



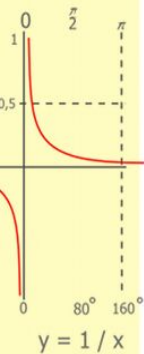
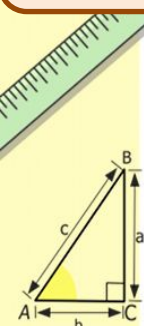
# ЭЛЕКТИВНЫЙ курс

# Многогранная геометрия

Мария Александровна Твердова,  
МАОУ гимназия «Маринская»,  
г. Таганрог

# Структура курса

- Предмет стереометр
- Многогранн
- Построение сечений многогранни
- Элементы топологии
- Первый шаг в четвертое



$$\begin{array}{r} 1 \\ 2500 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 105000 \end{array}$$



$$\frac{a}{A} = \frac{b}{B} = \frac{c}{C}$$

$$\frac{a+b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

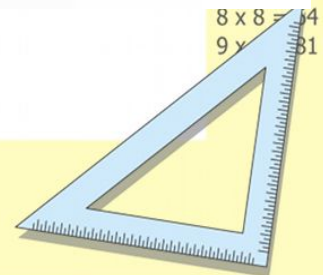
$$\sin 90^\circ = 1$$



$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$





Сценарий занятия  
«Четвертое  
измерение»

---

# ИЗМЕРЕНИЕ

## Цели занятия:

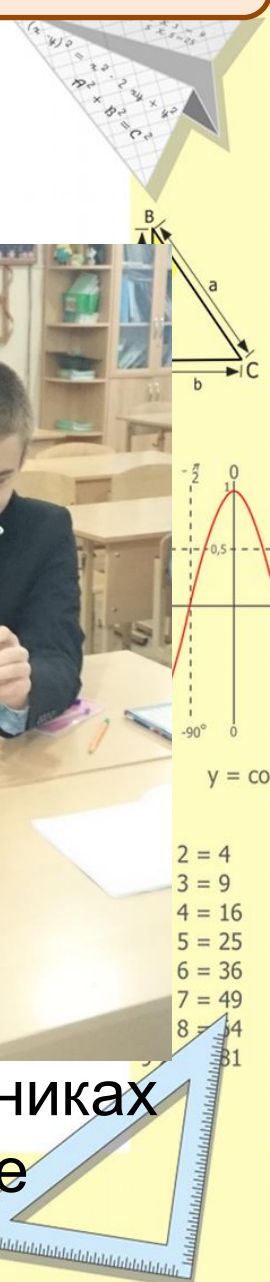
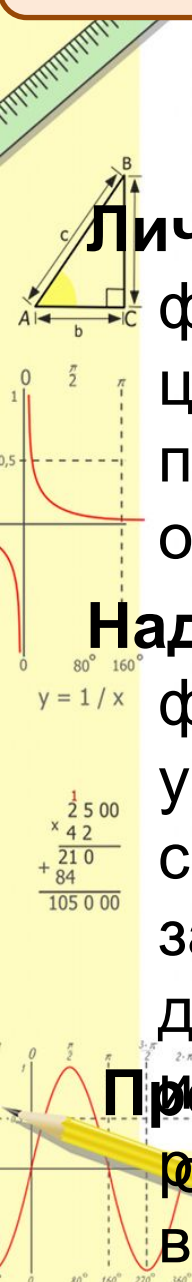
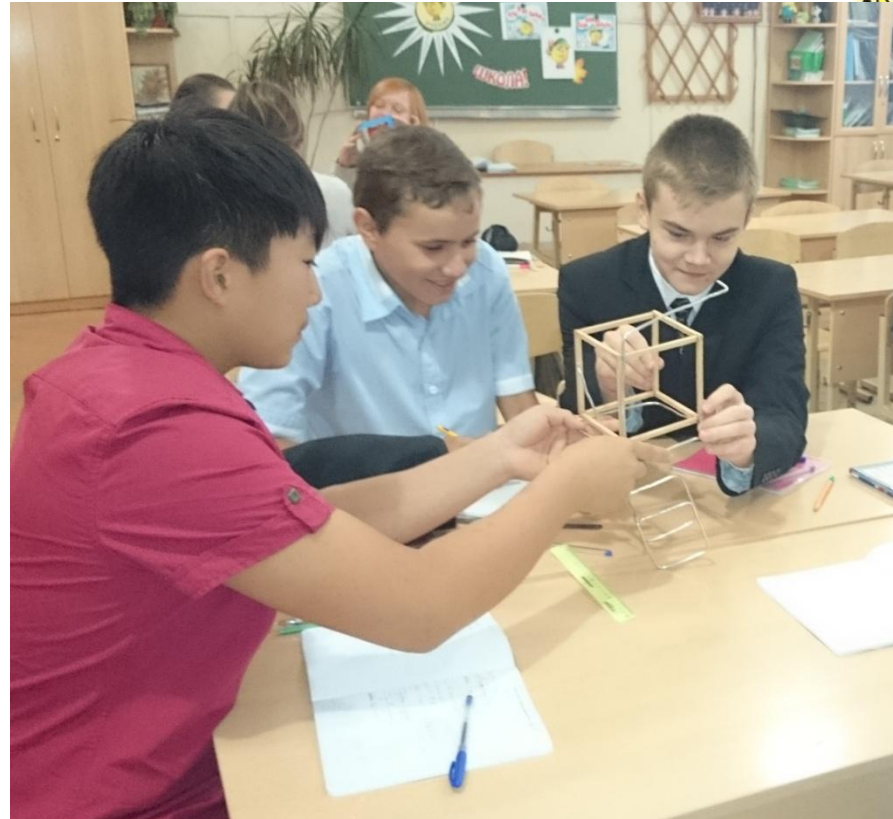
### Личностная:

формирование целостного представления об окружающем мире

### Надпредметная:

формирование умения учащихся фиксировать собственные затруднения в деятельности, выявлять

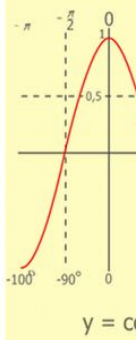
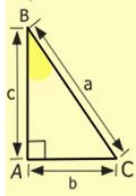
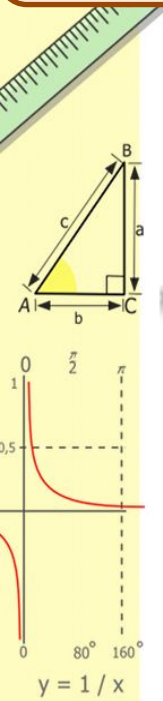
Предметная, обобщение знаний о многогранниках реализовываемым переходом в четвертое измерение выхода из затруднения.



$$\begin{aligned} y &= \sin 90 \\ x &= 25y + 45 \\ y &= 1 \\ x &= 25 + 45 \\ x &= 70 \end{aligned}$$
$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$

# Структура занятия

- **Мотивация** к деятельности
- **Актуализация** знаний и фиксация затруднений в индивидуальной деятельности
- **Локализация** индивидуальных затруднений
- **Коррекция** выявленных затруднений
- **Обобщение** затруднений во внешней речи
- **Самостоятельная работа** с самопроверкой по эталону
- **Включение** в систему знаний и повторение
- **Рефлексия** деятельности на уроке



$$\begin{array}{r} 1 \\ 2500 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 105000 \end{array}$$

- 2 x 2 = 4
- 3 x 3 = 9
- 4 x 4 = 16
- 5 x 5 = 25
- 6 x 6 = 36
- 7 x 7 = 49
- 8 x 8 = 64
- 9 x 9 = 81



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

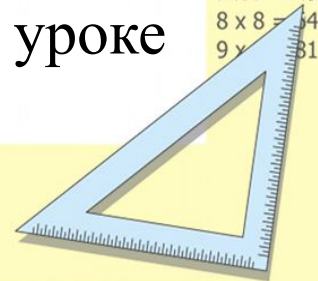
$$\sin 90^\circ = 1$$



$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



# Мотивация к деятельности

**Будь терпелив, ибо мир  
широк  
и ему нет ни к  
края**

- Как вы понимаете это высказывание?
- Кто из вас любит путешествовать?
- Сегодня мы отправимся в путешествие по мирам.



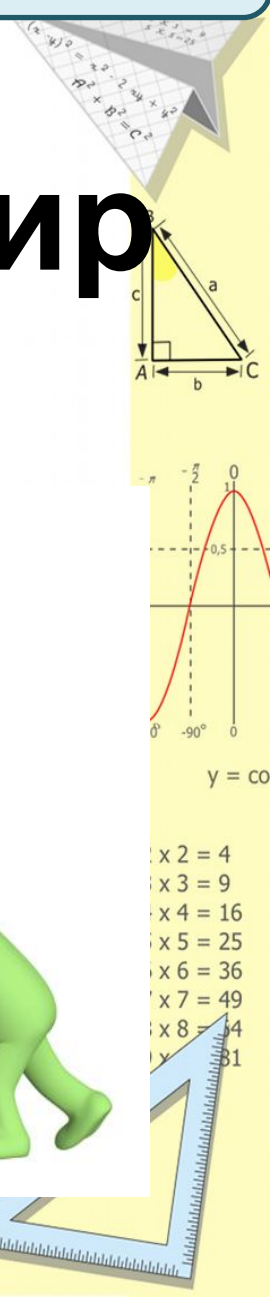
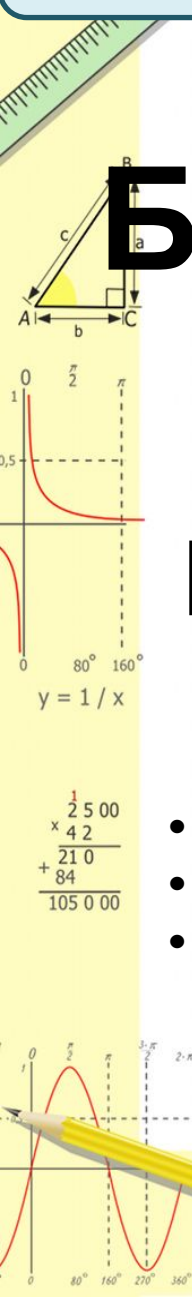
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

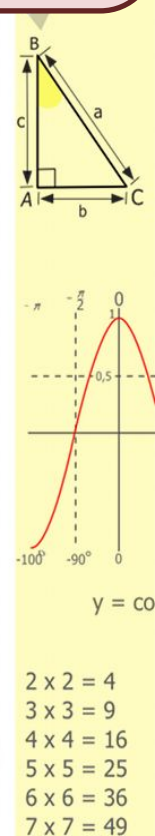
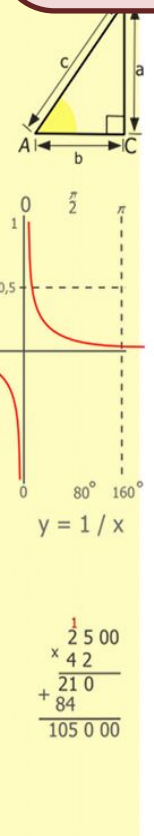
$$\sin 90^\circ = 1$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$

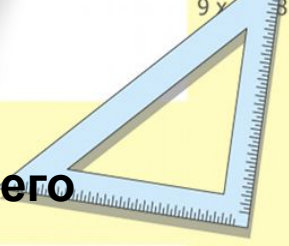
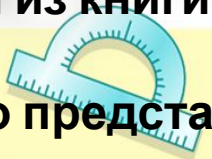
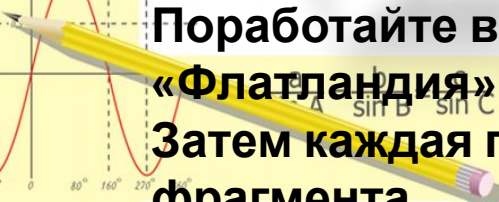


# Актуализация знаний и фиксация затруднений в индивидуальной деятельности



Поработайте в группе с текстом из книги Эдвина Эббота «Флатландия».

Затем каждая группа нам кратко представит содержание своего фрагмента



$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

$a + b = \frac{a+b}{c}$

$\sin 90^\circ = 1$

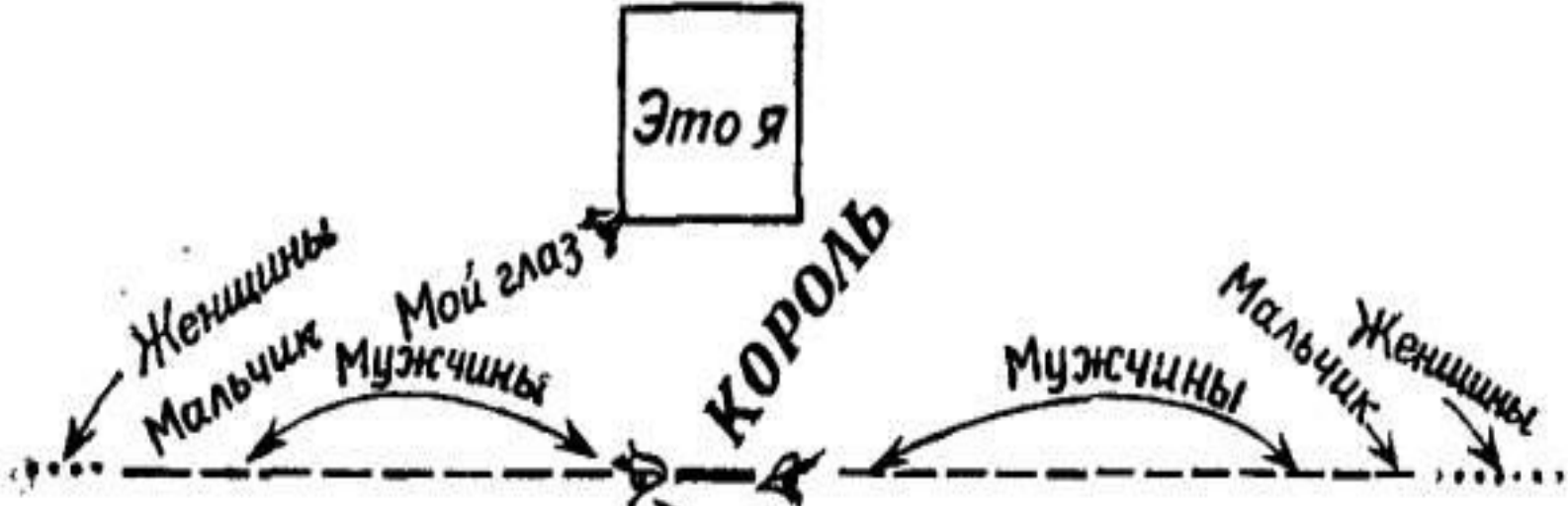
$x = 25y + 45$

$y = 1$

$(x+y)(x-y)$

$x = 70$

# Лайнландия



Глаза **КОРОЛЯ** изображены в сильно увеличенном виде, чтобы всем сразу было ясно: ЕГО **ВЕЛИЧЕСТВО** не может видеть ничего, кроме точки

$$\frac{a}{A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$

$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

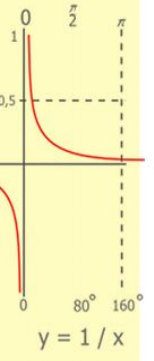
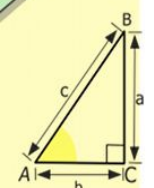
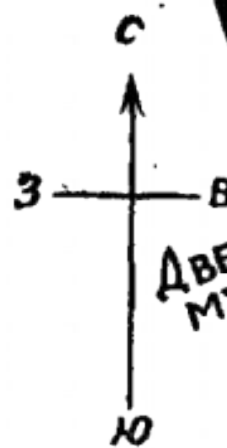
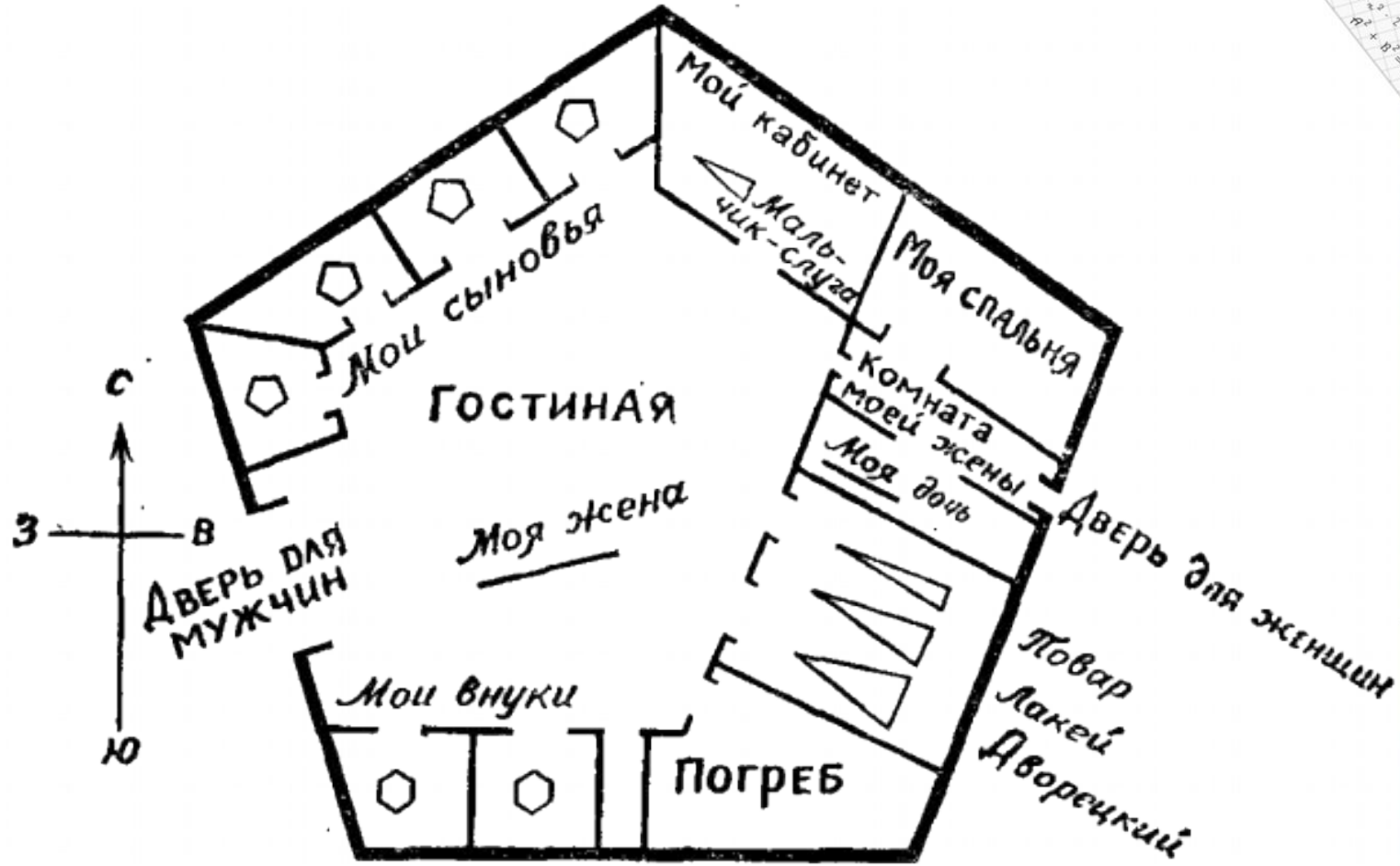
$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$

2 x 2 =	4
3 x 3 =	9
4 x 4 =	16
5 x 5 =	25
6 x 6 =	36
7 x 7 =	49
8 x 8 =	64
9 x 9 =	81



# Флатландия



$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 2500 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 105000 \end{array}$$



$$\frac{a}{A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$



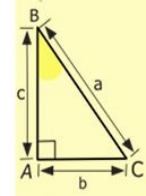
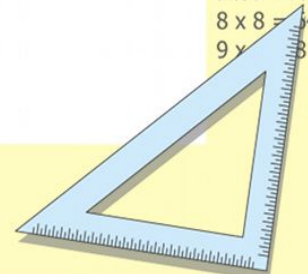
Полицейский

$$\begin{cases} y = \sin 60^\circ \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \end{cases}$$

$$x = 70$$

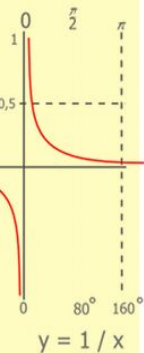
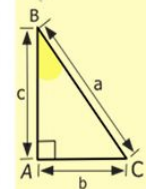
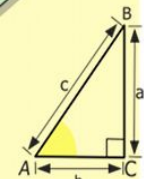
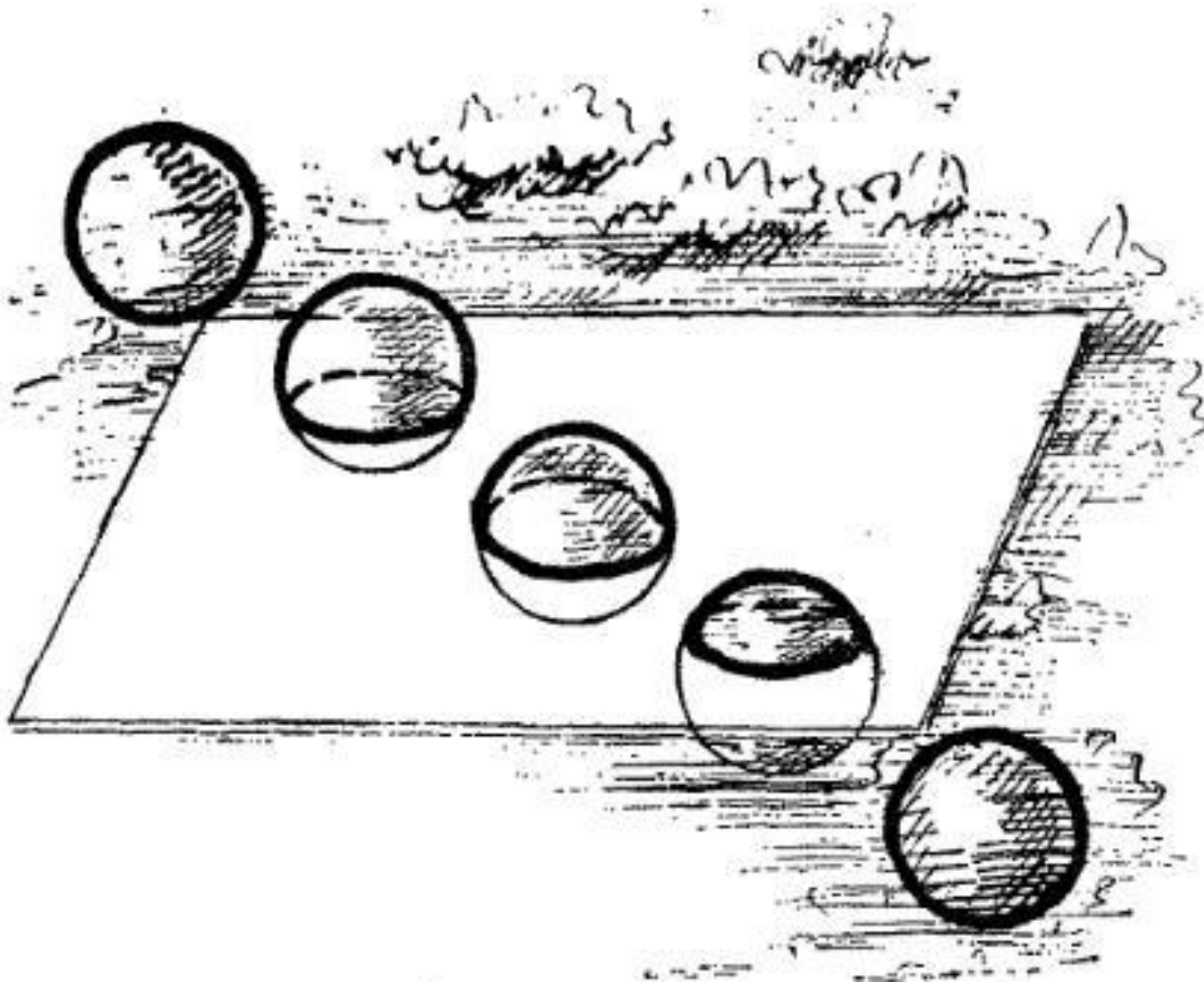
$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



$$y = \cos$$

- 2 x 2 = 4
- 3 x 3 = 9
- 4 x 4 = 16
- 5 x 5 = 25
- 6 x 6 = 36
- 7 x 7 = 49
- 8 x 8 = 64
- 9 x 9 = 81

# Трехмерие



$$\begin{array}{r} 1 \\ 2500 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 105000 \end{array}$$

- 2 x 2 = 4
- 3 x 3 = 9
- 4 x 4 = 16
- 5 x 5 = 25
- 6 x 6 = 36
- 7 x 7 = 49
- 8 x 8 = 64
- 9 x 9 = 81



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

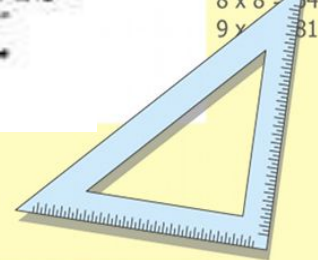
$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$\sin 90^\circ = 1$



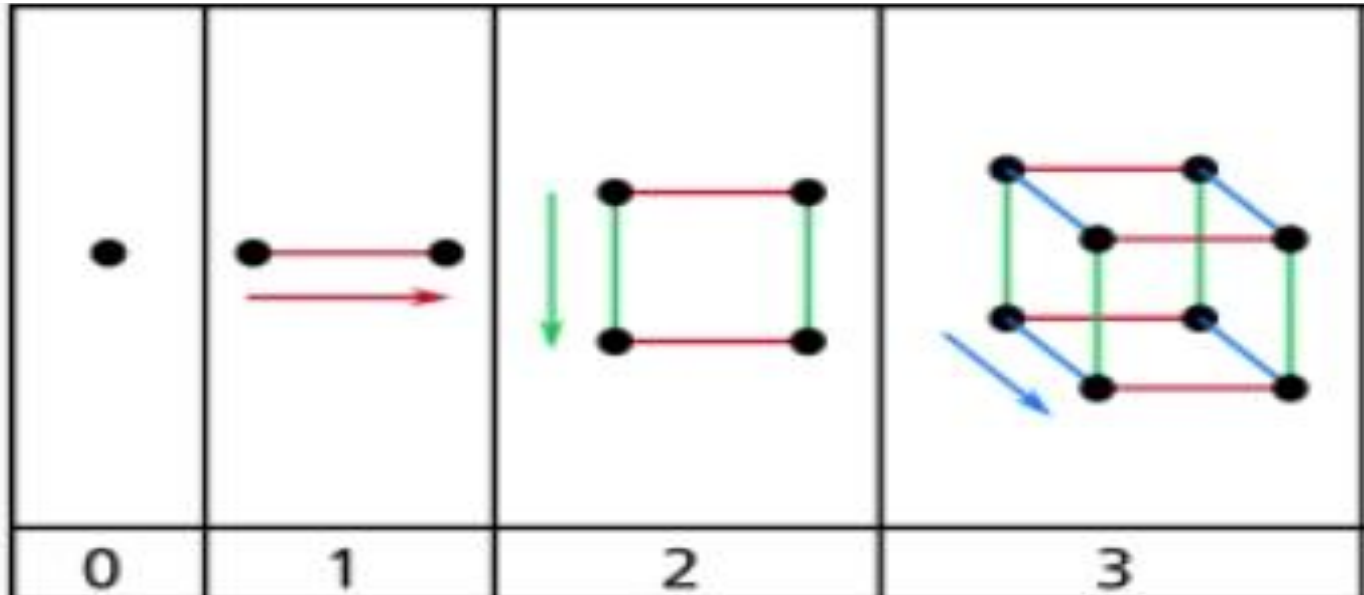
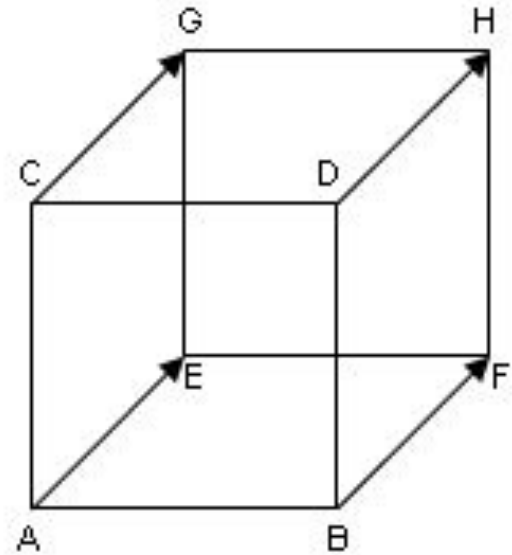
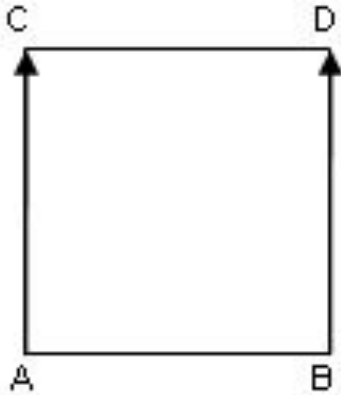
$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{cases}$$

$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$

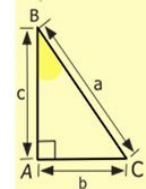
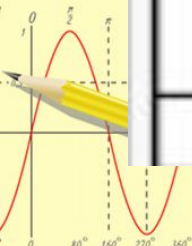
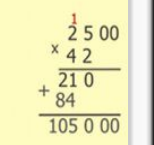
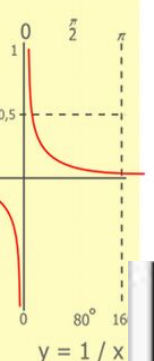
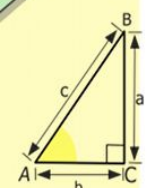


А что же дальше? Есть ли измерения более высокого порядка?

A \_\_\_\_\_ B

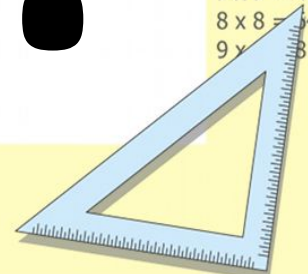


?

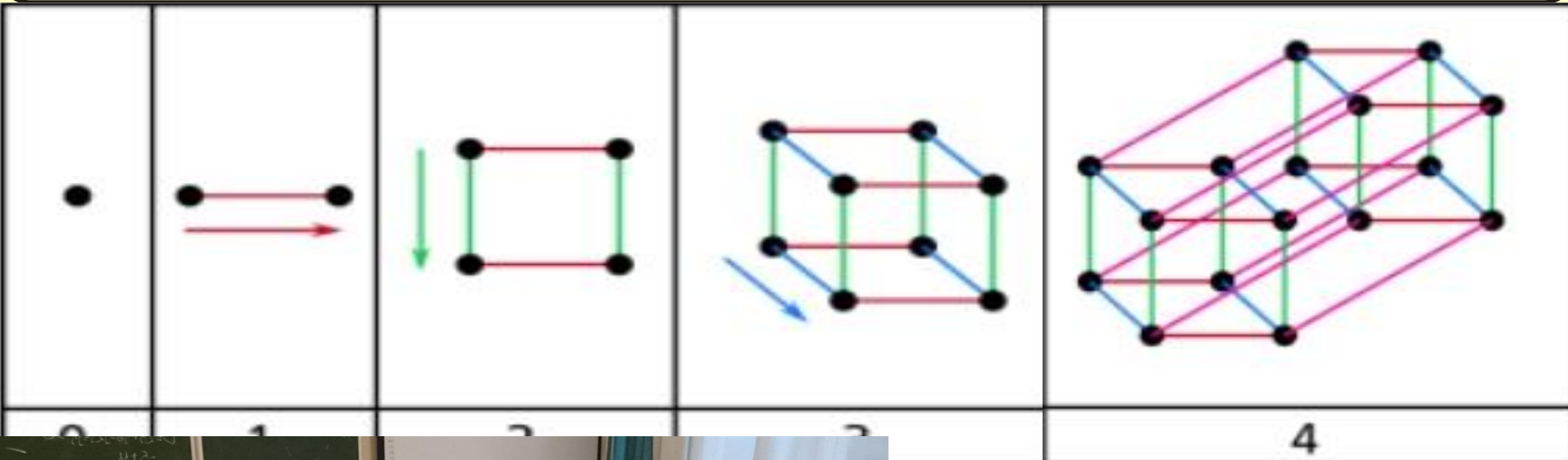


- $2 \times 2 = 4$
- $3 \times 3 = 9$
- $4 \times 4 = 16$
- $5 \times 5 = 25$
- $6 \times 6 = 36$
- $7 \times 7 = 49$
- $8 \times 8 = 64$
- $9 \times 9 = 81$

$$\frac{y-1}{x=25+45} \quad (x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



# ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА ЗА КОМПЬЮТЕРОМ



# ESSERACT

## Гиперку

7 x 7 = 49  
8 x 8 = 64  
9 x 9 = 81

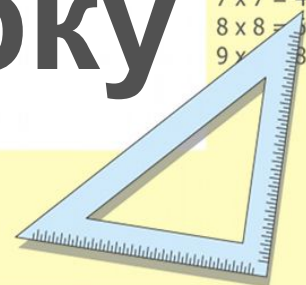
$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

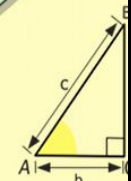
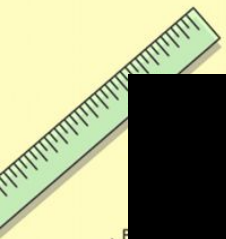
$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \end{cases}$$

$$x = 70$$

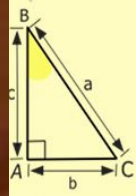
$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$

# б





$$\begin{array}{r} 1\ 5\ 00 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 105\ 000 \end{array}$$



- 2 x 2 = 4
- 3 x 3 = 9
- 4 x 4 = 16
- 5 x 5 = 25
- 6 x 6 = 36
- 7 x 7 = 49
- 8 x 8 = 64
- 9 x 9 = 81

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

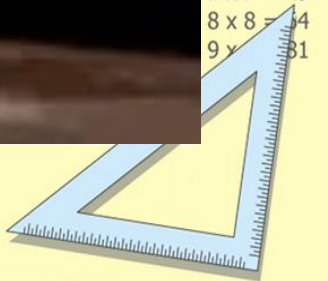
$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$



$$\begin{cases} x = 25y + 45 \\ y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$

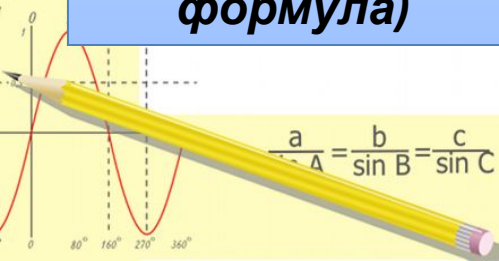
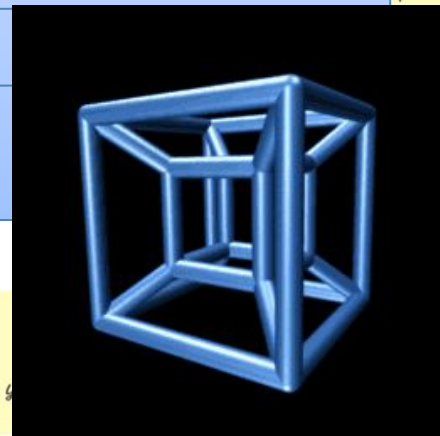


# Самостоятельная работа с самопроверкой по эталону

№1. Сколько вершин, ребер, граней у Тессеракта?  
Заполните таблицу.

Характеристики кубов различной размерности

размерность пространства	количество вершин	количество рёбер	количество граней
0 (точка)	1	0	0
1 (отрезок)	2	1	2 (точки)
2 (квадрат)	4	4	4 (отрезки)
3 (куб)	8	12	6 (квадраты)
4 (гиперкуб)			
<i>N</i> (общая формула)			



$$\frac{a}{A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$



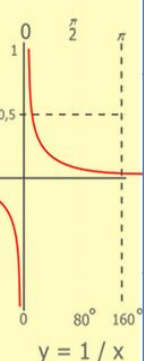
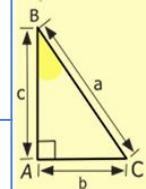
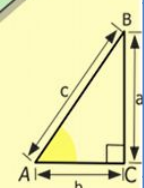
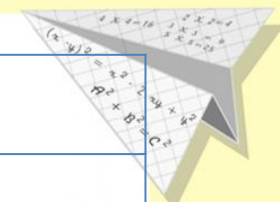
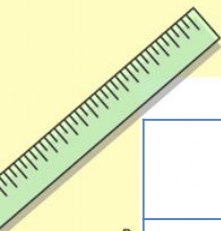
$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$

## Характеристики кубов различной размерности

размерность пространства	количество вершин	количество рёбер	количество граней
<b>0 (точка)</b>	1	0	0
<b>1 (отрезок)</b>	2	1	2 (точки)
<b>2 (квадрат)</b>	4	4	4 (отрезки)
<b>3 (куб)</b>	8	12	6 (квадраты)
<b>4 (гиперкуб)</b>	<b>16</b>	<b>32</b>	<b>8 (кубы)</b>
<b>N (общая формула)</b>	<b><math>2^N</math></b>	<b><math>N \cdot 2^{N-1}</math></b>	<b><math>2 \cdot N</math></b>



$$\begin{array}{r} 1 \\ 2500 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 105000 \end{array}$$

- 2 x 2 = 4
- 3 x 3 = 9
- 4 x 4 = 16
- 5 x 5 = 25
- 6 x 6 = 36
- 7 x 7 = 49
- 8 x 8 = 64
- 9 x 9 = 81



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

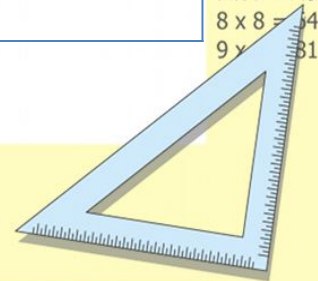
$$\sin 90^\circ = 1$$



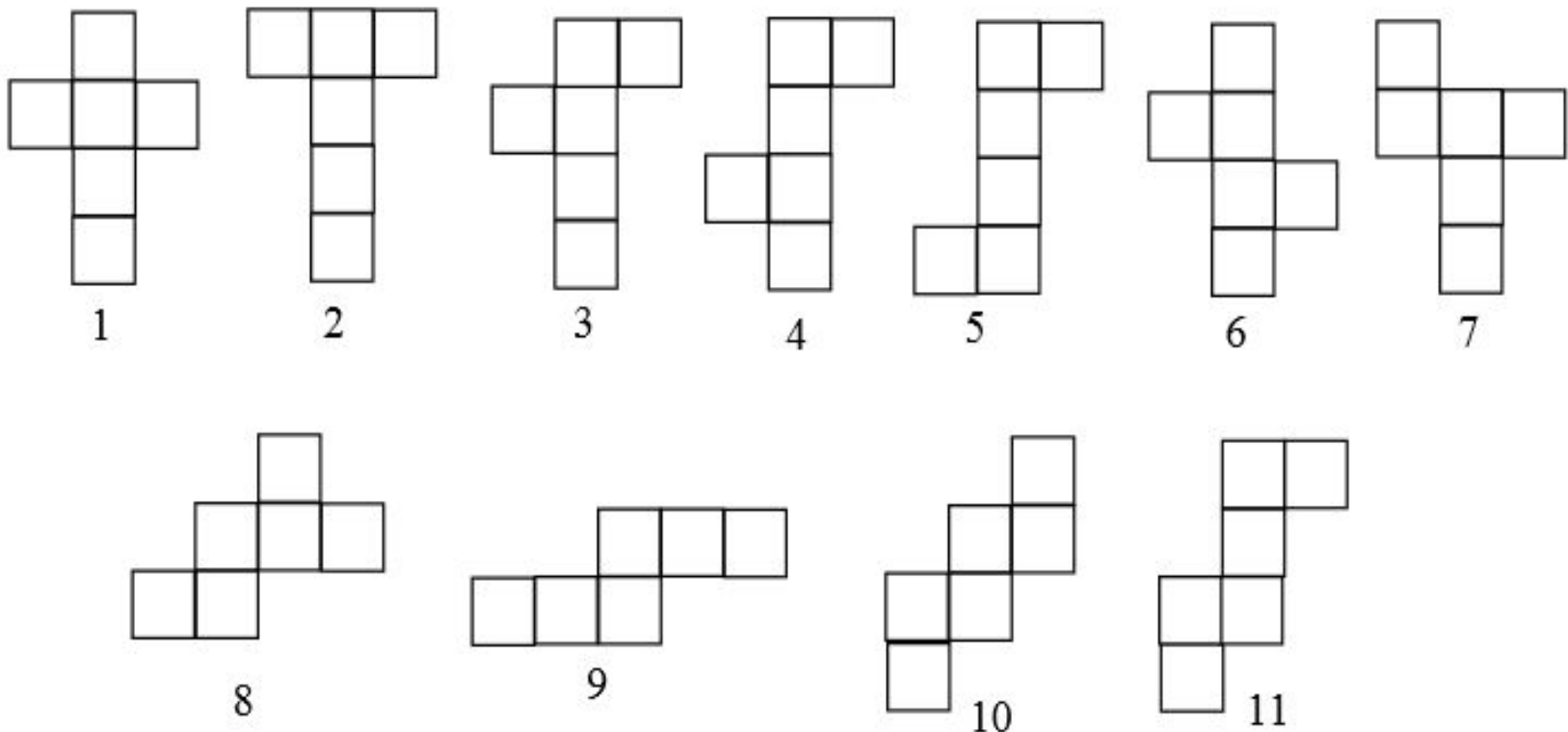
$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{cases}$$

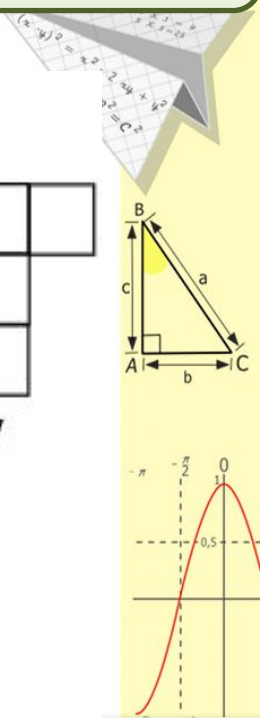
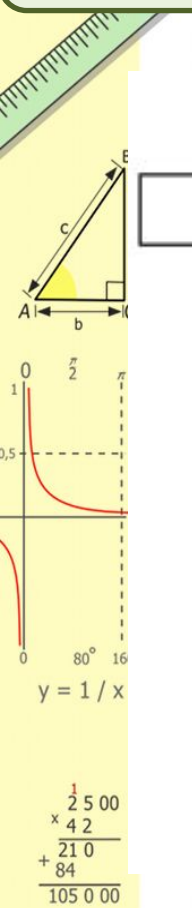
$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



# ВКЛЮЧЕНИЕ В СИСТЕМУ ЗНАНИЙ И ПОВТОРЕНИЕ



**Что будет являться разверткой Тессеракта в трехмерном пространстве?**



$$\frac{a}{A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

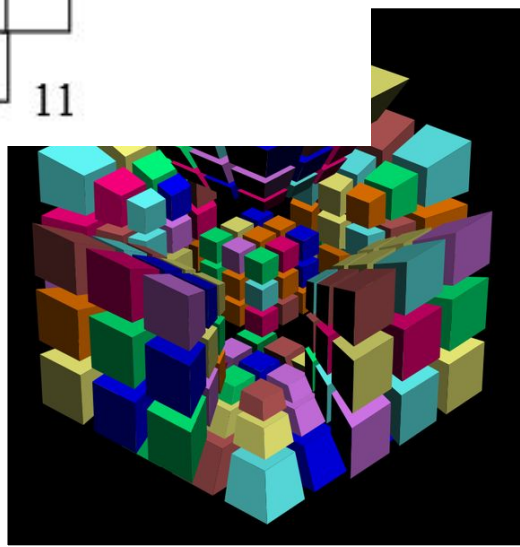
$$\sin 90^\circ = 1$$



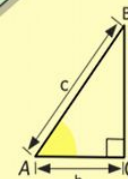
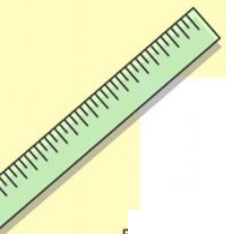
$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ x = 70 \end{cases}$$

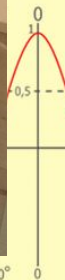
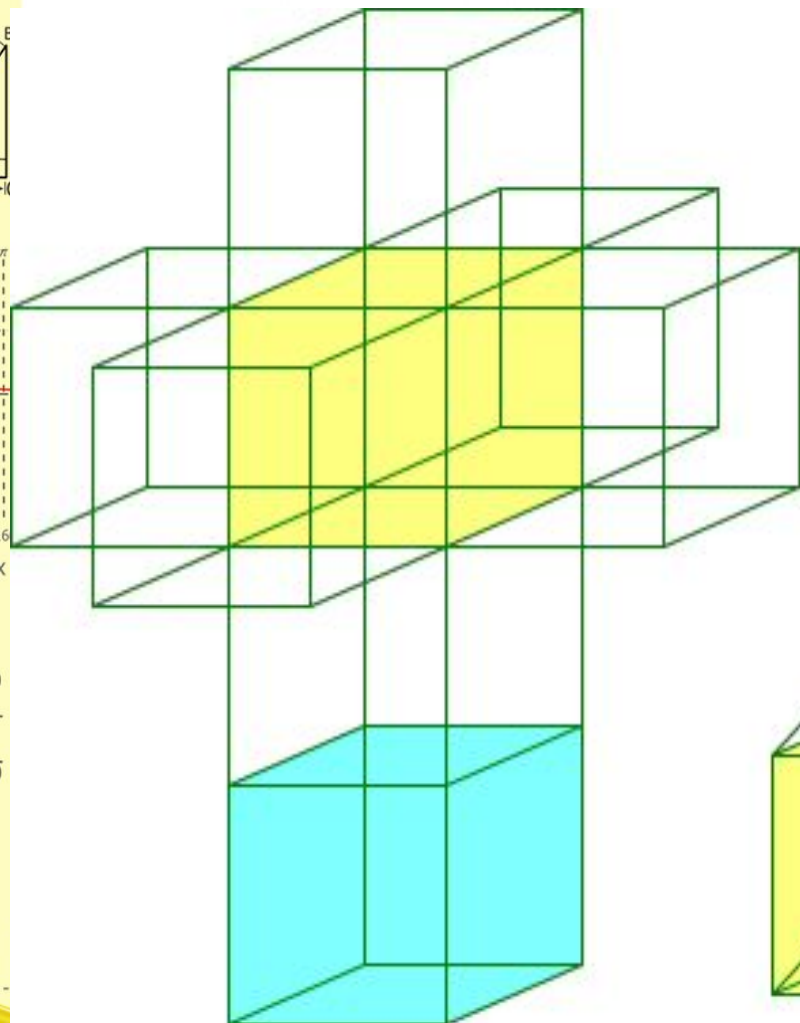
$$(x+y)(x-y)$$



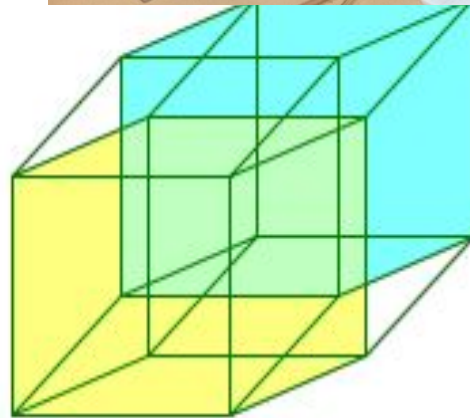




$$\begin{array}{r} \frac{1}{2} 500 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 10500 \end{array}$$



$$y = \cos$$



- 2 x 2 = 4
- 3 x 3 = 9
- 4 x 4 = 16
- 5 x 5 = 25
- 6 x 6 = 36
- 7 x 7 = 49
- 8 x 8 = 64
- 9 x 9 = 81

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

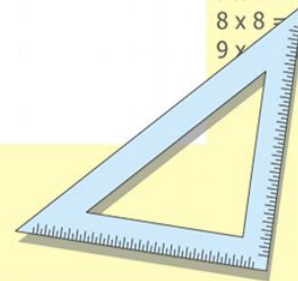
$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$



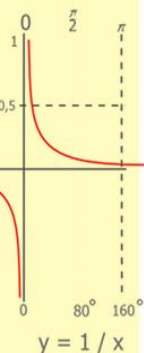
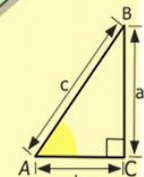
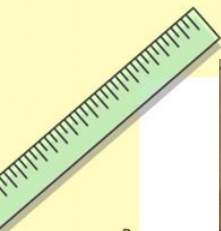
$$\begin{array}{l} (x-25) + 45 \\ y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{array}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$

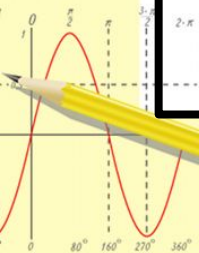




**Вычислите расстояния между вершинами четырехмерного куба, не лежащими на одном ребре.**



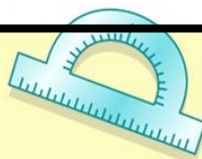
$$\begin{array}{r} 1\ 2\ 5\ 00 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 105\ 000 \end{array}$$



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

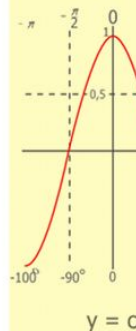
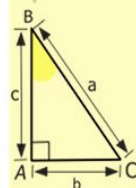
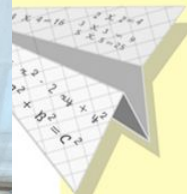
$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$

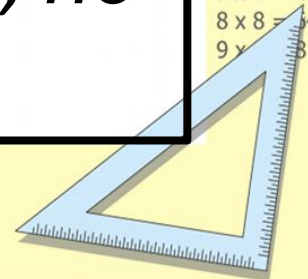


$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \\ y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



- 2 x 2 = 4
- 3 x 3 = 9
- 4 x 4 = 16
- 5 x 5 = 25
- 6 x 6 = 36
- 7 x 7 = 49
- 8 x 8 = 64
- 9 x 9 = 81



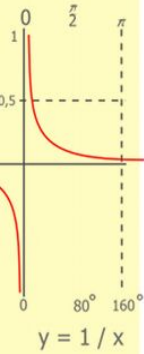
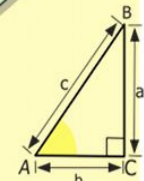
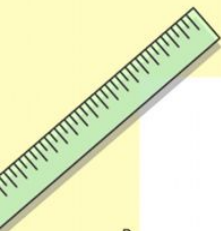
# Есть ли применение нового телу в трехмерном мире? (практическая работа за компьютером)



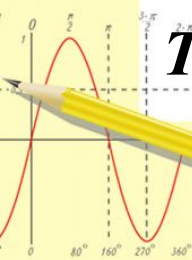
## В МУЗЫКЕ:

В альбоме *Voivod Nothingface* одна из композиций названа «В моём гиперкубе».

*Tesseract* название британской джент-группы.



$$\begin{array}{r} 1 \\ 2500 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 10500 \end{array}$$



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

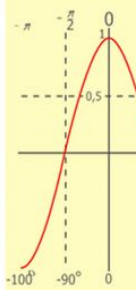
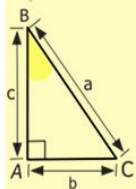
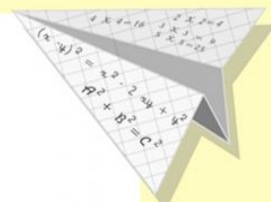
$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$



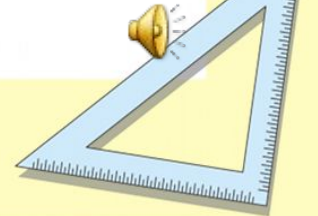
$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \\ y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



$$y = \cos$$

- 2 x 2 = 4
- 3 x 3 = 9
- 4 x 4 = 16
- 5 x 5 = 25
- 6 x 6 = 36
- 7 x 7 = 49
- 8 x 8 = 64
- 9 x 9 = 81



## В литературе:

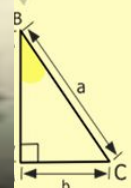
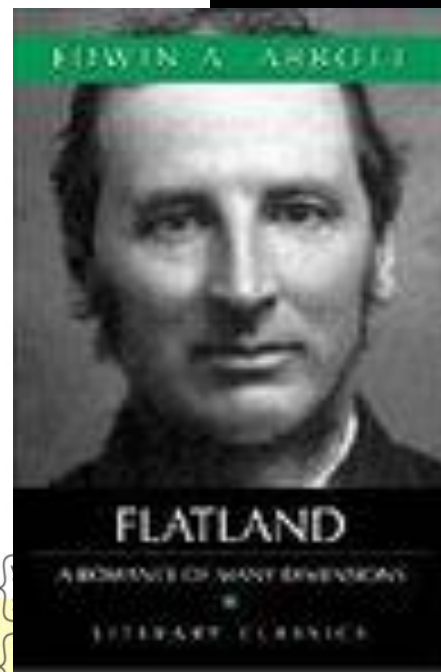
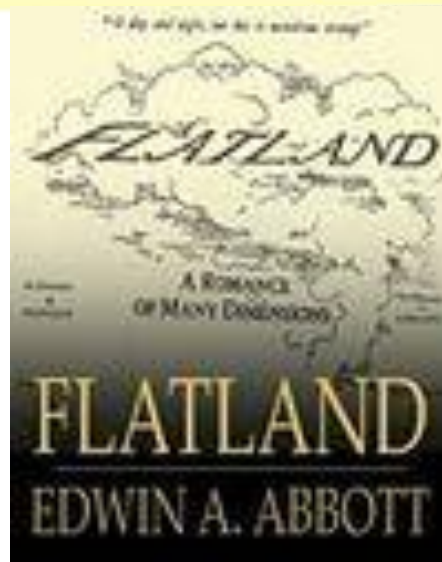
В одном эпизоде *«Приключений Джимми Нейтрона»* «мальчик-гений» Джимми изобретает четырёхмерный гиперкуб.

Роберт Э. Хайнлайн упоминал гиперкубы, по крайней мере, в трёх научно-фантастических рассказах. В *«Доме четырёх измерений»* («Дом, который построил Тил», 1940) он описал дом, построенный как развёртка тессеракта, а затем вследствие землетрясения «сложившийся» в четвёртом измерении и ставший «реальным» тессерактом. В романе *«Дорога славы»* Хайнлайна описана гиперразмерная шкатулка, которая была изнутри больше, чем снаружи.

Рассказ Генри Каттнера *«Все тени бороговы»* описывает развивающую игрушку для детей из далёкого будущего, по строению похожую на тессеракт.

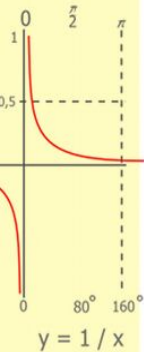
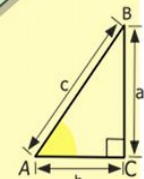
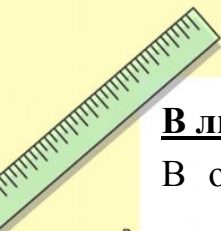
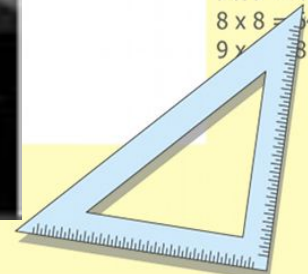
В романе Алекса Гарленда (1999), термин *«тессеракт»* используется для трёхмерной развёртки четырёхмерного гиперкуба, а не гиперкуба непосредственно. Это метафора, призванная показать, что познающая система должна быть шире познаваемой.

В романе Энтони Пирса *«Маршрут Куба»* одна из орбитальных лун Международной ассоциации развития называется тессерактом, который был сжат в 3 измерения.



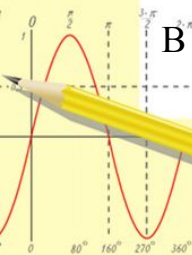
$$y = \cos$$

$$\begin{aligned} 2 \times 2 &= 4 \\ 3 \times 3 &= 9 \\ 4 \times 4 &= 16 \\ 5 \times 5 &= 25 \\ 6 \times 6 &= 36 \\ 7 \times 7 &= 49 \\ 8 \times 8 &= 64 \\ 9 \times 9 &= 81 \end{aligned}$$



$$y = 1/x$$

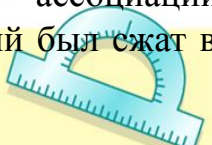
$$\begin{array}{r} 12500 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 105000 \end{array}$$



$$\sin A = \sin B = \sin C$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

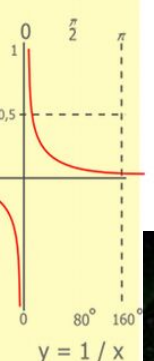
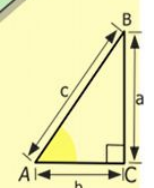
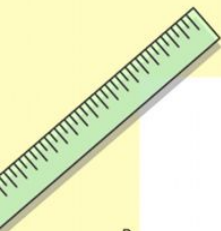
$$\sin 90^\circ = 1$$



$$x = 25 + 45$$

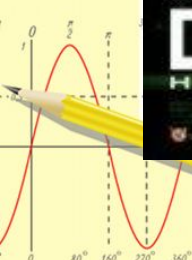
$$x = 70$$

$$y = x^2 - 4^2$$



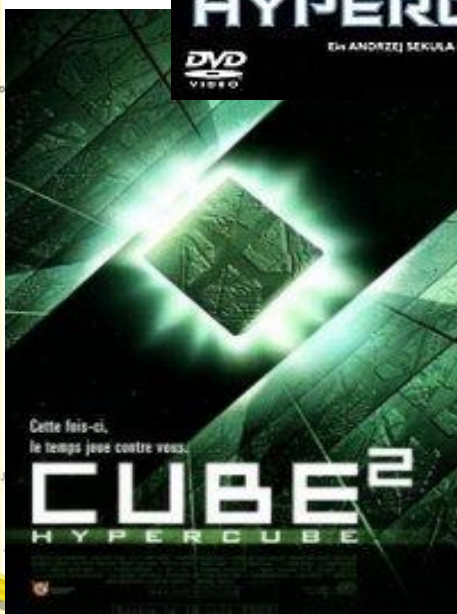
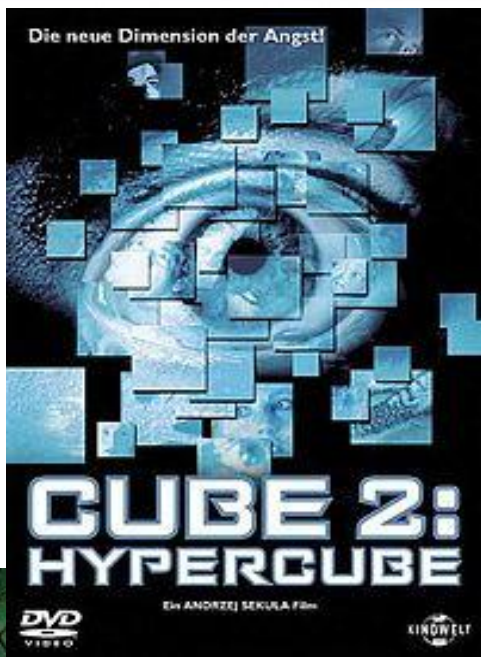
$$y = 1/x$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 10500 \end{array}$$



$$\sin A = \sin B = \sin C$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$



## В кинематографе:

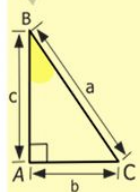
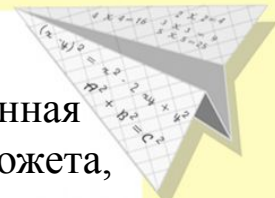
В серии фильмов Кинематографическая вселенная *Marvel Тессеракт* — это ключевой элемент сюжета, космический артефакт в форме гиперкуба.

Сюжет фильма «*Куб 2: Гиперкуб*» сосредотачивается на восьми незнакомцах, пойманных в ловушку в «гиперкубе», или сети связанных трёхмерных проекций одного «гиперкуба».

Сюжет фильма *Мстители* сосредоточен на использовании куба «Тессеракт» как неиссякаемого источника космической энергии, для открытия портала в другое «измерение» с целью осуществления плана по захвату мира (в обмен на Тессеракт — читаури предоставят Локи армию для захвата Земли).

*Телесериал «Андромеда»* использует тессеракт-генераторы как устройство заговора. Они прежде всего предназначены, чтобы управлять пространством и временем.

В сериале «*Школа „Чёрная дыра“*» в третьем сезоне есть серия «Тессеракт». Лукас нажимает на секретную кнопку, и школа начинает «складываться, как математический тессеракт».



$$y = \cos$$

$$\begin{array}{l} 2 \times 2 = 4 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 4 \times 4 = 16 \\ 5 \times 5 = 25 \\ 6 \times 6 = 36 \\ 7 \times 7 = 49 \\ 8 \times 8 = 64 \\ 9 \times 9 = 81 \end{array}$$

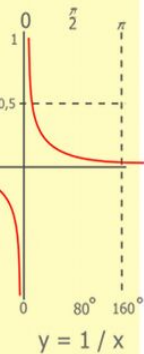
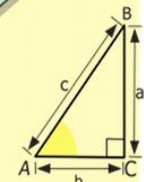
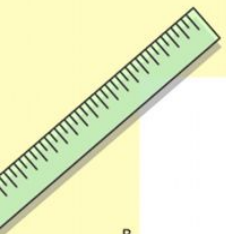
$$\sin 90^\circ = 1$$



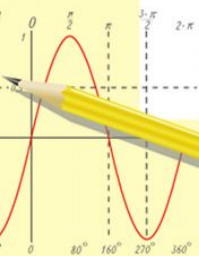
$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$





$$\begin{array}{r} \frac{1}{2} 500 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 105000 \end{array}$$



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$

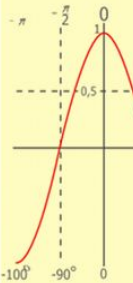
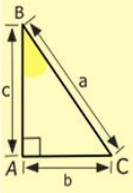
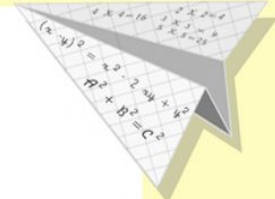
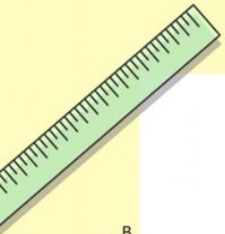
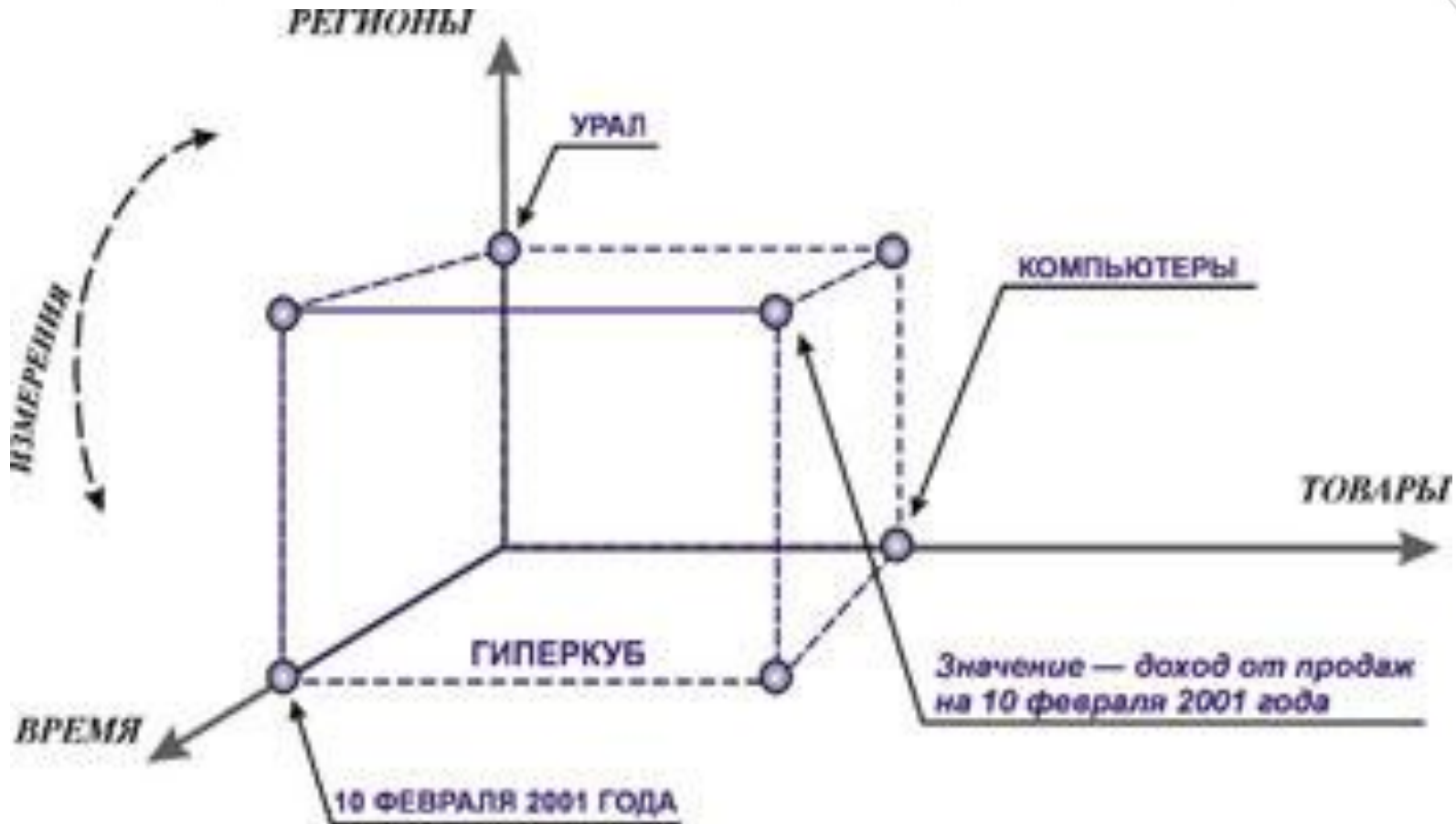


## В живописи:

Картина «Распятие на кресте»  
(Corpus Hypercubus)  
Сальвадора Дали (1954).

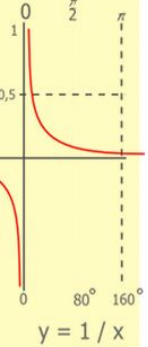
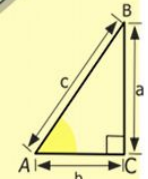


# В микроэлектронике: гиперкуб данных



$$y = \cos$$

- 2 x 2 = 4
- 3 x 3 = 9
- 4 x 4 = 16
- 5 x 5 = 25
- 6 x 6 = 36
- 7 x 7 = 49
- 8 x 8 = 64
- 9 x 9 = 81



$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 2500 \\ \hline 2500 \\ + 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 105000 \end{array}$$



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

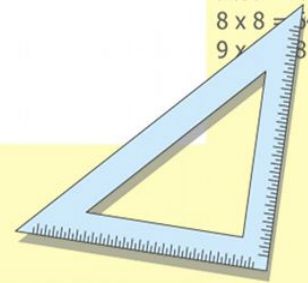
$$\sin 90^\circ = 1$$

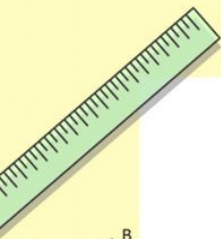


$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

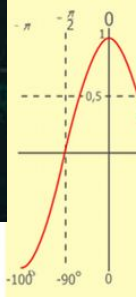
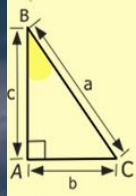
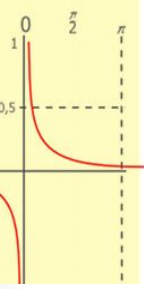
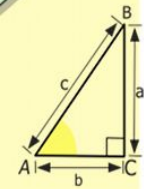
$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$





**В архитектуре:**  
**ВЫСОКОТЕХНОЛОГИЧНОЕ**  
**здание**  
**в наукограде *Сколково***



$y = \cos$

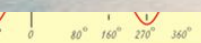
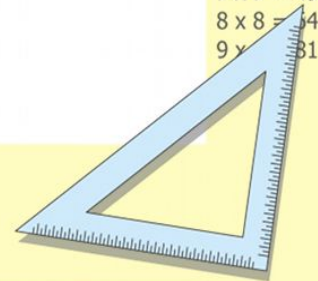


- $2 \times 2 = 4$
- $3 \times 3 = 9$
- $4 \times 4 = 16$
- $5 \times 5 = 25$
- $6 \times 6 = 36$
- $7 \times 7 = 49$
- $8 \times 8 = 64$
- $9 \times 9 = 81$

in 90  
 $5y + 45$   
 1  
 $25 + 45$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$

$x = 70$





# уроке

**Будь терпелив, ибо мир широк и ему нет ни к края**



**Как вы понимаете эту фразу?  
Отражает ли она вашу деятельность на уроке?**

A vertical strip on the left side of the page. At the top is a green ruler. Below it is a right-angled triangle with vertices A, B, and C, and sides a, b, and c. Further down is a graph of the function  $y = 1/x$  with the x-axis labeled from 0 to  $\pi$  and the y-axis from 0 to 1. Below the graph is a multiplication problem: 
$$\begin{array}{r} 2500 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 10500 \end{array}$$

A vertical strip on the right side of the page. At the top is a right-angled triangle with vertices A, B, and C, and sides a, b, and c. Below it is a graph of a sine wave with the x-axis labeled from 0 to  $2\pi$  and the y-axis from -1 to 1. Below the graph is a multiplication table: 
$$\begin{array}{l} \times 2 = 4 \\ \times 3 = 9 \\ \times 4 = 16 \\ \times 5 = 25 \\ \times 6 = 36 \\ \times 7 = 49 \\ \times 8 = 64 \\ \times 9 = 81 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{array}$$
$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$

