



Решение заданий ЕГЭ на вероятность

Случайное событие – событие, которое может произойти, а может не произойти.

Невозможное событие – событие, которое никогда не произойдет.

Достоверное событие – событие, которое произойдет обязательно.

Вероятность события (P) – отношение числа благоприятных исходов к числу общих исходов.

$$0 \leq P \leq 1$$

Примеры:

1) Симметричная монета: выпадает орел или решка.

Вероятность выпадения орла равна $\frac{1}{2}$ или 0,5.

Вероятность выпадения решки равна $\frac{1}{2}$ или 0,5.



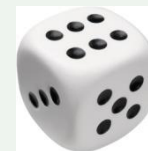
2) Игральная кость (кубик): выпадает 1 очко,

2 очка, 3 очка, 4 очка, 5 очков, 6 очков.

Вероятность выпадения «3 очков» равна $\frac{1}{6}$.

Вероятность выпадения «4 очков» равна $\frac{1}{6}$.

Вероятность выпадения «7 очков» равна 0.



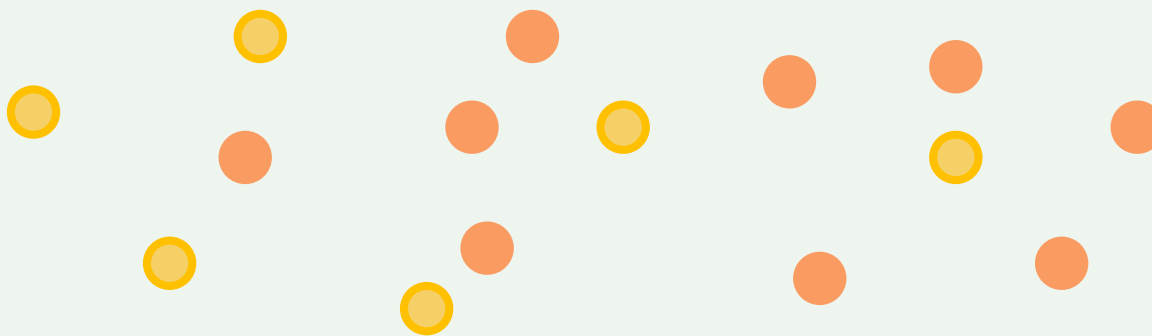
Примеры:

3) В ящике 15 шаров, среди которых 6 желтых и 9 красных.

Вероятность того, что вы достанете желтый шар равна $\frac{6}{15}$ или 0,4.

Вероятность того, что вы достанете красный шар равна $\frac{9}{15}$ или 0,6.

Вероятность того, что вы достанете синий шар равна 0.



Несовместные события – события, которые не могут наступить одновременно.

Пример: выпадение на кости «3» или «4» – несовместные события.

Два события называются **совместными событиями**, если появление одного из них не исключает появления другого.

События называют **равновозможными**, если нет основания полагать, что одно событие является более возможным, чем другие.

Два события называются **независимыми**, если вероятность появления одного из них не зависит от появления другого события

Пример: выпадение орла или решки – независимые события.

Два события называются **зависимыми**, если вероятность появления одного из них зависит от появления или неоявления другого события.

Произведение событий A и B – событие C , которое заключается в том, что произошло и событие A , и событие B (сразу и то, и другое).

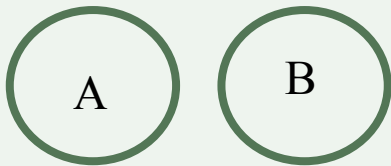
Если A и B – **независимые** события, то $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$.

Пример: Пусть $P(A) = 0,3$ – вероятность встретить старого друга,
 $P(B) = 0,001$ – вероятность выиграть в лотерею,
где один из тысячи билетов выигрышный.

$A \cdot B$ – событие, заключающееся в том, что встретили старого друга и выиграли лотерею одновременно.

События A и B – независимые, тогда $P(A \cdot B) = 0,3 \cdot 0,001 = 0,0003$.

Сумма событий A и B – событие C , которое заключается в том, что произошло событие или A , или B , или A и B вместе.



Если A и B – **несовместные** события, то
 $P(A + B) = P(A) + P(B)$.

Пример: Найти вероятность, что на кости выпадет «2» или «3».

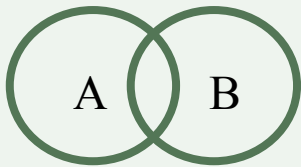
Событие A – на кости выпадет «2». $P(A) = \frac{1}{6}$.

Событие B – на кости выпадет «3». $P(B) = \frac{1}{6}$.

События A и B – несовместные, значит

$$P(A + B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad \text{Ответ: } \frac{1}{3}.$$

Сумма событий A и B – событие C , которое заключается в том, что произошло событие или A , или B , или A и B вместе.



Если A и B – **совместные** события, то
 $P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

Пример: Помещение освещается двумя лампочками, вероятность, что каждая из них не перегорит в течение года равна 0,8. Найти вероятность, что в течение года не перегорит хотя бы одна лампочка.

Событие A – не перегорит 1 лампочка. $P(A) = 0,8$.

Событие B – не перегорит 2 лампочка. $P(B) = 0,8$.

Событие $A \cap B$ – не перегорят вместе. $P(A \cap B) = 0,8 \cdot 0,8 = 0,64$.

$P(A+B) = 0,8 + 0,8 - 0,64 = 1,6 - 0,64 = 0,96$ Ответ: **0,96**.

Два события называются **противоположными**, если в данном испытании они несовместны и одно из них обязательно происходит.
Вероятности противоположных событий в сумме дают 1.

Пример:

Событие A – событие, заключающееся в том, что выиграли лотерею, где один из тысячи билетов выигрышный.

Событие \bar{A} – событие, заключающееся в том, что проиграли лотерею, где один из тысячи билетов выигрышный

$P(A) = 0,001$ – вероятность выиграть лотерею, где один из тысячи билетов выигрышный.

$P(\bar{A}) = 0,999$ – вероятность проиграть лотерею, где один из тысячи билетов выигрышный.

$$P(A) + P(\bar{A}) = 0,001 + 0,999 = 1$$

В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно один раз.

O	O	P	P
O	P	O	P

$$P = 2 : 4 = 0,5$$

Ответ : 0,5.

Перед началом первого тура чемпионата по бадминтону участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 бадминтонистов, среди которых 10 участников из России, в том числе Руслан Орлов. Найдите вероятность того, что в первом туре Руслан Орлов будет играть с каким-либо бадминтонистом из России?

Всего партнеров	25	+	Руслан Орлов
Партнеров из России	9	+	Руслан Орлов

$$P = 9 : 25 = 0,36$$

Ответ : 0,36.

В чемпионате мира участвуют 16 команд. С помощью жребия их нужно разделить на четыре группы по четыре команды в каждой. В ящике вперемешку лежат карточки с номерами групп:

1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4.

Капитаны команд тянут по одной карточке. Какова вероятность того, что команда России окажется во второй группе?

1	1	1	1
2	2	2	2
3	3	3	3
4	4	4	4

$$P = 4 : 16 = 0,25$$

Ответ : **0,25.**

Какова вероятность того, что случайно выбранное натуральное число от 10 до 19 делится на три?

10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

$$P = 3 : 10 = 0,3$$

Ответ : 0,3.

В группе туристов 5 человек. С помощью жребия они выбирают двух человек, которые должны идти в село в магазин за продуктами. Турист А. хотел бы сходить в магазин, но он подчиняется жребию. Какова вероятность того, что А. пойдёт в магазин?

$$P = 2 : 5 = 0,4$$

Ответ : 0,4.

Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Физик» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Физик» выиграет жребий ровно два раза.

О	О	О	О	Р	Р	Р	Р
О	О	Р	Р	О	О	Р	Р
О	Р	Р	О	Р	О	О	Р

$$P = 3 : 8 = 0,375$$

Ответ : **0,375.**

Игральный кубик бросают дважды. Сколько элементарных исходов опыта благоприятствуют событию «А = сумма очков равна 6»?

Результат округлите до сотых.

11	12	13	14	15	16
21	22	23	24	25	26
31	32	33	34	35	36
41	42	43	44	45	46
51	52	53	54	55	56
61	62	63	64	65	66

$$P = 5 : 36 = 0,1388\dots$$

Ответ : **0,14.**

На олимпиаде в вузе участников рассаживают по трём аудиториям. В первых двух по 120 человек, оставшихся проводят в запасную аудиторию в другом корпусе. При подсчёте выяснилось, что всего было 250 участников. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

$$250 - 120 \cdot 2 = 10 \text{ (человек) - в запасной аудитории}$$
$$P = 10 : 250 = 0,04 \quad \text{Ответ : } \mathbf{0,04}$$

В группе туристов 30 человек. Их вертолётom в несколько приёмов забрасывают в труднодоступный район по 6 человек за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист П. полетит первым рейсом вертолётa.

$$P = 6 : 30 = 0,2$$

Ответ : 0,2

Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 18 пассажиров, равна 0,82. Вероятность того, что окажется меньше 10 пассажиров, равна 0,51. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 10 до 17.

$$N < 18 \\ P = 0,82$$

$$N < 10 \\ P_1 = 0,51$$

$$10 \leq N \leq 17 \\ P_2 = ?$$

$$P_2 = 0,82 - 0,51 = 0,31 \quad \text{Ответ: } 0,31.$$

Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,5. Если А. играет чёрными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,32. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

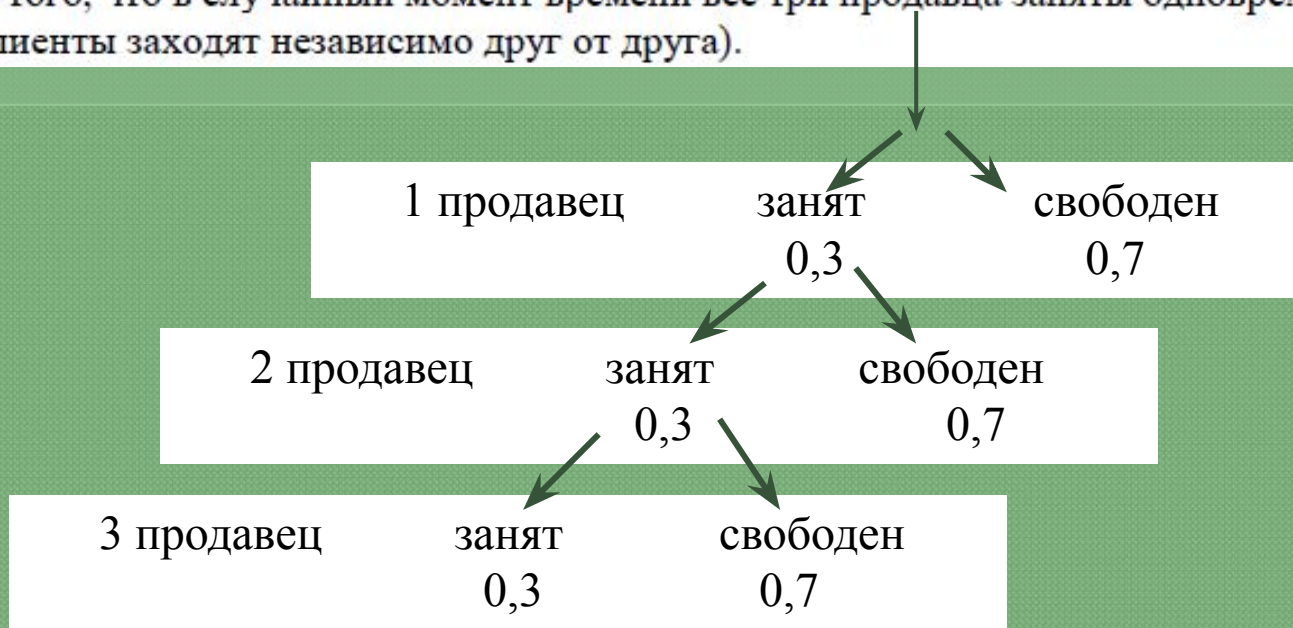
	Выиграл	Проиграл
Белыми	0,5	0,5
Черными	0,32	0,68

Одну партию белыми, другую черными.

События независимые, значит

$$P = 0,5 \cdot 0,32 = 0,16 \quad \text{Ответ: } 0,16.$$

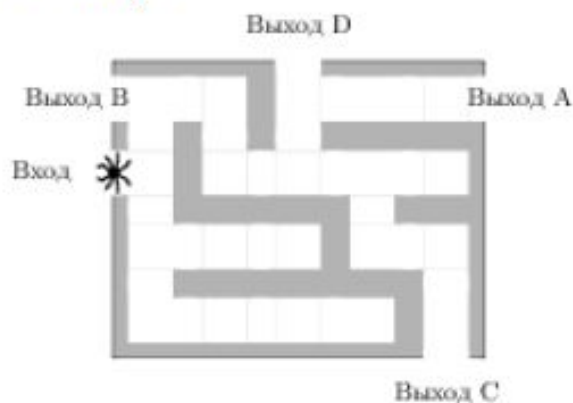
В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,3. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно (считайте, что клиенты заходят независимо друг от друга).



$$P = 0,3 \cdot 0,3 \cdot 0,3 = 0,027$$

Ответ: **0,027**.

На рисунке изображён лабиринт. Паук заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад паук не может, поэтому на каждом разветвлении паук выбирает один из путей, по которому ещё не полз. Считая, что выбор дальнейшего пути чисто случайный, определите, с какой вероятностью паук придёт к выходу



$$P_{\text{ВЫХОД В}} = 0,25$$

$$P_{\text{ВЫХОД Д}} = 0,0625$$

$$P_{\text{ВЫХОД А}} = 0,0625$$

$$P_{\text{ВЫХОД С}} = 0,0625$$

Биатлонист пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что биатлонист первые три раза попал в мишени, а последние два промахнулся. Результат округлите до сотых.

1 раз	попал 0,8	промахнулся
2 раз	попал 0,8	промахнулся
3 раз	попал 0,8	промахнулся
4 раз	попал	промахнулся 0,2
5 раз	попал	промахнулся 0,2

$$P = 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,2 \cdot 0,2 = 0,02048$$

Ответ: **0,02**.

Помещение освещается фонарём с двумя лампами. Вероятность перегорания лампы в течение года равна 0,3. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

Первая	0,7	0,3	0,7	0,3
Вторая	0,7	0,7	0,3	0,3

Перегорели обе независимо друг от друга
с вероятностью $0,3 \cdot 0,3 = 0,09$.

Горит хотя бы одна с вероятностью
 $P = 1 - 0,09 = 0,91$

Ответ: **0,91**.

В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,05 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.

Первый	0,95	0,95	0,05	0,05
Второй	0,95	0,05	0,95	0,05

Не работают оба независимо друг от друга
с вероятностью $0,05 \cdot 0,05 = 0,0025$.

Работает хотя бы один с вероятностью
 $P = 1 - 0,0025 = 0,9975$

Ответ: **0,9975**.

В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,3. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,12. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

1 автомат
2 автомат

+

+

остался
в обоих

+

-

остался
в первом

-

+

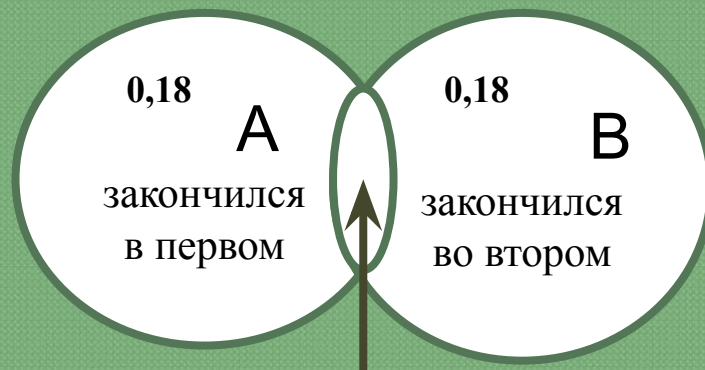
остался
во втором

-

-

закончился
в обоих

0,12



Вероятность, что закончился хотя бы в одном:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

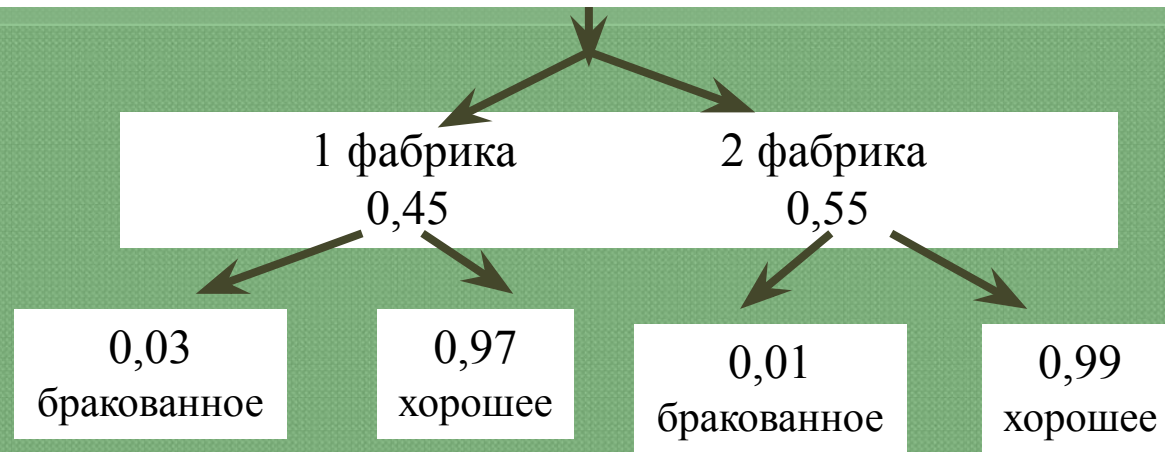
$$P(A \cup B) = 0,3 + 0,3 - 0,12 = 0,48$$

Вероятность, что остался в обоих:

$$P = 1 - 0,48 = 0,52$$

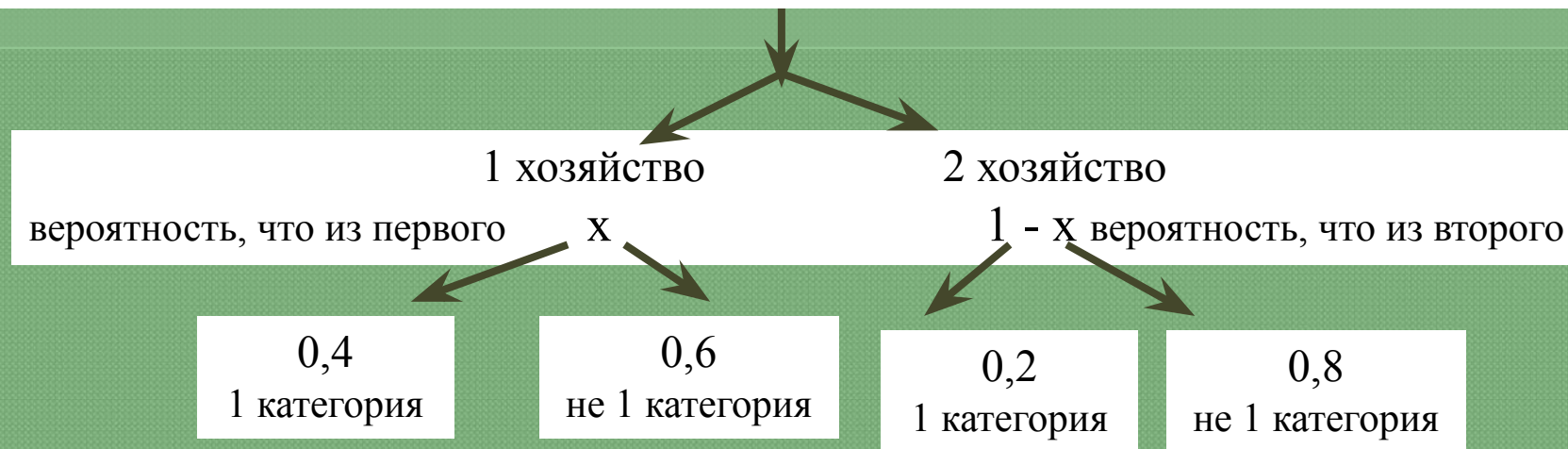
Ответ: **0,52**.

Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 45% этих стекол, вторая — 55%. Первая фабрика выпускает 3% бракованных стекол, а вторая — 1%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.



Покупатель купил бракованное стекло с вероятностью равной :
 $P = 0,45 \cdot 0,03 + 0,55 \cdot 0,01 = 0,0135 + 0,0055 = 0,0190 = 0,019$
Ответ: 0, 019.

Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 40% яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 20% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 35% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.



$$0,4x + 0,2(1 - x) = 0,35$$

$$0,4x + 0,2 - 0,2x = 0,35$$

$$0,4x - 0,2x = 0,35 - 0,2$$

$$0,2x = 0,15$$

$$x = 0,75 \quad \text{Ответ: } 0,75.$$

Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 20 пассажиров, равна 0,94. Вероятность того, что окажется меньше 15 пассажиров, равна 0,56. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 15 до 19.

$$P = 0,94 - 0,56 = 0,38$$

Ответ: 0,38.

Вероятность того, что на тесте по биологии учащийся О. верно решит больше 11 задач, равна 0,67. Вероятность того, что О. верно решит больше 10 задач, равна 0,74. Найдите вероятность того, что О. верно решит ровно 11 задач.

$$N > 10 \\ P = 0,74$$

$$N > 11 \\ P_1 = 0,67$$

$$N = 11 \\ P_2 = ?$$

$$P_2 = 0,74 - 0,67 = 0,07$$

Ответ: **0,07**.

Чтобы поступить в институт на специальность «Лингвистика», абитуриент должен набрать на ЕГЭ не менее 70 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и иностранный язык. Чтобы поступить на специальность «Коммерция», нужно набрать не менее 70 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и обществознание. Вероятность того, что абитуриент З. получит не менее 70 баллов по математике, равна 0,6, по русскому языку — 0,8, по иностранному языку — 0,7 и по обществознанию — 0,5. Найдите вероятность того, что З. сможет поступить хотя бы на одну из двух упомянутых специальностей.

	Сдал	Не сдал
Математика	0,6	0,4
Русский	0,8	0,2
Обществознание	0,5	0,5
Иностранный язык	0,7	0,3

Не сдал одновременно и обществознание, и иностранный язык с вероятностью:

$$P_1 = 0,5 \cdot 0,3 = 0,15$$

Сдал или обществознание, или иностранный язык, или оба вместе с вероятностью:

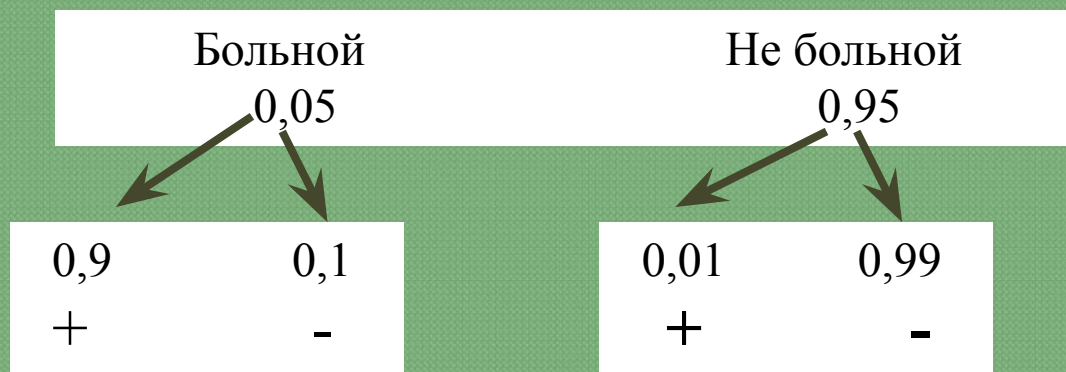
$$P_2 = 1 - 0,15 = 0,85$$

Сможет поступить на одну из специальностей с вероятностью:

$$P = 0,6 \cdot 0,8 \cdot 0,85 = 0,408$$

Ответ: 0,408.

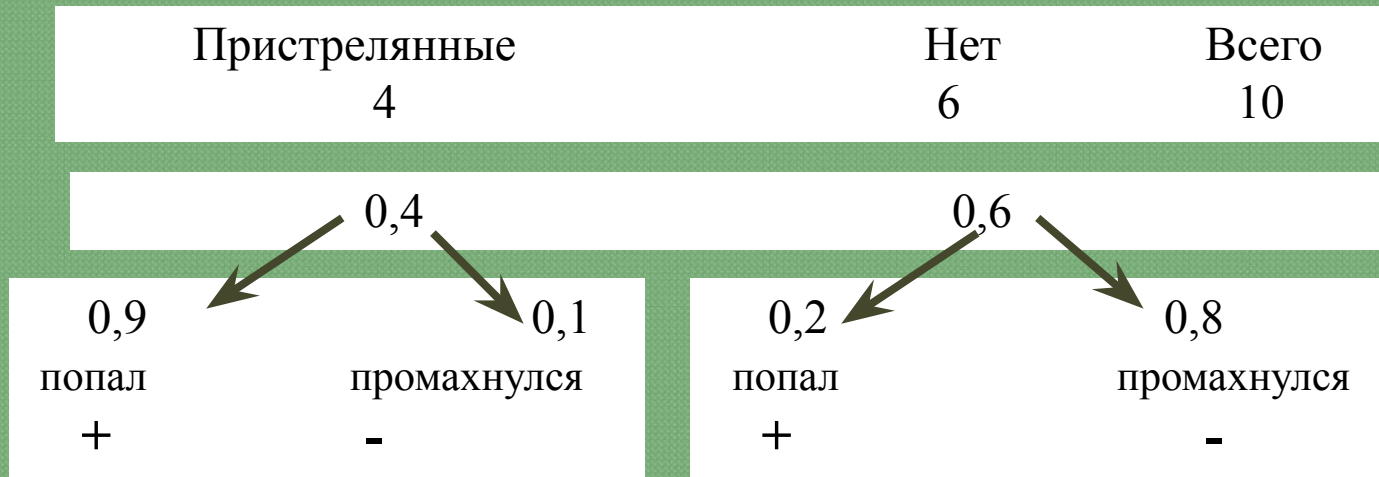
Всем пациентам с подозрением на гепатит делают анализ крови. Если анализ выявляет гепатит, то результат анализа называется *положительным*. У больных гепатитом пациентов анализ даёт положительный результат с вероятностью 0,9. Если пациент не болен гепатитом, то анализ может дать ложный положительный результат с вероятностью 0,01. Известно, что 5% пациентов, поступающих с подозрением на гепатит, действительно больны гепатитом. Найдите вероятность того, что результат анализа у пациента, поступившего в клинику с подозрением на гепатит, будет положительным.



$$P = 0,05 \cdot 0,9 + 0,95 \cdot 0,01 = 0,045 + 0,0095 = 0,0545$$

Ответ: **0,0545**.

Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью 0,9, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,2. На столе лежит 10 револьверов, из них только 4 пристрелянные. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватается первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнется.



$$P = 0,4 \cdot 0,1 + 0,6 \cdot 0,8 = 0,04 + 0,48 = 0,52$$

Ответ: 0,52.