p_i$; т.е. суммируем те p_i, для которых $x_i<x$.

Пример 6. Магазин получает товар от трех независимо работающих фирм. Вероятность поставки товара от первой фирмы равна 0,4, от второй - 0,3, от третьей –0,6. Составить распределение случайной величины X - числа полученных поставок, найти числовые характеристики и функцию распределения этой случайной величины.

Пример 6. Магазин получает товар от трех независимо работающих фирм. Вероятность поставки товара от первой фирмы равна 0,4, от второй - 0,3, от третьей –0,6. Составить распределение случайной величины X - числа полученных поставок, найти числовые характеристики и функцию распределения этой случайной величины.

Решение.

Случайная величина X - число полученных поставок может принимать значения: 0,1,2,3. Найдем вероятности принятия каждого из этих значений.

Пример 6. Магазин получает товар от трех независимо работающих фирм. Вероятность поставки товара от первой фирмы равна 0,4, от второй - 0,3, от третьей –0,6. Составить распределение случайной величины X - числа полученных поставок, найти числовые характеристики и функцию распределения этой случайной величины.

Решение.

Случайная величина X - число полученных поставок может принимать значения: 0,1,2,3. Найдем вероятности принятия каждого из этих значений.

Обозначим через A_i (независимые события) – получение поставки товара с i-ой фирмы, где i=1,2,3, через p_i-вероятность события A_i.

Пример 6. Магазин получает товар от трех независимо работающих фирм. Вероятность поставки товара от первой фирмы равна 0,4, от второй - 0,3, от третьей –0,6. Составить распределение случайной величины X - числа полученных поставок, найти числовые характеристики и функцию распределения этой случайной величины.

Решение.

Случайная величина X - число полученных поставок может принимать значения: 0,1,2,3. Найдем вероятности принятия каждого из этих значений.

Обозначим через A_i (независимые события) – получение поставки товара с i-ой фирмы, где i=1,2,3, через p_i-вероятность события A_i.

$P(X_0) = P(\overline{A_1}\,\overline{A_2}\,\overline{A_3}) = |$ т.к. события A_1, A_2, A_3 независимы, то и события $\overline{A_1}, \overline{A_2}, \overline{A_3}$ независимы $| = P(\overline{A_1})P(\overline{A_2})P(\overline{A_3}) = (1-p_1)(1-p_2)(1-p_3) = q_1q_2q_3 = (1-0,4)(1-0,3)(1-0,6) = 0,168$.

Пример 6. Магазин получает товар от трех независимо работающих фирм. Вероятность поставки товара от первой фирмы равна 0,4, от второй - 0,3, от третьей –0,6. Составить распределение случайной величины X - числа полученных поставок, найти числовые характеристики и функцию распределения этой случайной величины.

Решение.

Случайная величина X - число полученных поставок может принимать значения: 0,1,2,3. Найдем вероятности принятия каждого из этих значений.

Обозначим через A_i (независимые события) – получение поставки товара с i-ой фирмы, где i=1,2,3, через p_i-вероятность события A_i.

$P(X_0) = P(\overline{A_1}\,\overline{A_2}\,\overline{A_3}) = |$ т.к. события A_1, A_2, A_3 независимы, то и события $\overline{A_1}, \overline{A_2}, \overline{A_3}$ независимы $| = P(\overline{A_1})P(\overline{A_2})P(\overline{A_3}) = (1-p_1)(1-p_2)(1-p_3)=q_1q_2q_3=$ (1-0,4)(1-0,3)(1-0,6)=0,168.

$P(X=1) = P(A_1\overline{A_2}\,\overline{A_3} + \overline{A_1}\,\overline{A_2}A_3 + \overline{A_1}A_2\overline{A_3}) = |$ события $A_1\overline{A_2}\,\overline{A_3}$, $\overline{A_1}\,\overline{A_2}A_3$, $\overline{A_1}A_2\overline{A_3}$ несовместны$| = P(A_1\overline{A_2}\,\overline{A_3}) + P(\overline{A_1}\,\overline{A_2}A_3) + P(\overline{A_1}A_2\overline{A_3})=p_1q_2q_3+q_1q_2p_3+q_1p_2q_3=$

$=0,4\cdot(1-0,3)\cdot(1-0,6)+(1-0,4)\cdot(1-0,3)\cdot0,6+(1-0,4)\cdot0,3\cdot(1-0,6)=0,436.$

Пример 6. Магазин получает товар от трех независимо работающих фирм. Вероятность поставки товара от первой фирмы равна 0,4, от второй - 0,3, от третьей –0,6. Составить распределение случайной величины X - числа полученных поставок, найти числовые характеристики и функцию распределения этой случайной величины.

Решение.

Случайная величина X - число полученных поставок может принимать значения: 0,1,2,3. Найдем вероятности принятия каждого из этих значений.

Обозначим через A_i (независимые события) – получение поставки товара с i-ой фирмы, где i=1,2,3, через p_i-вероятность события A_i.

$P(X_0)=P(\overline{A_1}\,\overline{A_2}\,\overline{A_3})=|$ т.к. события A_1,A_2,A_3 независимы, то и события $\overline{A_1},\overline{A_2},\overline{A_3}$ независимы $|=P(\overline{A_1})P(\overline{A_2})P(\overline{A_3})=(1-p_1)(1-p_2)(1-p_3)=q_1q_2q_3=(1-0{,}4)(1-0{,}3)(1-0{,}6)=0{,}168.$

$P(X=1)=P(A_1\overline{A_2}\,\overline{A_3}+\overline{A_1}\,\overline{A_2}A_3+\overline{A_1}A_2\overline{A_3})=|$ события $A_1\overline{A_2}\,\overline{A_3}$, $\overline{A_1}\,\overline{A_2}A_3$, $\overline{A_1}A_2\overline{A_3}$ несовместны$|=P(A_1\overline{A_2}\,\overline{A_3})+P(\overline{A_1}\,\overline{A_2}A_3)+P(\overline{A_1}A_2\overline{A_3})=p_1q_2q_3+q_1q_2p_3+q_1p_2q_3=$

$=0{,}4\cdot(1-0{,}3)\cdot(1-0{,}6)+(1-0{,}4)\cdot(1-0{,}3)\cdot0{,}6+(1-0{,}4)\cdot0{,}3\cdot(1-0{,}6)=0{,}436.$

$P(X=2)=P(A_1A_2\overline{A_3})+P(A_1\overline{A_2}A_3)+P(\overline{A_1}A_2A_3)=p_1p_2q_3+p_1q_2p_3+q_1p_2p_3=$

$=0{,}4\cdot0{,}3\cdot(1-0{,}6)+0{,}4\cdot(1-0{,}3)\cdot0{,}6+(1-0{,}4)\cdot0{,}3\cdot0{,}6=0{,}324.$

Пример 6. Магазин получает товар от трех независимо работающих фирм. Вероятность поставки товара от первой фирмы равна 0,4, от второй - 0,3, от третьей –0,6. Составить распределение случайной величины X - числа полученных поставок, найти числовые характеристики и функцию распределения этой случайной величины.

Решение.

Случайная величина X - число полученных поставок может принимать значения: 0,1,2,3. Найдем вероятности принятия каждого из этих значений.

Обозначим через A_i (независимые события) – получение поставки товара с i-ой фирмы, где i=1,2,3, через p_i-вероятность события A_i.

$P(X_0) = P(\overline{A_1}\,\overline{A_2}\,\overline{A_3}) =|$ т.к. события A_1, A_2, A_3 независимы, то и события $\overline{A_1}, \overline{A_2}, \overline{A_3}$ независимы $|= P(\overline{A_1})P(\overline{A_2})P(\overline{A_3}) = (1-p_1)(1-p_2)(1-p_3) = q_1q_2q_3 = (1-0,4)(1-0,3)(1-0,6)=0,168.$

$P(X=1) = P(A_1\overline{A_2}\,\overline{A_3} + \overline{A_1}\,\overline{A_2}A_3 + \overline{A_1}A_2\overline{A_3}) =|$ события $A_1\overline{A_2}\,\overline{A_3}$, $\overline{A_1}\,\overline{A_2}A_3$, $\overline{A_1}A_2\overline{A_3}$ несовместны$| = P(A_1\overline{A_2}\,\overline{A_3}) + P(\overline{A_1}\,\overline{A_2}A_3) + P(\overline{A_1}A_2\overline{A_3}) = p_1q_2q_3 + q_1q_2p_3 + q_1p_2q_3 =$

$=0,4\cdot(1-0,3)\cdot(1-0,6)+(1-0,4)\cdot(1-0,3)\cdot0,6+(1-0,4)\cdot0,3\cdot(1-0,6)=0,436.$

$P(X=2)=P(A_1A_2\overline{A_3})+P(A_1\overline{A_2}A_3)+P(\overline{A_1}A_2A_3)=p_1p_2q_3+p_1q_2p_3+q_1p_2p_3=$

$=0,4\cdot0,3\cdot(1-0,6) + 0,4\cdot(1-0,3)\cdot0,6+(1-0,4)\cdot0,3\cdot0,6=0,324.$

$P(X=3)=P(A_1A_2A_3)=P(A_1)\cdot P(A_2)\cdot P(A_3)=0,4\cdot0,3\cdot0,6=0,072.$

Пример 6. Магазин получает товар от трех независимо работающих фирм. Вероятность поставки товара от первой фирмы равна 0,4, от второй - 0,3, от третьей –0,6. Составить распределение случайной величины X - числа полученных поставок, найти числовые характеристики и функцию распределения этой случайной величины.

Решение.

Случайная величина X - число полученных поставок может принимать значения: 0,1,2,3. Найдем вероятности принятия каждого из этих значений.

Обозначим через A_i (независимые события) – получение поставки товара с i-ой фирмы, где i=1,2,3, через p_i-вероятность события A_i.

$P(X_0) = P(\overline{A_1}\,\overline{A_2}\,\overline{A_3}) = |$ т.к. события A_1, A_2, A_3 независимы, то и события $\overline{A_1}, \overline{A_2}, \overline{A_3}$ независимы $| = P(\overline{A_1})P(\overline{A_2})P(\overline{A_3}) = (1-p_1)(1-p_2)(1-p_3) = q_1q_2q_3 = (1-0,4)(1-0,3)(1-0,6) = 0,168$.

$P(X=1) = P(A_1\overline{A_2}\,\overline{A_3} + \overline{A_1}\,\overline{A_2}A_3 + \overline{A_1}A_2\overline{A_3}) = |$ события $A_1\overline{A_2}\,\overline{A_3}$, $\overline{A_1}\,\overline{A_2}A_3$, $\overline{A_1}A_2\overline{A_3}$ несовместны $| = P(A_1\overline{A_2}\,\overline{A_3}) + P(\overline{A_1}\,\overline{A_2}A_3) + P(\overline{A_1}A_2\overline{A_3}) = p_1q_2q_3 + q_1q_2p_3 + q_1p_2q_3 =$

$= 0,4\cdot(1-0,3)\cdot(1-0,6) + (1-0,4)\cdot(1-0,3)\cdot 0,6 + (1-0,4)\cdot 0,3\cdot(1-0,6) = 0,436.$

$P(X=2) = P(A_1A_2\overline{A_3}) + P(A_1\overline{A_2}A_3) + P(\overline{A_1}A_2A_3) = p_1p_2q_3 + p_1q_2p_3 + q_1p_2p_3 =$

$= 0,4\cdot 0,3\cdot(1-0,6) + 0,4\cdot(1-0,3)\cdot 0,6 + (1-0,4)\cdot 0,3\cdot 0,6 = 0,324.$

$P(X=3) = P(A_1A_2A_3) = P(A_1)\cdot P(A_2)\cdot P(A_3) = 0,4\cdot 0,3\cdot 0,6 = 0,072.$

Следовательно,

X	0	1	2	3
P	0,168	0,436	0,324	0,072

Проверим условие нормировки: $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$.

Действительно, 0,168+0,436+0,324+0,072=1.

Проверим условие нормировки: $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$.

Действительно, 0,168+0,436+0,324+0,072=1.

Найдем M[X] и D[X].

$M[X] = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i$ =0·0,168+1·0,436+2·0,324+3·0 072=1,3.

Проверим условие нормировки: $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$.

Действительно, 0,168+0,436+0,324+0,072=1.

Найдем M[X] и D[X].

$$M[X] = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i = 0 \cdot 0{,}168 + 1 \cdot 0{,}436 + 2 \cdot 0{,}324 + 3 \cdot 0\ 072 = 1{,}3.$$

$$D_x = M[X^2] - m^2_x = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 p_i - m_x^2 = 0 \cdot 0{,}168 + 1 \cdot 0{,}436 + 4 \cdot 0{,}324 + 9 \cdot 0{,}072 - 1{,}3^2 = 0{,}69.$$

Проверим условие нормировки: $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$.

Действительно, 0,168+0,436+0,324+0,072=1.

Найдем M[X] и D[X].

$M[X] = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i = 0 \cdot 0,168 + 1 \cdot 0,436 + 2 \cdot 0,324 + 3 \cdot 0\ 072 = 1,3.$

$D_x = M[X^2] - m^2_x = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 p_i - m_x^2 = 0 \cdot 0,168 + 1 \cdot 0,436 + 4 \cdot 0,324 + 9 \cdot 0,072 - 1,3^2 = 0,69.$

$\sigma_x = \sqrt{D_x} \approx 0,83.$

Проверим условие нормировки: $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$.

Действительно, 0,168+0,436+0,324+0,072=1.

Найдем M[X] и D[X].

$M[X] = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i = 0 \cdot 0{,}168 + 1 \cdot 0{,}436 + 2 \cdot 0{,}324 + 3 \cdot 0\ 072 = 1{,}3.$

$D_x = M[X^2] - m^2_x = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 p_i - m_x^2 = 0 \cdot 0{,}168 + 1 \cdot 0{,}436 + 4 \cdot 0{,}324 + 9 \cdot 0{,}072 - 1{,}3^2 = 0{,}69.$

$\sigma_x = \sqrt{D_x} \approx 0{,}83.$

Найдем функцию распределения F(x).

Т.к. $F(x) = \sum_{(x_i < x)} p_i$, то

Проверим условие нормировки: $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$.

Действительно, 0,168+0,436+0,324+0,072=1.

Найдем M[X] и D[X].

$$M[X] = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i = 0\cdot 0{,}168+1\cdot 0{,}436+2\cdot 0{,}324+3\cdot 0\ 072=1{,}3.$$

$$D_x = M[X^2] - m_x^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 p_i - m_x^2 = 0\cdot 0{,}168+1\cdot 0{,}436+4\cdot 0{,}324+9\cdot 0{,}072-1{,}3^2 = 0{,}69.$$

$$\sigma_x = \sqrt{D_x} \approx 0{,}83.$$

Найдем функцию распределения F(x).

Т.к. $F(x) = \sum_{(x_i<x)} p_i$, то

$$F(x)=\begin{cases} 0 & \text{если } x \le 0, \\ 0{,}168 & \text{если } 0 < x \le 1, \\ 0{,}604 & \text{если } 1 < x \le 2, \\ 0{,}928 & \text{если } 2 < x \le 3, \\ 1 & \text{если } \quad x > 3. \end{cases}$$