

# Задание №20

### Задание №1

Решите уравнение:  $x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$ .

решение

### Задание №2

Решите уравнение:  $x^3 + 7x^2 = 4x + 28$ .

решение

### Задание №3

Решите уравнение:  $x^2 - 6x + \sqrt{6-x} = \sqrt{6-x} + 7$ .

решение

### Задание №4

Решите уравнение:  $x(x^2 + 2x + 1) = 6(x + 1)$ .

решение

### Задание №5

Решите уравнение:  $(x - 2)(x^2 + 6x + 9) = 6(x + 3)$ .

решение

**Задание №6**

Решите уравнение:  $(x+4)^4 - 6(x+4)^2 - 7 = 0$

[решение](#)**Задание №7**

Решите уравнение:  $x^4 = (2x-15)^2$

[решение](#)**Задание №8**

Решите уравнение:  $\frac{1}{x^2} - \frac{3}{x} - 4 = 0$

[решение](#)**Задание №9**

Решите уравнение:  $\frac{1}{(x-3)^2} - \frac{3}{x-3} - 4 = 0$

[решение](#)**Задание №10**

Решите уравнение:  $(x^2 - 4)^2 + (x^2 - 3x - 10)^2 = 0.$

[решение](#)

### Задание № 1

Решите уравнение:  $x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$ .

Решение:

$$(x^3 + 3x^2) + (-4x - 12) = 0$$

$$x^2(x+3) - 4(x+3) = 0$$

$$(x+3)(x^2 - 4) = 0$$

$$(x+3)(x-2)(x+2) = 0$$

$$x+3=0 \quad x-2=0 \quad x+2=0$$

$$x=-3 \quad x=2 \quad x=-2$$

**Ответ: - 2; - 3; 2.**

## Задание № 2

Решите уравнение:  $x^3 + 7x^2 = 4x + 28$ .

Решение:

$$x^3 + 7x^2 = 4x + 28$$

$$x^2(x+7) = 4(x+7)$$

$$x^2(x+7) - 4(x+7) = 0$$

$$(x+7)(x^2 - 4) = 0$$

$$(x+7)(x-2)(x+2) = 0$$

$$x+7=0 \quad x-2=0 \quad x+2=0$$

$$x=-7 \quad x=2 \quad x=-2$$

**Ответ: - 7; - 2; 2.**

### Задание № 3

Решите уравнение:  $x^2 - 6x + \sqrt{6-x} = \sqrt{6-x} + 7.$

Решение

$$6 - x \geq 0$$

$$\text{ОДЗ: } -x \geq -6$$

$$x \leq 6$$

$$x^2 - 6x + \sqrt{6-x} = \sqrt{6-x} + 7$$

$$x^2 - 6x + \sqrt{6-x} - \sqrt{6-x} - 7 = 0$$

$$x^2 - 6x - 7 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = 36 - 4 \cdot 1 \cdot (-7) = 36 + 28 = 64$$

$$x_1 = \frac{6+8}{2 \cdot 1} = \frac{14}{2} = 7 \quad \text{- не удовлетворяет ОДЗ}$$

$$x_2 = \frac{6-8}{2 \cdot 1} = \frac{-2}{2} = -1$$

**Ответ: - 1.**

#### Задание № 4

Решите уравнение:  $x(x^2 + 2x + 1) = 6(x + 1)$ .

Решение:

$$x(x^2 + 2x + 1) = 6(x + 1)$$

$$x(x + 1)^2 = 6(x + 1)$$

$$x(x + 1)^2 - 6(x + 1) = 0$$

$$x(x + 1)(x + 1) - 6(x + 1) = 0$$

$$(x + 1)(x(x + 1) - 6) = 0$$

$$(x + 1)(x^2 + x - 6) = 0$$

$$x + 1 = 0$$

$$x = -1$$

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = 1 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 1 + 24 = 25$$

$$x_1 = \frac{-1 + 5}{2 \cdot 1} = \frac{4}{2} = 2$$

$$x_2 = \frac{-1 - 5}{2 \cdot 1} = \frac{-6}{2} = -3$$

**Ответ: - 3; - 1; 2.**

### Задание № 5

Решите уравнение:  $(x-2)(x^2+6x+9)=6(x+3)$ .

Решение:

$$(x-2)(x^2+6x+9)=6(x+3)$$

$$(x-2)(x+3)^2=6(x+3)$$

$$(x-2)(x+3)^2-6(x+3)=0$$

$$(x-2)(x+3)(x+3)-6(x+3)=0$$

$$(x+3)((x-2)(x+3)-6)=0$$

$$(x+3)(x^2+3x-2x-6-6)=0$$

$$(x+3)(x^2+x-12)=0$$

$$x+3=0$$

$$x=-3$$

$$x^2+x-12=0$$

$$D=b^2-4ac$$

$$D=1-4\cdot 1\cdot (-12)=1+48=49$$

$$x_1=\frac{-1+7}{2\cdot 1}=\frac{6}{2}=3$$

$$x_2=\frac{-1-7}{2\cdot 1}=\frac{-8}{2}=-4$$

**Ответ: - 4; - 3; 3.**

### Задание № 6

Решите уравнение:  $(x + 4)^4 - 6(x + 4)^2 - 7 = 0$

Решение:

1) Пусть  $t = (x + 4)^2$ , тогда уравнение принимает вид:

$$t^2 - 6t - 7 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = 36 - 4 \cdot 1 \cdot (-7) = 36 + 28 = 64$$

$$t_1 = \frac{6 + 8}{2 \cdot 1} = \frac{14}{2} = 7$$

$$t_2 = \frac{6 - 8}{2 \cdot 1} = \frac{-2}{2} = -1$$

2) Получим два уравнения и решим их:

$$(x + 4)^2 = 7 \qquad (x + 4)^2 = -1$$

$$x^2 + 8x + 16 = 7 \qquad \text{корней нет}$$

$$x^2 + 8x + 16 - 7 = 0$$

$$x^2 + 8x + 9 = 0$$

$$D = 64 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 28$$

$$x_1 = \frac{-8 + \sqrt{28}}{2 \cdot 1} = \frac{-8 + 2\sqrt{7}}{2} = -4 + \sqrt{7}$$

$$x_2 = \frac{-8 - \sqrt{28}}{2 \cdot 1} = \frac{-8 - 2\sqrt{7}}{2} = -4 - \sqrt{7}$$

**Ответ:**  $-4 + \sqrt{7}; -4 - \sqrt{7}$ .

### Задание № 7

Решите уравнение:  $x^4 = (2x - 15)^2$

Решение:

$$x^4 = (2x - 15)^2$$

$$x^4 - (2x - 15)^2 = 0$$

$$(x^2 - (2x - 15))(x^2 + (2x - 15)) = 0$$

$$(x^2 - 2x + 15)(x^2 + 2x - 15) = 0$$

$$x^2 - 2x + 15 = 0 \quad \text{ИЛИ}$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = 4 - 4 \cdot 1 \cdot 15 = 4 - 60 = -56$$

корней нет

$$x^2 + 2x - 15 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = 4 - 4 \cdot 1 \cdot (-15) = 4 + 60 = 64$$

$$x_1 = \frac{2 + 8}{2 \cdot 1} = \frac{10}{2} = 5$$

$$x_2 = \frac{2 - 8}{2 \cdot 1} = \frac{-6}{2} = -3$$

**Ответ:**  $-3; 5$ .

### Задание № 8

Решите уравнение:  $\frac{1}{x^2} - \frac{3}{x} - 4 = 0$

Решение:

1) Пусть  $t = \frac{1}{x}$ , тогда уравнение принимает вид:

$$t^2 - 3t - 4 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = 9 - 4 \cdot 1 \cdot (-4) = 9 + 16 = 25$$

$$t_1 = \frac{3+5}{2 \cdot 1} = \frac{8}{2} = 4$$

$$t_2 = \frac{3-5}{2 \cdot 1} = \frac{-2}{2} = -1$$

2) Получим два уравнения и решим их:

$$\frac{1}{x} = 4$$

$$x = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{x} = -1$$

$$x = -1$$

**Ответ:**  $\frac{1}{4}; -1$ .

### Задание № 9

Решите уравнение:  $\frac{1}{(x-3)^2} - \frac{3}{x-3} - 4 = 0$

Решение:

1) Пусть  $t = \frac{1}{x-3}$ , тогда уравнение принимает вид:

$$t^2 - 3t - 4 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = 9 - 4 \cdot 1 \cdot (-4) = 9 + 16 = 25$$

$$t_1 = \frac{3+5}{2 \cdot 1} = \frac{8}{2} = 4$$

$$t_2 = \frac{3-5}{2 \cdot 1} = \frac{-2}{2} = -1$$

2) Получим два уравнения и решим их:

$$\frac{1}{x-3} = 4$$

$$x-3 = \frac{1}{4}$$

$$x = 3\frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{x-3} = -1$$

$$x-3 = \frac{1}{-1}$$

$$x = -1 + 3$$

$$x = 2$$

**Ответ:**  $3\frac{1}{4}; 2.$

### Задание № 10

Решите уравнение:  $(x^2 - 4)^2 + (x^2 - 3x - 10)^2 = 0$ .

Решение:

Сумма двух чисел равна 0, если эти числа противоположные или оба равны 0.

Так как  $(x^2 - 4)^2 \geq 0$  и  $(x^2 - 3x - 10)^2 \geq 0$ , то  $(x^2 - 4)^2 + (x^2 - 3x - 10)^2 = 0$

в том случае, если  $x^2 - 4 = 0$  и  $x^2 - 3x - 10 = 0$ .

$$\begin{cases} x^2 - 3x - 10 = 0 \\ x^2 - 4 = 0 \end{cases}$$

$$\underline{x^2 - 3x - 10 = 0}$$

$$\underline{x^2 - 4 = 0}$$

$$-3x - 10 + 4 = 0$$

$$-3x = 10 - 4$$

$$-3x = 6$$

$$x = -2$$

**Ответ: - 2.**